গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণি

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

১৯৭৪ সালে জাতিসংঘের অধিবেশন আলোকিত করে বাংলায় প্রথম বক্তব্য রাখেন 'সর্বকালের সর্বশ্রেষ্ঠ বাঙালি বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান'

জাতির পিতা বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান এর সুযোগ্য কন্যা বাংলাদেশের বর্তমান মাননীয় প্রধানমন্ত্রী শেখ হাসিনা জাতিসংঘে বাংলায় ভাষণ প্রদান করেন

১৯৭৪ সালের ২৫শে সেপ্টেম্বর জাতিসংঘের সাধারণ পরিষদের অধিবেশন আলোকিত করে বাংলায় প্রথম ভাষণে সর্বকালের সর্বশ্রেষ্ঠ বাঙালি বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিবুর রহমান বলেন -'বাংলাদেশের মতো যেই সব দেশ দীর্ঘ সংগ্রাম ও আত্মদানের মাধ্যমে নিজেদের প্রতিষ্ঠিত করিয়াছে, কেবল তাহাদেরই এই দৃঢ়তা ও মনোবল রহিয়াছে, মনে রাখিবেন সভাপতি, আমার বাঙালি জাতি চরম দুঃখ ভোগ করিতে পারে, কিন্তু মরিবে না, টিকিয়া থাকিবার চ্যালেঞ্জ মোকাবেলায় আমার জনগণের দৃঢ়তাই আমাদের প্রধান শক্তি ।'

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক জাতীয় শিক্ষাক্রম-২০২২ অনুযায়ী প্রণীত
এবং ২০২৩ শিক্ষাবর্ষ থেকে ষষ্ঠ শ্রেণির জন্য নির্ধারিত পাঠ্যপুস্তক

ষষ্ঠ শ্রেণি

(পরীক্ষামূলক সংস্করণ)

রচনা ও সম্পাদনা

ড. মো: আব্দুল হাকিম খান
ড. মো: আব্দুল হালিম
ড. চন্দ্রনাথ পোদ্দার
নওরীন ইয়াসমিন
মোহাম্মদ মুনছুর সরকার
সকাল রায়
রতন কান্তি মন্ডল
মো: মোখলেস উর রহমান
মোছা: নুরুন্নেসা সুলতানা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

প্রসঙ্গ কথা

পরিবর্তনশীল এই বিশ্বে প্রতিনিয়ত বদলে যাচ্ছে জীবন ও জীবিকা। প্রযুক্তির উৎকর্ষের কারণে পরিবর্তনের গতিও হয়েছে অনেক দ্রুত। দ্রুত পরিবর্তনশীল এই বিশ্বের সঙ্গে আমাদের খাপ খাইয়ে নেওয়ার কোনো বিকল্প নেই। কারণ প্রযুক্তির উন্নয়ন ইতিহাসের যেকোনো সময়ের চেয়ে এগিয়ে চলেছে অভাবনীয় গতিতে। চতুর্থ শিল্পবিপ্লব পর্যায়ে কৃত্রিম বুদ্ধিমত্তার বিকাশ আমাদের কর্মসংস্থান এবং জীবনযাপন প্রণালিতে যে পরিবর্তন নিয়ে আসছে তার মধ্য দিয়ে মানুষে মানুষে সম্পর্ক আরও নিবিড় হবে। অদূর ভবিষ্যতে অনেক নতুন কাজের সুযোগ তৈরি হবে যা এখনও আমরা জানি না। অনাগত সেই ভবিষ্যতের সাথে আমরা যেন নিজেদের খাপ খাওয়াতে পারি তার জন্য এখনই প্রস্তুতি গ্রহণ করা প্রয়োজন।

পৃথিবী জুড়ে অর্থনৈতিক প্রবৃদ্ধি ঘটলেও জলবায়ু পরিবর্তন, বায়ুদূষণ, অভিবাসন এবং জাতিগত সহিংসতার মতো সমস্যা আজ অনেক বেশি প্রকট। দেখা দিচ্ছে কোভিড ১৯ এর মতো মহামারি যা সারা বিশ্বের স্বাভাবিক জীবনযাত্রা এবং অর্থনীতিকে থমকে দিয়েছে। আমাদের প্রাত্যহিক জীবনযাত্রায় সংযোজিত হয়েছে ভিন্ন ভিন্ন চ্যালেঞ্জ এবং সম্ভাবনা।

এসব চ্যালেঞ্জ ও সম্ভাবনার দ্বারপ্রান্তে দাঁড়িয়ে তার টেকসই ও কার্যকর সমাধান এবং আমাদের জনমিতিক সুফলকে সম্পদে রূপান্তর করতে হবে। আর এজন্য প্রয়োজন জ্ঞান, দক্ষতা, মূল্যবোধ ও ইতিবাচক দৃষ্টিভঙ্গিসম্পন্ন দূরদর্শী, সংবেদনশীল, অভিযোজন-সক্ষম, মানবিক, বৈশ্বিক এবং দেশপ্রেমিক নাগরিক। এই প্রেক্ষাপটে বাংলাদেশ স্বল্পোন্নত দেশ থেকে উন্নয়নশীল দেশে উত্তরণ এবং ২০৪১ সালের মধ্যে উন্নত দেশে পদার্পণের লক্ষ্যমাত্রা অর্জনের প্রচেষ্টা অব্যাহত রেখেছে। শিক্ষা হচ্ছে এই লক্ষ্য অর্জনের একটি শক্তিশালী হাতিয়ার। এজন্য শিক্ষার আধুনিকায়ন ছাড়া উপায় নেই। আর এই আধুনিকায়নের উদ্দেশ্যে একটি কার্যকর যুগোপযোগী শিক্ষাক্রম প্রণয়নের প্রয়োজনীয়তা দেখা দিয়েছে।

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ডের একটি নিয়মিত, কিন্তু খুবই গুরুত্বপূর্ণ কার্যক্রম হলো শিক্ষাক্রম উন্নয়ন ও পরিমার্জন। সর্বশেষ শিক্ষাক্রম পরিমার্জন করা হয় ২০১২ সালে। ইতোমধ্যে অনেক সময় পার হয়ে গিয়েছে। প্রয়োজনীয়তা দেখা দিয়েছে শিক্ষাক্রম পরিমার্জন ও উন্নয়নের। এই উদ্দেশ্যে শিক্ষার বর্তমান পরিস্থিতি বিশ্লেষণ এবং শিখন চাহিদা নিরূপণের জন্য ২০১৭ থেকে ২০১৯ সালব্যাপী এনসিটিবির আওতায় বিভিন্ন গবেষণা ও কারিগরি অনুশীলন পরিচালিত হয়। এসব গবেষণা ও কারিগরি অনুশীলনের ফলাফলের উপর ভিত্তি করে নতুন বিশ্ব পরিস্থিতিতে টিকে থাকার মতো যোগ্য প্রজন্ম গড়ে তুলতে প্রাক-প্রাথমিক থেকে দ্বাদশ শ্রেণির অবিচ্ছিন্ন যোগ্যতাভিত্তিক শিক্ষাক্রম উন্নয়ন করা হয়েছে।

যোগ্যতাভিত্তিক এ শিক্ষাক্রমের আলোকে সকল ধারার (সাধারণ, মাদ্রাসা ও কারিগরি) ষষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য এই পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন করা হলো। বাস্তব অভিজ্ঞতার আলোকে পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু এমনভাবে রচনা করা হয়েছে যেন তা অনেক বেশি সহজবোধ্য এবং আনন্দময় হয়। এর মাধ্যমে চারপাশে প্রতিনিয়ত ঘটে চলা বিভিন্ন প্রপঞ্চ ও ঘটনার সাথে পাঠ্যপুস্তকের একটি মেলবন্ধন তৈরি হবে। আশা করা যায় এর মাধ্যমে শিখন হবে অনেক গভীর এবং জীবনব্যাপী।

পাঠ্যপুস্তকটি প্রণয়নে ধর্ম, বর্ণ, সুবিধাবঞ্চিত ও বিশেষ চাহিদাসম্পন্ন শিক্ষার্থীর বিষয়টি বিশেষভাবে বিবেচনায় নেওয়া হয়েছে। বানানের ক্ষেত্রে বাংলা একাডেমির বানানরীতি অনুসরণ করা হয়েছে। পাঠ্যপুস্তকটি রচনা, সম্পাদনা, চিত্রাঙ্কন ও প্রকাশনার কাজে যাঁরা মেধা ও শ্রম দিয়েছেন তাঁদের সবাইকে ধন্যবাদ জ্ঞাপন করছি।

পরীক্ষামূলক এই সংস্করণের কোনো ভুল বা অসংগতি কারো চোখে পড়লে এবং এর মান উন্নয়নের লক্ষ্যে কোনো পরামর্শ থাকলে তা জানানোর জন্য সকলের প্রতি বিনীত অনুরোধ রইল।

প্রফেসর মোঃ ফরহাদুল ইসলাম
চেয়ারম্যান
জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, বাংলাদেশ

প্রিয় শিক্ষার্থী,

ষষ্ঠ শ্রেণির গণিত বইয়ের আনন্দময় যাত্রায় তোমাদের সকলকে স্বাগত জানাই। তোমরা নিশ্চয় এর মধ্যেই জেনেছো যে জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড মাধ্যমিক স্তরের সকল শিক্ষার্থীর জন্য নতুন পাঠ্যপুস্তক তৈরি করছে। ষষ্ঠ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকটি এর মধ্যে অন্যতম। তোমাদের জন্য পাঠ্যপুস্তকটি তৈরির সময় যে দুইটি বিষয় সবচেয়ে বেশি গুরুত্ব দেওয়া হয়েছে- চারপাশের পরিচিত পরিবেশের বস্তু ও ঘটনা পর্যবেক্ষণ করে হাতে কলমে কাজের মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যা সমাধান এবং দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন কাজে গাণিতিক দক্ষতা ব্যবহার করতে পারার সুযোগ সৃষ্টি করা।

গণিত বিষয়ক পাঠ্যপুস্তকটি মোট ১২ টি শিখন অভিজ্ঞতার মাধ্যমে সাজানো হয়েছে। প্রতিটি শিখন অভিজ্ঞতায় বিষয়গুলো এমনভাবে ধাপে ধাপে উপস্থাপন করা হয়েছে, যেন তোমরা সক্রিয় অংশগ্রহণ ও বাস্তব উপকরণের মাধ্যমে বিভিন্ন গাণিতিক ধারণা লাভ করতে পারো। একই সাথে গাণিতিক দক্ষতাগুলো আয়ত্ত করে বাস্তব জীবনের বিভিন্ন সমস্যা গাণিতিক উপায়ে সমাধান করতে পারো। তোমরা বিভিন্ন দলগত কিংবা জোড়ায় কাজের মাধ্যমে আলোচনা করে শিখন অভিজ্ঞতার কাজগুলো করবে। শ্রেণিতে এ সকল কাজের মাধ্যমে তোমরা যে শিখন লাভ করবে তা দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন কাজে এবং সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করার মাধ্যমেই তোমাদের শিখন পূর্ণতা লাভ করবে। শিখন প্রক্রিয়ায় পাঠ্যপুস্তকটি তোমাদের জন্য সহায়ক উপকরণ হিসেবে কাজ করবে।

এ বইয়ের শুরুতেই তোমরা বিভিন্ন খেলা এবং ম্যাজিকের মধ্য দিয়ে সংখ্যা ও প্রতীক সম্পর্কে ধারণা লাভ করবে। একই সাথে গণনার দক্ষতা আয়ত্ত করে নিজেদের জীবনে এইসব সংখ্যা, প্রতীক শনাক্ত ও ব্যবহার করতে পারবে। এর পরের শিখন অভিজ্ঞতায় তোমরা পরিমাপ প্রক্রিয়া সম্পর্কে জেনে নিজে নিজে বিভিন্ন বস্তু পরিমাপ করতে পারবে। অবিশ্বাস্য মনে হলেও সত্যি যে তোমার সহপাঠীদের সাথে নিয়ে দলগত কাজের মাধ্যমে তোমরা তোমাদের শ্রেণিকক্ষও পরিমাপ করতে পারবে! তৃতীয় শিখন অভিজ্ঞতাটির মাধ্যমে তোমরা চারপাশের তথ্য সাজিয়ে, গণনা ও যাচাই করে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারবে। মৌলিক উৎপাদকের গাছ নামের শিখন অভিজ্ঞতাটি একটি গুরুত্বর্পূণ ভূমিকা পালন করবে। উৎপাদক, লসাগু ও গসাগু ব্যবহারের নিয়মাবলী এবং প্রয়োগ সর্ম্পকে ধারণা লাভের ক্ষেত্রে। এরপর দৈনন্দিন জীবনে ব্যবহৃত বিভিন্ন ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য মাপার কাজ সম্পন্ন করার মাধ্যমে এ সর্ম্পকে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করতে পারবে দৈর্ঘ্য পরিমাপ শিখন অভিজ্ঞতাটির মধ্য দিয়ে।

পূর্ণসংখ্যার জগৎ ও ভগ্নাংশের খেলা নামক শিখন অভিজ্ঞতা দুইটি সাজানো হয়েছে এমনভাবে যাতে করে তোমরা খুব সহজে পূর্ণসংখ্যা ও ভগ্নাংশ সম্পর্কিত ধারণাগুলো লাভ করতে পারো এবং একইসাথে গাণিতিক সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে এগুলো সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে পারো। বীজগণিতীয় রাশি ও সমীকরণ সম্পর্কিত বিভিন্ন কাজ তোমরা একক ও দলগতভাবে সম্পন্ন করার সুযোগ পাবে অজানা রাশির জগৎ শিখন অভিজ্ঞতাটির মধ্য দিয়ে। এছাড়া ত্রিমাত্রিক বস্তু চিহ্নিতকরণ, ঐকিক নিয়মের প্রয়োগ এবং শতকরা ও অনুপাতের সঠিক ব্যবহার করতে শিখবে পরবর্তী দুইটি শিখন অভিজ্ঞতার মধ্য দিয়ে। এই বইয়ের সর্বশেষ শিখন অভিজ্ঞতাটির মাধ্যমে তোমরা বিভিন্ন গাণিতিক সূত্রগুলোর অর্ন্তনিহিত ব্যাখ্যা এবং এগুলো কিভাবে তৈরি হয়েছে তা খুব সহজে বুঝতে পারবে। আমরা আশা করছি যে, তোমরা তোমাদের সহপাঠীদের সাথে নিয়ে দলগত কাজগুলো করার ফলে তোমাদের পারস্পরিক সর্ম্পক আরও সুদৃঢ় হবে এবং বিভিন্ন বিষয়ে গাণিতিক দক্ষতা প্রয়োগ করে সিদ্ধান্ত গ্রহণের সক্ষমতা বৃদ্ধি পাবে।

শ্রেণিকক্ষের ভিতরে এবং বাইরে সকল কাজে তোমাদের শিক্ষক সার্বিক সহায়তা প্রদান করবেন। আমরা আশা করি, দলগত কার্যক্রমগুলোতে সক্রিয় অংশগ্রহণ করে গাণিতিক দক্ষতাসমূহ তোমরা সফলভাবে অর্জন করতে পারবে এবং গাণিতিকভাবে চিন্তা করতে শিখবে। একইসাথে, বাস্তব জীবনে গণিতের গুরুত্ব অনুধাবন করে গণিত শিখতে আরও বেশি আগ্রহী হয়ে উঠবে। আমরা আরও আশা করছি যে, এ পাঠ্যপুস্তকটি গণিতের সকল ভয় দূর করে তোমাদেরকে দৈনন্দিন জীবনে গণিত ব্যবহারে আরও বেশি উৎসাহী ও কৌতুহলী করে তুলবে।

সূচিপত্র

সংখ্যার গল্প

বাস্তব জীবনে সকালে ঘুম হতে ওঠা থেকে শুরু করে রাতে ঘুমাতে যাওয়া পর্যন্ত আমরা প্রতিদিন বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা দেখতে পাই। চলো নিচের ছবিগুলো লক্ষ করি-

এই যে নানারকম সংখ্যা দেখতে পাচ্ছ, এগুলো কীভাবে মানুষ জানল? ভেবে দেখ তো? আজ থেকে অনেক অনেক বছর আগে তারা কীভাবে সংখ্যা লিখত এবং গণনা করত?

এই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যাবে সংখ্যার গল্পে। চলো তাহলে সংখ্যাগুলো কীভাবে এলো সেই মজার কাহিনি শুনি।

কয়েক হাজার বছর আগে আমরা ফিরে যাই, যখন মানুষ খাদ্যের জন্য কেবল শিকার বা বনের ফলমূলের

উপর নির্ভর করত- তখন সে সকালে ঘুম থেকে জেগে উঠত পাখির ডাকে। তারপর হয়ত নদীর জলে মুখ ধুয়ে খাদ্যের সন্ধানে বের হতো।

আমাদের দৈনন্দিন জীবনের সাথে কয়েক হাজার বছর আগের মানুষের দৈনন্দিন জীবনে সংখ্যা গণনা ও ব্যবহারের পার্থক্য আছে কি?

চলো তাহলে প্রাচীনকালে মানুষ কীভাবে দাগ কেটে, দড়ির গিট দিয়ে বা পাথর ব্যবহার করে বিভিন্ন উপায়ে সংখ্যা গণনা করত তার কিছু নমুনা দেখে নেই।

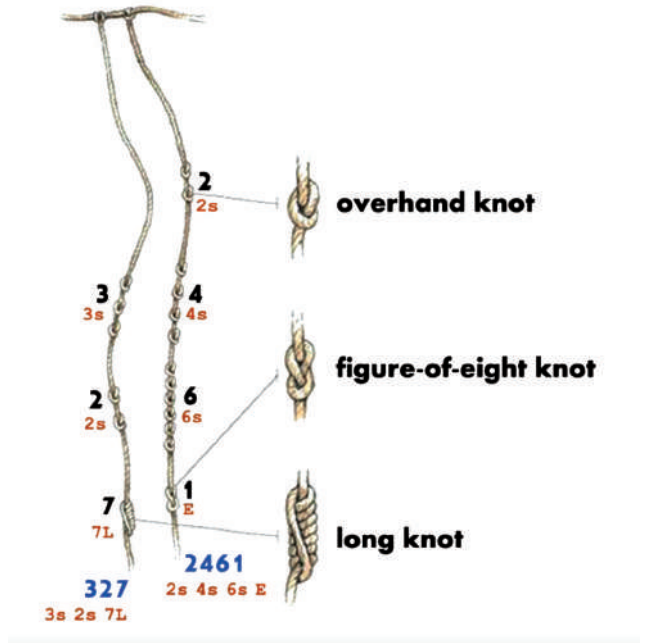
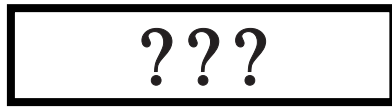
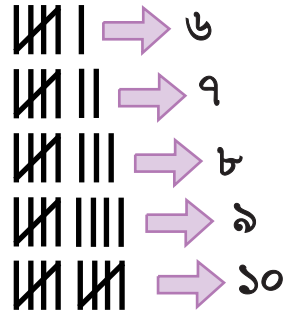
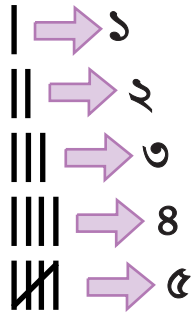
দাগ কেটে গণনা

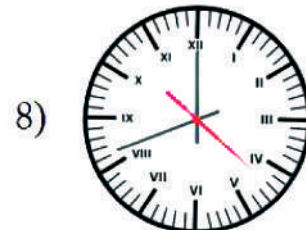
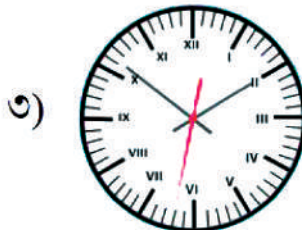
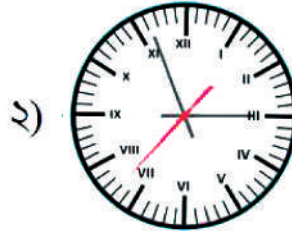
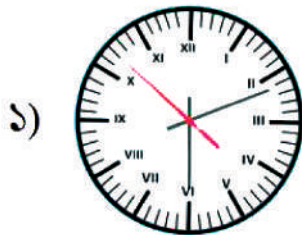
বিভিন্ন সময়ের মানুষ ৮ সংখ্যাটি উপরের ছবির মতো করে ভিন্ন ভিন্ন উপায়ে দাগ কেটে প্রকাশ করত।

৮ সংখ্যাটি প্রকাশ করার এরকম আরও কোনো উপায় কি তোমরা বলতে পারবে?

দড়ির গিট দিয়ে গণনা

তোমরা কি জানো ইনকা সভ্যতার মানুষেরা দড়ির গিট দিয়ে সংখ্যা প্রকাশ করত?

নিচের ছবি দেখে বোঝা যাচ্ছে কি?

ট্যালির মাধ্যমে গণনা

ঘড়িতে সময় দেখি

কোন ঘড়িতে সময় কত?

নিচের ছকটি পূরণ করো

সংখ্যা	ঘড়িতে কীভাবে লেখা আছে	সংখ্যা	ঘড়িতে কীভাবে লেখা আছে
১		৭	
২		৮	
৩		৯	
৪		১০	
৫		১১	
৬		১২	

অনুশীলনী

এবার বলো তো ঘড়ির সংখ্যা লেখার পদ্ধতি অনুসারে ১৩, ২০, ৬৭ সংখ্যাগুলো কীভাবে লেখা হবে?

পাজল

মায়ানরা কীভাবে সংখ্যা লিখত জানো?

নিচের সারণিটি পূরণ করতে পারবে?

আমাদের পরিচিত সংখ্যা	মায়ানরা যেভাবে লিখত	আমাদের পরিচিত সংখ্যা	মায়ানরা যেভাবে লিখত
০		৬	
১		৭	
২		৮	?
৩	?	১০	
৪		১৪	?
৫		১৯	?

দশমিক (Decimal) সংখ্যা পদ্ধতির গল্প

০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ এই মোট দশটা চিহ্ন দিয়ে সংখ্যা তৈরি করার যে পদ্ধতিটা ভারতীয় উপমহাদেশের গণিতবিদ আর্যভট্ট বের করেছিলেন সেটিকে আমরা দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি বলি।

চলো এবারে গল্পের মতো করেই শুনি কীভাবে আর্যভট্ট এই পদ্ধতির চিন্তা করেছিলেন।

আর্যভট্ট ভাবলেন, 'আমি যদি সংখ্যাকে প্রকাশ করতে চাই তাহলে নিচের মতো করে প্রকাশ করব।'

এরপর উনি লিখলেন:

০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯

এখন উনি ভাবলেন, 'আমার কাছে যতগুলো চিহ্ন ছিল সব একবার করে লেখা শেষ। এখন যদি একটু খেয়াল করি তাহলে দেখব রোমান পদ্ধতির মতো প্রত্যেকটা সংখ্যা এক এক করে বাড়তে থাকে। অর্থাৎ ১ এর সাথে ১ যোগ করলে ২ পাব আবার ২ এর সাথে ১ যোগ করলে ৩ পাব। এখন যদি আমি আবার লিখতে থাকি তাহলে ৯ এর পরে কী লিখব।

১ম বার লেখা শেষ:

০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
০ ??									

'কিন্তু আমি যে সবগুলোর চিহ্ন একবার ব্যবহার করেছি সেটা তো সংখ্যায় লিখতে হবে। সেটা আমি কোথায় লিখব।'

০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
১০									

সংখ্যাগুলো লিখা শেষ এটা বুঝাতে শূন্য লিখলাম এবং ১ লিখলাম প্রত্যেকটি সংখ্যার বাম পাশে কারণ একবার করে লেখা শেষ হয়েছে। এরপর তিনি বললেন, 'শুধু ১ এবং ১০ এ ০ এর বাম পাশের ১ কিন্তু একই অর্থ প্রকাশ করে না। অর্থাৎ এদের মান কিন্তু এক নয়। কারণ ১০ এ ০ এর বাম পাশের ১ বলছে আমরা সবগুলো সংখ্যা একবার লিখে ফেলেছি। এখন যদি আমি আবার একবারের পর এভাবে লিখতে থাকি তাহলে কী হবে?'

০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯
২০	২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬	২৭	২৮	২৯

এখানে ২০ এর ২ আর ১২ এর ২ কিংবা শুধু ২ এর মান কিন্তু একই না। আমরা যখন রোমান সংখ্যায় XX লিখি তাহলে ১০ আর ১০ যোগ করে ২০ বুঝাচ্ছি কিন্তু আমাদের এই নিয়মে ১০ লিখলে ১ আর ০ যোগ করে কিন্তু ১ বুঝাচ্ছে না। তিনি কিন্তু তখনও এইসব সংখ্যার নাম দেননি। তিনি বুঝালেন যে আমি সবগুলো প্রতীক কতবার লিখছি সেটা বুঝানোর জন্য সেই সংখ্যাটা বসাচ্ছি। এভাবে তিনি কত পর্যন্ত লিখতে পারবেন?

তাহলে যে ৯টি প্রতীক আছে সবগুলো দিয়ে দুইবার যদি নানাভাবে লিখি তাহলে আমরা ৯৯ পর্যন্ত লিখতে পারবো। এরপর উনি আবার আটকে গেলেন যে এরপর কী করা যায়। এরপর তিনি চিন্তা করলেন এই পদ্ধতিতে যে সংখ্যা পর্যন্ত লিখলাম তাকে আরেকবার লিখি। অর্থাৎ আরেকবার লিখতে হলে আমাদের আবার ০ থেকে শুরু করতে হবে এবং সেটা আমাকে বলতে হবে।

৯৯	৯৯	৯৯
----	----	----
০	০০	১০০

এরপর আমরা যদি খেয়াল করি উপরে লেখা বামের অঙ্কগুলোতে, তাহলে দেখব, সেখানেও আমরা একবার করে ৯ বার সবগুলো প্রতীক লিখে ফেলেছি। অতএব আমাকে আরেকটা শুন্য বসাতে হবে।

এখন আর বাম পাশে যদি ১ লিখি তাহলে,

এই ১০০ এর বাম পাশের ১ কিন্তু দুই অঙ্কের সংখ্যার বামের সংখ্যাগুলো কয়বার লেখা হয়েছে তা প্রকাশ করছে। কিন্তু দুই অঙ্কের সংখ্যার ডান পাশের সংখ্যাগুলো কী দিয়ে প্রকাশ করছে? এরপর একটি নাম দিলেন। এরপর তিনি দুই অঙ্কের সংখ্যার বামের সংখ্যাটিকে দশক এবং তিন সংখ্যার বামের সংখ্যাটিকে শতক বলে নাম দেন। অর্থাৎ আমরা যদি দেখি প্রথম ১ টার দশ গুণ হয়ে গেলো ১০ এবং ১০ এর দশ গুণ হয়ে গেলো ১০০।

এখান থেকে একটি চমৎকার জিনিস উনি খেয়াল করলেন যে, 'আমি যদি সংখ্যাগুলোকে পাশাপাশি লিখতে থাকি এবং আমি এক স্থান থেকে আরেক স্থানে আসি তবে সংখ্যাটা ১০ গুণ বাড়ে। এখন কিন্তু আমরা শিখে ফেললাম এবং তিন সংখ্যায় আমি ৯৯৯ পর্যন্ত লিখতে পারবো এবং এর পর আরও আবার এক ঘর বামে বাড়বে। এভাবে যতবার স্থানের পরিবর্তন হবে ততবার ১০ গুণ হয়ে বাড়তে থাকবে। এভাবে গণনার চিন্তা থেকেই আসলে দশমিক পদ্ধতিটা আসলো। আমরা যদি এখন দেখি যে প্রত্যেক বার স্থান পরিবর্তনে ১০ গুণ করে বেড়ে যাচ্ছে এবং সেইটাই সংখ্যা পদ্ধতি। আমাদের হাতের ১০টি আঙ্গুল দিয়ে ০ থেকে ৯ পযর্ন্ত এই দশটা চিহ্ন বা প্রতীককে দেখানো বা প্রকাশ করা যায়।

তাহলে আমাদের সংখ্যা পদ্ধতিতে ১০ টা চিহ্ন বা প্রতীক রয়েছে যার বাংলায় একটা নাম দিলাম অঙ্ক আর ইংরেজিতে একটা নাম দিলাম ডিজিট (Digit)

আমরা এইযে ১ - ৯ পর্যন্ত সংখ্যা দেখছি ওরা নিজেরাই একটা কিছু প্রকাশ করে অর্থাৎ ওদের দাম আছে। তবে এককভাবে ০ এর কোনো দাম বা মূল্য নেই তাই ০ কে অন্য কোনো সংখ্যার সঙ্গে থাকতে হয়। এজন্য ০ কে বলা হয় সহকারী বা ইংরেজিতে auxiliary আর ১-৯ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোকে বলা হয় সার্থক অঙ্ক বা ইংরেজিতে significant number আমরা আগে রোমান সংখ্যার কথার সময় বলেছিলাম XX বা XC এভাবে পাশপাশি সংখ্যা লেখাকে বলা সংখ্যা পাতন বা notation। কোনো সংখ্যা যদি আমরা লিখতে চাই তাহলে আমরা ০-৯ এই চিহ্নগুলোকে একটি নির্দিষ্ট পদ্ধতিতে লিখবো যে পদ্ধতিতে প্রতিবার যখন সংখ্যাটা বাম দিকে আসবে তখন সেটা তার থেকে ১০ গুণ বেড়ে যাবে।

তাহলে এখন আমরা দেখি,

একটি সংখ্যা ১২৩

এখানে তিনটি অঙ্ক আছে এবং তিনি ডান থেকে একক, দশক, শতক এভাবে প্রতিটির একটি করে নাম দিয়েছেন।

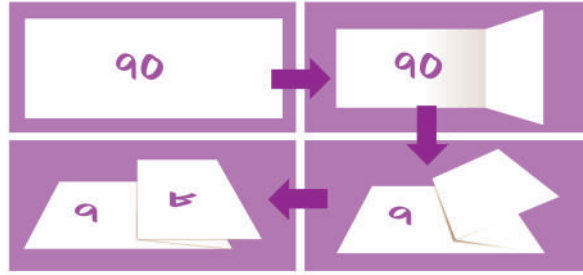
১	২	৩
শতক	দশক	একক

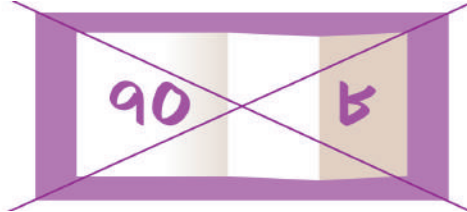
এটা পড়ার সময় আমাদের পড়তে হবে: ১ শতক ২ দশক ৩ একক।

সংখ্যাটার সত্যিকারের মান হবে:

একটা শতক (১০০) + দুইটা দশক(২০) + তিনটা একক(৩) = একশত তেইশ (১২৩)।

এভাবে আমরা সংখ্যাগুলো লিখতে শুরু করলাম এবং লেখার ফলে কিন্তু আমরা দশমিক পদ্ধতি পেয়ে গেলাম।

কাগজের ভাঁজে লুকানো স্থানীয় মান

স্থানীয় মান কীভাবে দেখব?

স্থানীয় মান কীভাবে দেখা যাবে না?

আরও বড় সংখ্যা তৈরি করি

দেশীয় রীতি

	লক্ষ		হাজার		শতক	দশক	একক
কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার			
অষ্টম	সপ্তম	ষষ্ঠ	পঞ্চম	চতুর্থ	তৃতীয়	দ্বিতীয়	প্রথম
১	৩	০	৮	২	৫	২	৪

এক কোটি ত্রিশ লক্ষ বিরাশি হাজার পাঁচশত চব্বিশ

আন্তর্জাতিক রীতি

বিলিয়ন			মিলিয়ন			হাজার			শতক	দশক	একক
দ্বাদশ তম	একাদশ তম	দশম	নবম	অষ্টম	সপ্তম	ষষ্ঠ	পঞ্চম	চতুর্থ	তৃতীয়	দ্বিতীয়	প্রথম
২	৪	৪	২	১	৩	০	৮	২	৫	২	৪

দুইশত চুয়ালিশ বিলিয়ন দুইশত তেরো মিলিয়ন বিরাশি হাজার পাঁচশত চব্বিশ

দেশীয় ও আন্তর্জাতিক রীতির তুলনা

					লক্ষ		হাজার		শতক	দশক	একক
?	?	?	?	কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার			
দ্বাদশ তম	একাদশ তম	দশম	নবম	অষ্টম	সপ্তম	ষষ্ঠ	পঞ্চম	চতুর্থ	তৃতীয়	দ্বিতীয়	প্রথম
৩	৪	৭	৮	১	৯	৯	৩	৫	৬	১	৮
বিলিয়ন			মিলিয়ন			হাজার			শতক	দশক	একক

উপরের সংখ্যাটিকে দেশীয় ও আন্তর্জাতিক উভয় রীতিতে প্রকাশ করো।

দেশীয় রীতিতে কোটির উপরে আরও কিছু কি আছে?

খুঁজে বের করার দায়িত্ব তোমাদের। তোমাদের শিক্ষক, অভিভাবক, আত্মীয় স্বজন, বন্ধু সবার সাথে আলোচনা করতে পার।

জোড়ায় কাজ

- প্রতি জোড়ায় ০, ১, ২, ..., ৯ অঙ্কগুলি পুনরাবৃত্তিসহ লিখে মোট ১৬ টি কাগজের টুকরা তৈরি করো। নিচে একটি নমুনা দেওয়া হলো:

০	১	১	২
৩	৫	৬	৭
৪	৮	৮	৯
২	৬	০	৮

- এবার প্রতি জোড়ায় তৈরি করা ১৬ টুকরা কাগজ থেকে লটারির মাধ্যমে জোড়ার প্রত্যেকে ৮টি করে কাগজের টুকরা নাও।
- এরপর জোড়ার প্রত্যেক শিক্ষার্থী লটারিতে প্রাপ্ত ৮টি কাগজের টুকরায় সাজিয়ে সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন সংখ্যা তৈরি করে খাতায় লিখো।
- এবার জোড়ার দুজনের সর্বোচ্চ সংখ্যা দুটির মধ্যে যার সংখ্যাটি বৃহত্তর হবে সে ১ পয়েন্ট পাবে অন্যজন ০ পয়েন্ট পাবে।

- এবার জোড়ার দুজন শিক্ষার্থীর সর্বনিম্ন সংখ্যা দুটির মধ্যে যার সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতর হবে সে ১ পয়েন্ট পাবে অন্যজন ০ পয়েন্ট পাবে।
- যার মোট পয়েন্ট বেশি হবে সে বিজয়ী হবে, পয়েন্ট সমান হলে খেলা ড্র হবে।

অনুশীলনী

১) পুনরাবৃত্তি না করে নিচের অঙ্ক গুলো ব্যবহার করে চার অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা তৈরি করো।

ক) ২, ৮, ৭, ৪ খ) ৯, ৭, ৪, ১ গ) ৪, ৭, ৫, ০ ঘ) ১, ৭, ৬, ২ ঙ) ৫, ৪, ০, ২

(সংকেত ঃ ০৭৫৪ কিন্তু তিন অঙ্কের একটি সংখ্যা)

২) যে কোনো একটি অঙ্ক দুইবার ব্যবহার করে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা তৈরি করো।

ক) ৩, ৮, ৭ খ) ৯, ০, ৫ গ) ০, ৪, ৯ ঘ) ৮, ৫, ১

(সংকেত: দুইবার ব্যবহার করা যায় এমন যতগুলো শর্ত আছে সেগুলো চিন্তা করো)

৩) নিচের শর্তগুলো পূরণ করে যে কোনো চারটি ভিন্ন অঙ্ক ব্যবহার করে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা তৈরি করো। (প্রথমটি সমাধান করে দেওয়া হলো)

ক) ৭ অঙ্কটি এককের স্থানে থাকবে।

বৃহত্তম	৯	৮	৬	৭
ক্ষুদ্রতম	১	০	২	৭

(সংখ্যাটি ০ দিয়ে শুরু হতে পারবে না। কেন?)

খ) ৪ অঙ্কটি সবসময় দশকের স্থানে থাকবে।

বৃহত্তম			৪	
ক্ষুদ্রতম			৪	

গ) ৯ অঙ্কটি সবসময় শতকের স্থানে থাকবে।

বৃহত্তম		৯		
ক্ষুদ্রতম		৯		

ঘ) ১ অঙ্কটি সবসময় হাজারের স্থানে থাকবে।

বৃহত্তম	১			
ক্ষুদ্রতম	১			

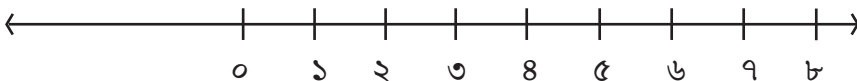
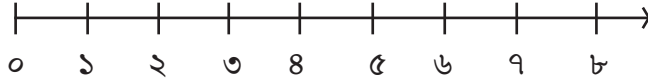
পাজল

ছবির বাক্সে তোমার জন্মদিনের জন্য একটা উপহার রয়েছে। তবে সমস্যা হলো বাক্সটি একটা তালা দিয়ে বন্ধ করা আছে। তালার ঠিক নিচেই ০ থেকে ৯ পর্যন্ত অঙ্কগুলি লিখা আছে। তালা খুলতে প্রয়োজন তিনটি অঙ্ক দিয়ে তৈরি একটি গোপন সংখ্যা। নিচের কাগজে লিখা আছে সেই গোপন সংখ্যার নানা বৈশিষ্ট্য।

এবার তাহলে খুঁজে বের করো সেই গোপন সংখ্যা আর জিতে নাও উপহার।

সংখ্যারেখা

সংখ্যারেখার মাধ্যমে পূর্ণসংখ্যার চার প্রক্রিয়ার ধারণা

- একটি সরল রেখা এঁকে তার উপরের যে কোনো বিন্দুকে ০ দ্বারা চিহ্নিত করো।
- ০ এর ডানদিকে দ্বিতীয় একটি বিন্দুকে ১ দ্বারা চিহ্নিত করো।
- ০ এবং ১ হিসেবে চিহ্নিত এই বিন্দুগুলোর মধ্যে দূরত্বকে একক দূরত্ব বলা হয়।
- এবারে এই সরলরেখায় ১ এর ডানদিকে এবং ১ থেকে একক দূরত্বে একটি বিন্দুকে ২ দ্বারা চিহ্নিত করো।
- এইভাবে সরলরেখায় ৩, ৪, ৫, ... হিসেবে ইউনিট দূরত্বে বিন্দু চিহ্নিত করো।
- এই পদ্ধতিতে তুমি ডানদিকে ০ এবং ০ থেকে বড় সকল পূর্ণ সংখ্যা চিহ্নিত করতে পারবে।

এখানে উপরের সংখ্যারেখার ০ এবং তার ডান পাশের অংশ নিয়ে আমরা আলোচনা করব।

এখানে ২ এবং ৪ এর মধ্যে দূরত্ব কত? অবশ্যই এটি ২ একক। তুমি কি ২ এবং ৬ এর মধ্যে, ২ এবং ৭ এর মধ্যে দূরত্ব বলতে পারবে?

সংখ্যারেখায় তুমি দেখতে পাবে যে ৭ নম্বরটি ৪ এর ডানদিকে রয়েছে। এই ৭ নম্বরটি ৪ এর চেয়ে বড় অর্থ্যাৎ ৭ > ৪। ৮ নম্বরটি ৬ এর ডানদিকে রয়েছে এবং ৮ > ৬।

এই পর্যবেক্ষণগুলি আমাদের বলতে সাহায্য করে যে, যে কোনো দুটি পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে, ডানদিকের সংখ্যাটি বৃহত্তর সংখ্যা। আমরা আরও বলতে পারি যে, বাম দিকের পূর্ণ সংখ্যাটি ছোট সংখ্যা।

উদাহরণস্বরূপ, ৪ < ৯; ৯ এর বাম দিকে ৪ আছে। একইভাবে, ১২ > ৫; ১২ হলো ৫ এর ডানদিকে।

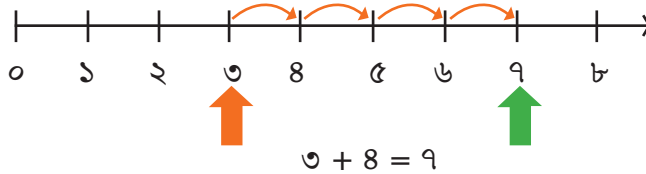
এবারে তুমি ১০ এবং ২০ সম্পর্কে মতামত দাও।

সংখ্যারেখায় ৩০, ১২, ১৮ চিহ্নিত করো। সবচেয়ে দূরে বাম দিকে কোন সংখ্যা? তুমি কি ১০০৫ এবং ৯৭৫৬ থেকে বলতে পারো, কোন নম্বরটি অন্য নম্বরের তুলনায় ডানদিকে হবে?

সংখ্যারেখায় ১২ এর পরের পূর্ণ সংখ্যা এবং ৭-এর আগের পূর্ণ সংখ্যা চিহ্নিত করো।

সংখ্যারেখায় যোগ

সংখ্যারেখায় পূর্ণ সংখ্যার যোগ দেখানো যেতে পারে। ৩ এবং ৪ এর যোগ দেখা যাক।

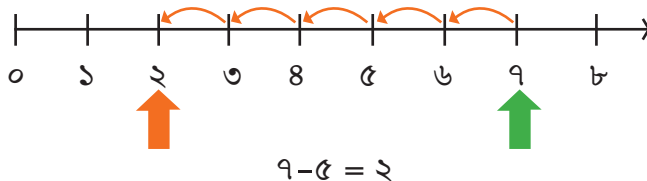
৩ + ৪ = ৭

৩ থেকে শুরু করো। যেহেতু আমরা এই সংখ্যার সাথে ৪ যোগ করি, তাই ডানদিকে ৪ টি লাফ দাও; ৩ থেকে ৪, ৪ থেকে ৫, ৫ থেকে ৬ এবং ৬ থেকে ৭ পর্যন্ত (উপরের চিত্রে প্রদর্শিত)। ৪টি লাফের শেষ অবস্থান হবে ৭-এ।

সুতরাং, ৩ এবং ৪ এর যোগফল হবে ৭। অর্থাৎ ৩ + ৪ = ৭

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে ৪ + ৫, ২ + ৬ , ৩ + ৫ এবং ১ + ৬ এই যোগফলগুলি চিহ্নিত করো।

সংখ্যারেখায় বিয়োগ

দুটি পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ ও সংখ্যারেখায় দেখানো যেতে পারে। এসো ৭-৫ বের করি।

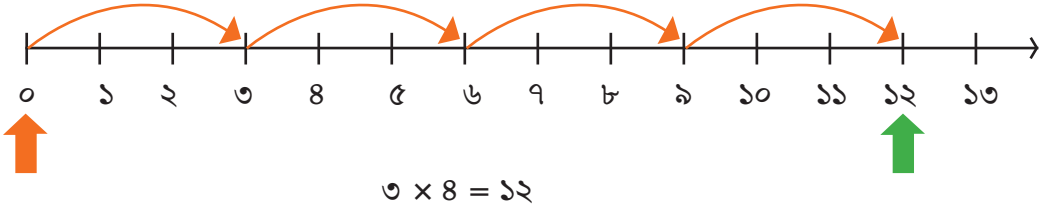
৭−৫ = ২

৭ থেকে শুরু করি। যেহেতু আমরা এই সংখ্যার ৫ বিয়োগ করব, তাই ইহা বামদিকে ১ টি লাফে ১ একক যাবে। এরূপ ৫টি লাফে ২ বিন্দুতে গিয়ে পৌঁছবে।

সুতরাং ৭ এবং ৫ এর বিয়োগফল হবে ২। অর্থাৎ ৭−৫=২

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে ৮-৩, ৬-২ এবং ৯-৬ এই বিয়োগফলগুলি চিহ্নিত করো।

সংখ্যারেখার মাধ্যমে গুণ

এখন সংখ্যারেখায় পূর্ণ সংখ্যার গুণ দেখতে পাচ্ছি।

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে এসো আমরা ৩ × ৪ বের করি।

৩ × ৪ = ১২

০ থেকে শুরু করো, ডানদিকে একবারে ৩ টি একক লাফ দাও, এইরকম ৪ টি লাফ দিতে হবে।

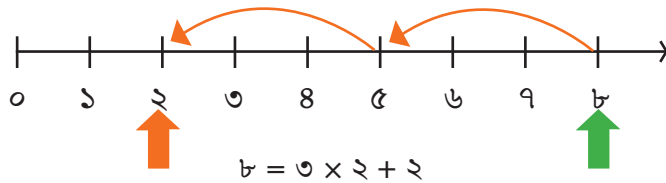
কোথায় পৌঁছাবে বলো তো? ১২ তে।

তাই, আমরা বলি, ৩ × ৪ = ১২।

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে ৬ × ২, ৬ × ৭ এবং ৫ × ৩ এই গুণফলগুলি নির্ণয় করো।

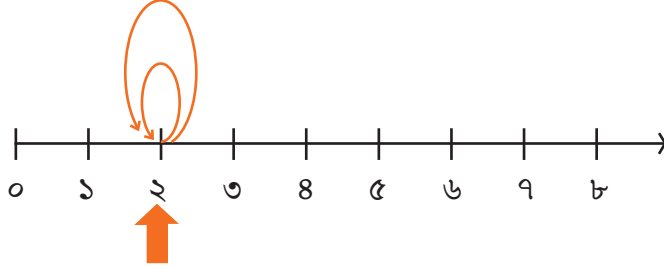
সংখ্যারেখার মাধ্যমে ভাগের ধারণা

সংখ্যারেখায় আমরা যোগ, বিয়োগ ও গুণের ধারণা দেখেছি। এবারে দেখবো ভাগের ধারণা। ভাগ অর্থ ভাজ্য থেকে বারবার করে ভাজককে বিয়োগ করা। এবং সবশেষে আমরা ভাজকের চেয়ে ছোট একটা সংখ্যায় পৌঁছালে সেটাকেই ভাগশেষ বলি।

৮ = ৩ × ২ + ২

ভাজ্য = ৮, ভাজক = ৩,

ভাগফল = ২, ভাগশেষ = ২

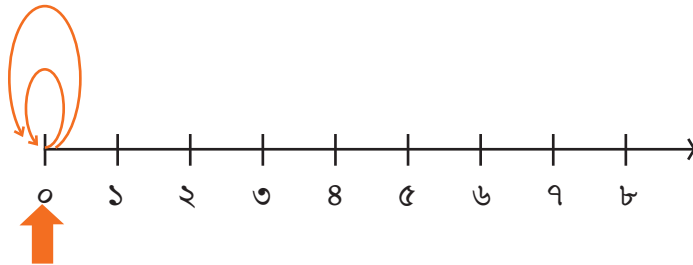
এবারে তোমরা সংখ্যারেখার মাধ্যমে ১৩ কে ৪ দিয়ে ভাগ করে ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করো।

চলো সংখ্যারেখার মাধ্যমে ২ কে ০ দিয়ে ভাগ করি।

এখানে, ভাজ্য = ২ এবং ভাজক = ০। ফলে, ২ থেকে ০ দৈর্ঘ্যের লাফ যতবারই দেওয়া হোক অর্থাৎ যতবারই ০ বিয়োগ করা হোক অবস্থান ২ ই হবে। কাজেই কখনোই এই বিয়োগ শেষ হবে না। ফলে ভাগ প্রক্রিয়া চলতেই থাকবে। কোনো ভাগফলও পাওয়া যাবে না। অর্থাৎ, ভাগ প্রক্রিয়ার সংজ্ঞা অনুসারে কোনো ভাগফল পাওয়া যাচ্ছে না।

একারণে-

২ কে ০ দিয়ে ভাগ করলে সেটাকে আমরা অসংজ্ঞায়িত (Undefined) বলি।

একইভাবে ১, ৩, ৪, ৫, ৬, ১২ এরকম সব সংখ্যাকেই ০ দিয়ে ভাগ করলে আমরা অসংজ্ঞায়িত (Undefined) বলবো।

কিন্তু, ০ কে ০ দিয়ে ভাগ করলে কী হবে?

এবারে কিন্তু একটু অন্যরকম ঘটনা ঘটল।

এখানে, ভাজ্য = ০ এবং ভাজক = ০। ফলে, ০ থেকে ০ দৈর্ঘ্যের লাফ যতবারই দেওয়া হোক অর্থাৎ যতবারই ০ বিয়োগ করা হোক অবস্থান ০ ই হবে। এমনকি কোনোরকম লাফ না দিলে অর্থাৎ একবারও ০ বিয়োগ না করলেও একই ঘটনা ঘটবে। তাই ভাগফল ০, ১, ২, ৩, ৮, ১৫, ১৬ এভাবে অনেক কিছুই হতে পারে। এক্ষেত্রে একটি নির্দিষ্ট ভাগফল নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

একারণে- ০ কে ০ দিয়ে ভাগ করলে সেটাকে আমরা অনির্ণেয় (**Indeterminate**) বলি।

বিভাজ্যতা

বিভাজ্যতার ধারণা

যদি একটি পূর্ণসংখ্যাকে অন্য একটি পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ০ হয় তখন আমরা বলি প্রথম সংখ্যাটি (ভাজ্য) দ্বিতীয় সংখ্যা (ভাজক) দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

সংখ্যারেখার সাহায্যে অথবা প্রচলিত পদ্ধতিতে ভাগ করে ১২ সংখ্যাটি ১, ২ ,৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য কিনা যাচাই করো।

২ ও ৪ দিয়ে বিভাজ্যতার নিয়ম ও স্থানীয়মানের সাহায্যে কারণ ব্যাখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য

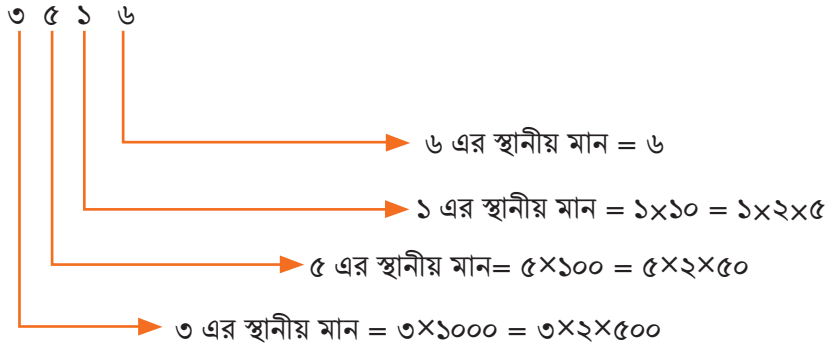
২ এর কয়েকটি গুণিতক লিখে পাই,

২×০ = ০, ২×১ = ২, ২×২ = ৪, ২×৩ = ৬, ২×৪ = ৮,

২×৫ = ১০, ২×৬ = ১২, ২×৭ = ১৪, ২×৮ = ১৬, ২×৯ = ১৮ ইত্যাদি।

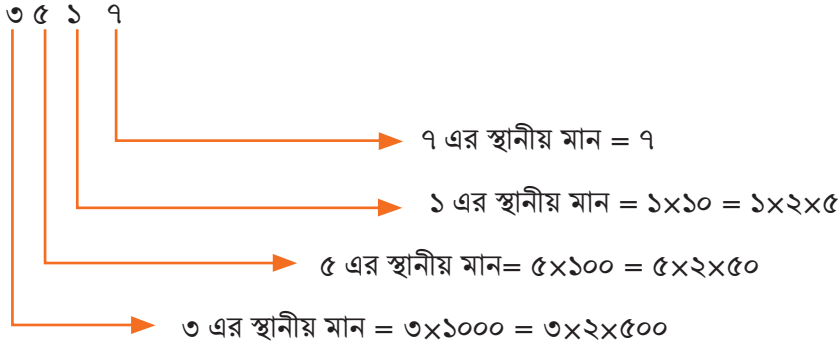
গুণফলের প্রক্রিয়া লক্ষ করি। যে কোনো সংখ্যাকে ২ দ্বারা গুণ করলে গুণফলের একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে ০,২, ৪, ৬ বা ৮। সুতরাং দেখা যাচ্ছে, কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ০, ২, ৪, ৬ বা ৮ হলে, সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে। এবারে স্থানীয়মানের সাহায্যে দেখে নেই আমাদের পর্যবেক্ষণ সত্যি কিনা।

৩৫১৬ কে স্থানীয় মানে লিখলে হয়

৩৫১৬ = ৩০০০ + ৫০০ + ১০ + ৬

এখানে, একক স্থানীয় অঙ্ক = ৬, যা ২ দ্বারা বিভাজ্য। এছাড়া এককের বামদিকের যেকোনো অঙ্কের স্থানীয় মান ২ দ্বারা বিভাজ্য।

অর্থাৎ একক স্থানীয় অঙ্কটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটিও ২ দ্বারা বিভাজ্য।

এরূপ সংখ্যাকে আমরা জোড় সংখ্যা বলে জানি।

আবার, ৩৫১৭ কে স্থানীয় মানে লিখলে হয়

৩৫১৭ = ৩০০০ + ৫০০ + ১০ + ৭

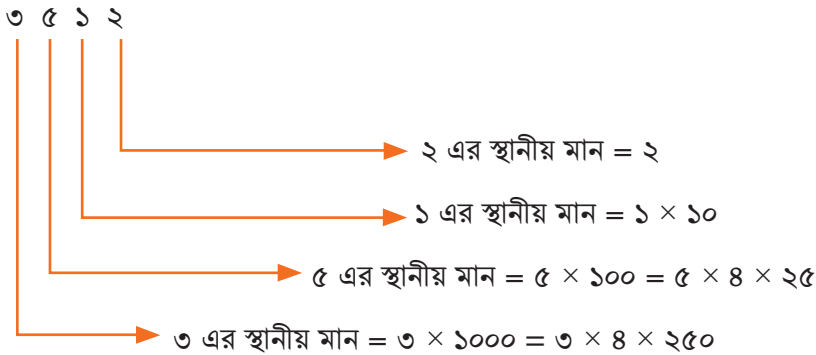
এখানে, একক স্থানীয় অঙ্ক = ৭, যা ২ দ্বারা বিভাজ্য নয়। এছাড়া এককের বামদিকের যে কোনো অঙ্কের স্থানীয় মান ২ দ্বারা বিভাজ্য।

অর্থাৎ একক স্থানীয় অঙ্কটি ২ দ্বারা বিভাজ্য না হলে সংখ্যাটিও ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে না।

এরূপ সংখ্যাকে আমরা বিজোড় সংখ্যা বলে জানি।

কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কে শূন্য অথবা জোড় সংখ্যা হলে সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

৪ দ্বারা বিভাজ্য

৩৫১২ কে স্থানীয় মানে লিখলে হয়

৩৫১২ = ৩০০০ + ৫০০ + ১০ + ২

এখানে, ১০, ৪ দ্বারা বিভাজ্য নয়। কিন্তু দশকের বামদিকের যে কোনো অঙ্কের স্থানীয় মান ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

আবার, ৩৫১২ = ৩০০০ + ৫০০ + ১২

এখানে, ১২, ৪ দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং ৩৫১২ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য। অর্থাৎ একক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ায় সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

কোনো সংখ্যার একক ও দশক স্থানের অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অথবা একক ও দশক স্থানের অঙ্ক দুইটি শূন্য হলে, সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

দলগত কাজ: ৮ দিয়ে বিভাজ্যতার নিয়ম স্থানীয়মানের সাহায্যে ব্যাখ্যা ও উপস্থাপন

৫ দ্বারা বিভাজ্য

৫ এর কয়েকটি গুণিতক লিখি।

৫×০ = ০, ৫×১ = ৫, ৫×২=১০, ৫×৩ = ১৫, ৫×৪ = ২০, ৫×৫ = ২৫, ৫×৬ = ৩০,

৫×৭ = ৩৫, ৫×৮ = ৪০, ৫×৯ = ৪৫ ইত্যাদি।

গুণফলের প্রক্রিয়া লক্ষ করে দেখি যে, কোনো সংখ্যাকে ৫ দিয়ে গুণ করলে গুণফলের একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে ০ বা ৫। সুতরাং দেখা যাচ্ছে, একক স্থানে ০ বা ৫ অঙ্কযুক্ত সংখ্যা ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

একক কাজ: ৫ দিয়ে বিভাজ্যতার নিয়ম স্থানীয়মানের সাহায্যে ব্যাখ্যা ও উপস্থাপন

৩, ৬, ৯ দিয়ে বিভাজ্যতার নিয়ম ও স্থানীয়মানের সাহায্যে কারণ ব্যাখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য

এখানে, ৪ × ৩ × ৩ এবং ১ × ৩ × ৩৩ সংখ্যাগুলো ৩ দ্বারা বিভাজ্য এবং একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলোর যোগফল = ১+৪ + ৭ = ১২; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

ফলে, ১৪৭ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

আবার, ১৪৮ সংখ্যাটি বিবেচনা করি।

এখানে, ৪ × ৩ × ৩ এবং ১ × ৩ × ৩৩ সংখ্যাগুলো ৩ দ্বারা বিভাজ্য। কিন্তু একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলোর যোগফল = ১ + ৪ + ৮ = ১৩; যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

ফলে, ১৪৮ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

> কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

৬ দ্বারা বিভাজ্য

কোনো সংখ্যা ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৬ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

৯ দ্বারা বিভাজ্য

৩ ৭ ৮ সংখ্যাটি বিবেচনা করি।

এখানে, ৭ × ৯ ও ৩ × ৯ × ১১ প্রত্যেকে ৯ দ্বারা বিভাজ্য এবং একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলোর যোগফল = ৩ + ৭ +৮ = ১৮, যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য। ফলে, ৩৭৮ সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

> কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৯ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

দলগত কাজ: ১১ দিয়ে বিভাজ্যতার সহজ নিয়ম খুঁজে বের করা

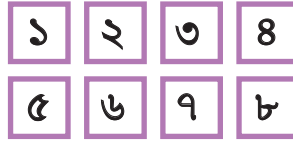
১১ দ্বারা বিভাজ্যতা

৩০৮, ১৩৩১ এবং ৬১৮০৯ সংখ্যাগুলি সবই ১১ দ্বারা বিভাজ্য।

নিচের সারণি ব্যবহার করে আমরা ১১ দিয়ে বিভাজ্যতার কোনো সহজ নিয়ম খুঁজে পাই কিনা দেখি।

সংখ্যা	ডান থেকে অঙ্কের যোগফল (বিজোড় জায়গায়)	ডান থেকে অঙ্কের যোগফল (জোড় জায়গায়)	পার্থক্য
৩০৮	৮+৩=১১	০	১১-০=১১
১৩৩১	১+৩=৪	৩+১=৪	৪-৪=০
৬১৮০৯	৯+৮+৬=২৩	০+১=১	২৩-১=২২

তিন কার্ডের ম্যাজিক

- একটি কাগজকে আট টুকরো করে টুকরোগুলোর উপর ১ থেকে ৮ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো লেখো।

- আট টুকরো কাগজ থেকে ইচ্ছামতো তিনটি কাগজ নির্বাচন করো।

(উদাহরণ)

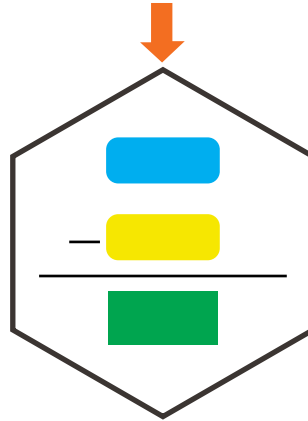
নির্বাচিত সংখ্যা কার্ড

- তিনটি কাগজে যে তিনটি সংখ্যা রয়েছে সেগুলো দিয়ে তিন অঙ্কের সবচেয়ে বড় সংখ্যা এবং সবচেয়ে ছোট সংখ্যা তৈরি করে বৃহত্তম সংখ্যা থেকে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করো।

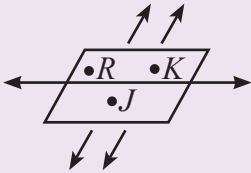
(উদাহরণ)

- এবার, ম্যাজিক দেখানোর পালা।
- একজন একজন করে প্রত্যেকের বিয়োগফলের শুধুমাত্র একক স্থানীয় অঙ্কটি শিক্ষককে বলো। (চিত্রে প্রদর্শিত উদাহরণের ক্ষেত্রে একক স্থানীয় অঙ্ক হবে = ৬)
- তোমার শিক্ষক বাকি দুইটি অঙ্ক (দশক ও শতক স্থানীয়) বলে দিবেন।
- তুমিও কি পারবে শিক্ষকের মতো এরকম ম্যাজিক দেখাতে? চেষ্টা করেই দেখো নিজে নিজে এই ম্যাজিকের রহস্য বের করতে পার কিনা?

তোমার বন্ধুদের ম্যাজিকটি দেখাও।
নিজের পরিবারের সদস্য, আত্মীয় স্বজন এবং প্রতিবেশীদের ম্যাজিকটি দেখাও।

প্রিয় নামে বয়স জানো

সবুজ ঘরে পাওয়া সংখ্যাটি শিক্ষককে বলো। শিক্ষক তোমার বয়স বলে দিবেন।

তোমার বন্ধুদের ম্যাজিকটি দেখাও।
নিজের পরিবারের সদস্য, আত্মীয় স্বজন এবং প্রতিবেশীদের ম্যাজিকটি দেখাও।

দ্বিমাত্রিক বস্তুর গল্প

গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড

জ্যামিতি গণিতের পুরোনো কিন্তু মজার একটি শাখা। কারণ জ্যামিতি জেনেই আমরা আমাদের খেলার মাঠ, বাগান, ঘর-বাড়ি, জমিজমা ইত্যাদি পরিমাপ করে থাকি। তোমাদের নিশ্চয়ই জানতে ইচ্ছে করছে জ্যামিতি শব্দটির মানে কী? জানা যায়, গ্রিকদেশের মানুষরা ভূমিকে Geo বলত এবং পরিমাপকে বলত metron। এই Geo এবং metron মিলেই হলো Geometry, বাংলায় আমরা বলি জ্যামিতি। এবার তাহলে প্রশ্ন করতে পারো এই জ্যামিতির প্রয়োজন কেন হয়েছিল? আজ থেকে অনেক অনেক বছর আগে কৃষিকে নির্ভর করে গড়ে উঠেছিল বিভিন্ন সভ্যতা। কৃষি কাজের জন্য প্রয়োজন হয় জমিজমার। আর এই জমিজমা পরিমাপের জন্যই প্রয়োজন হয় জ্যামিতির। তবে আজকাল জ্যামিতি শুধু জমি পরিমাপের জন্য ব্যবহার হয় না। গণিতের অনেক জটিল সমস্যাও জ্যামিতির জ্ঞান ব্যবহার করে সমাধান করা হচ্ছে। প্রাচীন মিশর, ব্যাবিলন, ভারতবর্ষ, চীন ও দক্ষিণ আমেরিকার ইনকা সভ্যতার বিভিন্ন কাজে জ্যামিতি ব্যবহারের প্রমাণ পাওয়া যায়।

তবে প্রাচীন গ্রিক সভ্যতার যুগেই জ্যামিতির সাজানো গোছানো সুন্দর রূপটি স্পষ্টভাবে দেখা যায়। গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড জ্যামিতির সূত্রগুলোকে সুবিন্যিস্ত করে তাঁর বিখ্যাত গ্রন্থ Elements রচনা করেন। এছাড়া জ্যামিতিকে সমৃদ্ধ করার ক্ষেত্রে থেলিস, পিথাগোরাস, প্লেটো, টলেমি, আর্কিমিডিস সহ আরও অসংখ্য গণিতবিদের অবদান রয়েছে।

জ্যামিতির মৌলিক ধারণা

নিচের ছকটি লক্ষ করি এবং এর খালি ঘরগুলো পূরণ করি:

জ্যামিতিক নাম	বর্ণনা	চিত্র	কীভাবে পড়তে হবে
বিন্দু	বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই।	• A	বিন্দু
রেখা	রেখার নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই।	A B	রেখা
রেখাংশ	রেখাংশের নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য আছে।	A B	রেখাংশ
রশ্মি	রশ্মির একটি প্রান্ত বিন্দু আছে। এর নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই।	A B	রশ্মি
তল	তলের শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে। তল দ্বিমাত্রিক।	R K J	সমতল RJK
সমান্তরাল রেখা	একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সমান্তরাল রেখা কখনো একে অপরকে ছেদ করে না।	E F G H	EF ও GH রেখাদ্বয় সমান্তরাল
কোণ			
সন্নিহিত কোণ			
সমকোণ			

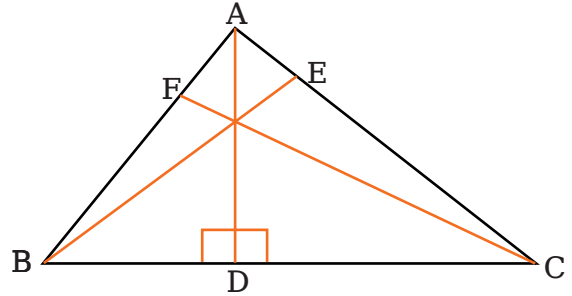
কাগজের ত্রিভুজ

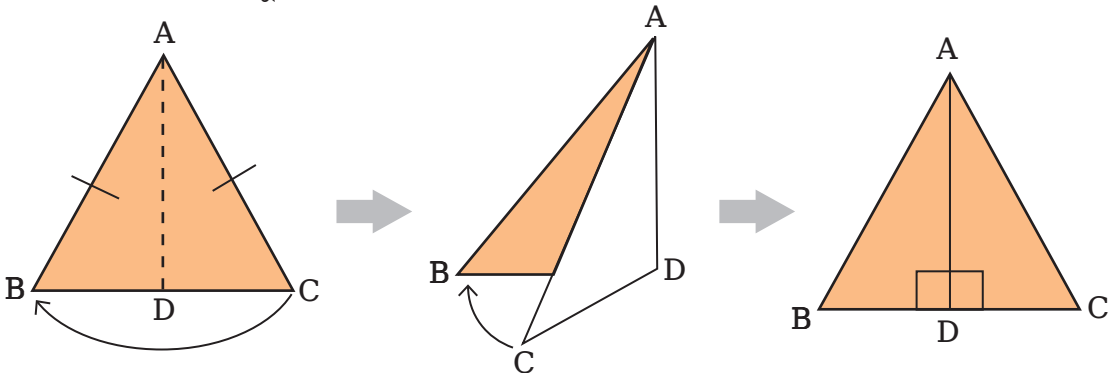
ইচ্ছেমতো কাগজের কয়েকটি ত্রিভুজ কাট। এবার, ত্রিভুজগুলোর ছবি এঁকে বা খাতায় আঁঠা দিয়ে লাগিয়ে নিচের মতো ছক তৈরি করে পূরণ করো।

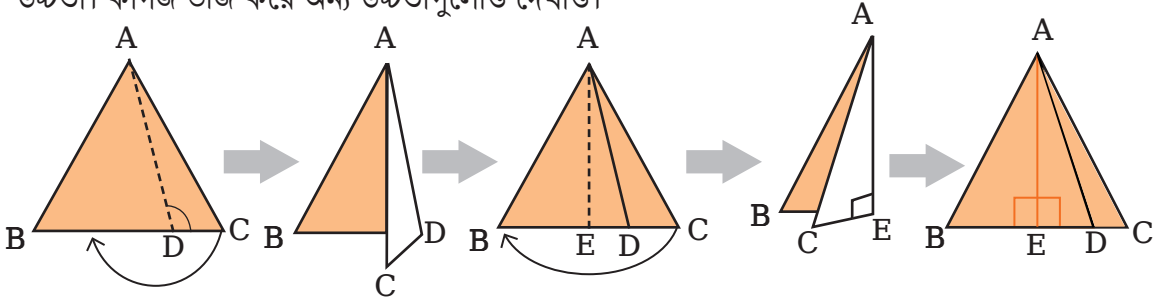
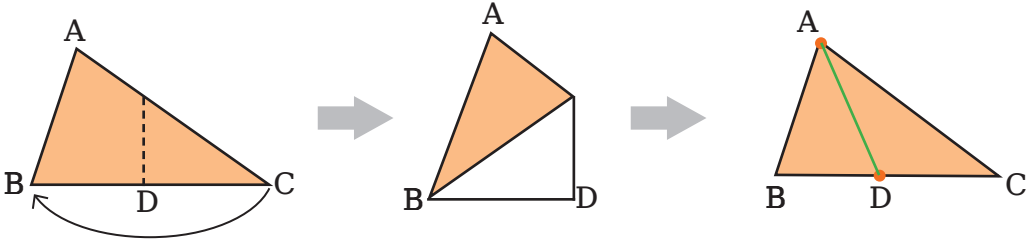
ছবি	১ম কোণ	২য় কোণ	৩য় কোণ	কোণ তিনটির যোগফল	১ম বাহুর দৈর্ঘ্য	২য় বাহুর দৈর্ঘ্য	৩য় বাহুর দৈর্ঘ্য	ত্রিভুজের ধরন

ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুই ভূমি হতে পারে এবং সেই অনুসারে উচ্চতা তিনটি

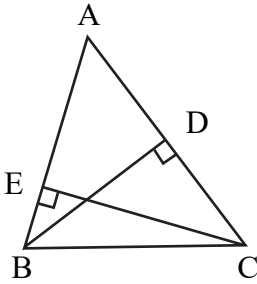
সুক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের তিনটি উচ্চতা

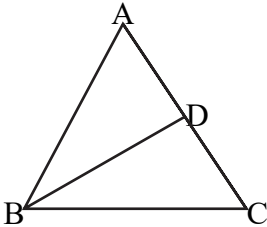
চিত্রে △ ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ এবং AD, BE ও CF তিনটি উচ্চতা।

সমকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা

চিত্রে △ ABD ও △ ACD দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং AD উভয় ত্রিভুজের একটি উচ্চতা। কাগজ ভাঁজ করে অন্য উচ্চতাগুলোও দেখাও।

স্থূলকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা

চিত্রে △ ABD সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ও △ ACD স্থূলকোণী ত্রিভুজ। AE উভয় ত্রিভুজের একটি উচ্চতা। কাগজ ভাঁজ করে অন্য উচ্চতাগুলোও দেখাও।

ত্রিভুজের মধ্যমা নির্ণয় করো

সবুজ রঙের সরলরেখাংশটি ত্রিভুজের একটি শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ ঘটায়। এজন্য একে 'ত্রিভুজের মধ্যমা' বলব।

অনুশীলনী

১)

চিত্রে, AB= ১০০ সে.মি. , AC = ১২০ সে.মি. এবং BD = ৮০ সে.মি. হলে CE =?

২)

চিত্রে, ABC ত্রিভুজের BD মধ্যমা এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য AD এর দ্বিগুণ।
ত্রিভুজটি কী ধরনের?
উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৩) একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., ১২ সে.মি. এবং ১৩ সে.মি.।
ক) আনুপাতিক চিত্র অংকন করো।
খ) সমকৌণিক বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

বিভিন্ন আকৃতির বস্তু খুঁজি

আমাদের চারপাশে নানা আকৃতির বস্তু আছে। সবগুলো বস্তু দেখতে একরকম নয়, তাদের বৈশিষ্ট্যগুলিও ভিন্ন ভিন্ন। আজ আমরা নানারকম বস্তুর আকৃতি ও বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে জানব এবং তাদের মধ্যে মিল/অমিল খুঁজে বের করব।

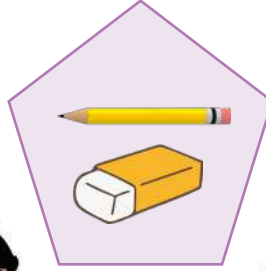
তোমাদের শ্রেণিকক্ষের ভিতরে যে বিভিন্ন আকৃতির বস্তু রয়েছে তা খুঁজে বের করো। এ বস্তুগুলোর আকৃতির ভিন্নতার কারণ চিন্তা করো। এ বস্তুগুলোর তলের সংখ্যার মধ্যে কোনো ভিন্নতা আছে কি? চারপাশের এ বস্তুগুলোর বাহুর সংখ্যা কি ভিন্ন ভিন্ন? নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করে এদের কোণ, বাহু এবং তল চিহ্নিত করতে চেষ্টা করো।

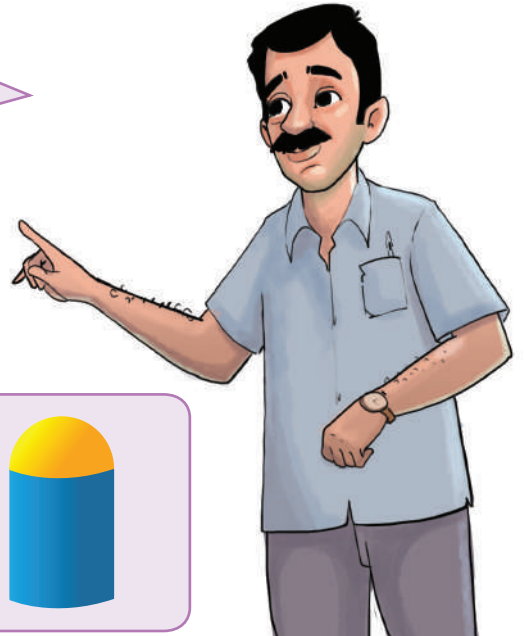
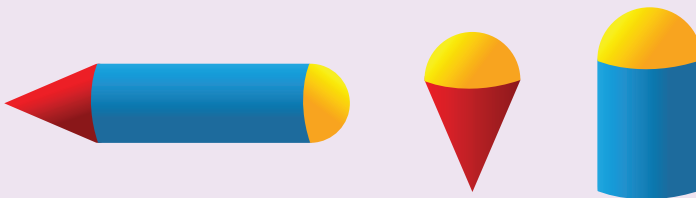
চলো আমরা নিচের ছবিগুলো নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করি এবং ছকটি পূরণ করি

ছবি	নাম	বাহু	কোণ	তল	জ্যামিতিক আকৃতির নাম	দ্বিমাত্রিক/ ত্রিমাত্রিক
	বই	১২	২৪	৬	আয়তাকার ঘনবস্তু	ত্রিমাত্রিক

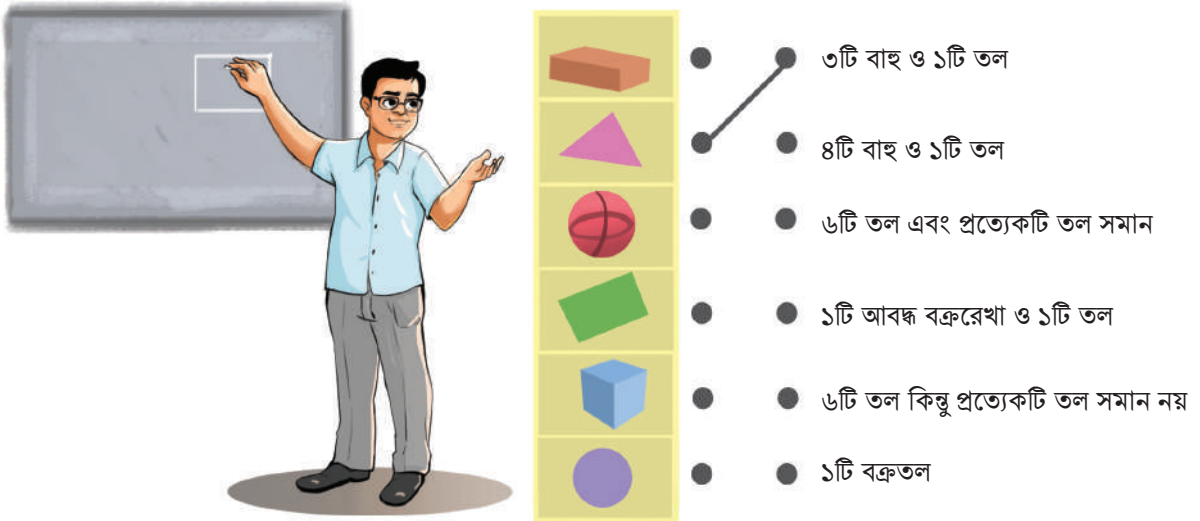
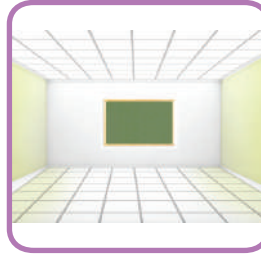
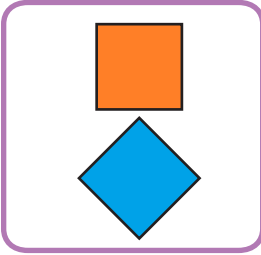
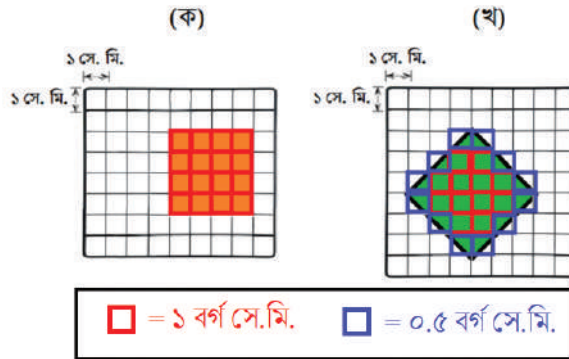
এ বস্তুগুলো কোন ধরনের আকৃতি দিয়ে তৈরি?

এগুলো আবার কোন ধরনের আকৃতি!

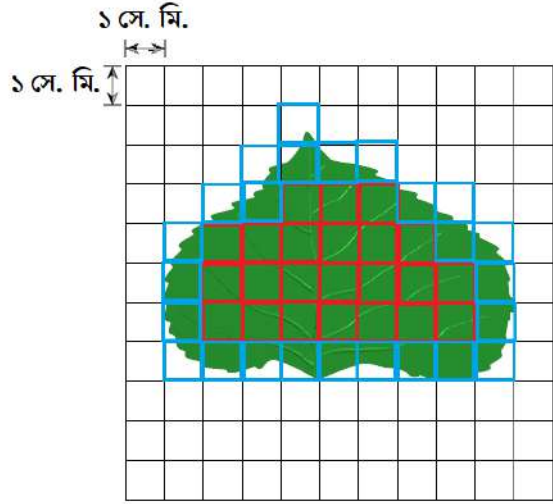
হতে পারে একাধিক মৌলিক আকৃতির বস্তুর সংযোগে এগুলো তৈরি হয়েছে। এই বস্তুগুলোকে আমরা কী বলব?

এগুলো যৌগিক আকৃতির বস্তু। এরকম আর কোনো বস্তু কি তোমরা কখনো দেখেছ? চিন্তা করে বলো।

এবার এগুলোর কোনটির সাথে কোনটি মিলিয়ে নিচের বস্তুগুলো তৈরি করা যায় বলো তো?

ছবিতে দুইজন শিক্ষার্থী জ্যামিতিক আকৃতি নিয়ে আলোচনা করছে

আমি যে বস্তুটির কথা ভাবছি তার ছয়টি তল আছে। বলো তো এটা কোন আকৃতির বস্তু?

বাম পাশের চিত্রগুলোর সাথে ডান পাশের শর্তগুলো মিলাও।

আমাদের চারপাশে নানা ধরনের বস্তু রয়েছে। আমরা বিভিন্ন পদ্ধতিতে এ বস্তুগুলো পরিমাপ করতে পারি। কখনো আমরা স্কেল ব্যবহার করি। আবার কখনো আমরা গ্রিড/গ্রাফে বিভিন্ন আকৃতির বস্তু পরিমাপ করি।

গ্রিডে চতুর্ভুজ পরিমাপ পদ্ধতি

- (ক) চিত্রে লাল রং দিয়ে চিহ্নিত ১৬ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৬ × ১ বর্গ সে.মি. = ১৬ বর্গ সে.মি. এখানে, নীল রং দিয়ে চিহ্নিত কোনো বর্গক্ষেত্র নেই। তাই, পরিমাপে কম বেশি হওয়ার সুযোগ নেই।
- (খ) চিত্রে লাল রং দিয়ে চিহ্নিত ১২ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১২ × ১ বর্গ সে.মি. = ১২ বর্গ সে.মি. (খ) চিত্রে নীল রঙ দিয়ে চিহ্নিত ১২ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১২ × ০.৫ বর্গ সে.মি. = ৬ বর্গ সে.মি.
- → গ্রিড থেকে পাওয়া ক্ষেত্রফল = ১২ বর্গ সে.মি. + ৬ বর্গ সে.মি. = ১৮ বর্গ সে.মি.
- এখানে, নীল রং দিয়ে চিহ্নিত বর্গের সবগুলিতে একেবারে ঠিকঠাক ০.৫ বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল আছে।
- অন্য কোনো জ্যামিতিক উপায়ে (ক) ও (খ) চিত্র থেকে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায় কি?
- তাহলে গ্রিডের সাহায্যে (ক) ও (খ) চিত্র থেকে যে ক্ষেত্রফল পাওয়া গেল, সেগুলো কি একেবারে সঠিক বা প্রকৃত ক্ষেত্রফল নাকি কাছাকাছি বা আপাত ক্ষেত্রফল?

তোমার শিক্ষক শ্রেণি কক্ষে যে পাতা প্রদর্শন করছেন তা ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করো। এ পাতাগুলো কীভাবে পরিমাপ করা যায় চিন্তা করে তার একটি পরিকল্পনা করো।

গ্রিডে পাতা পরিমাপ পদ্ধতি

গ্রিডে লাল রঙ চিহ্নিত বর্গগুলো সম্পূর্ণরূপেই পাতা দিয়ে ঢাকা রয়েছে।

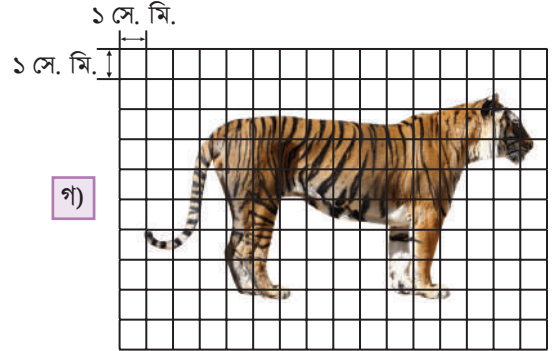
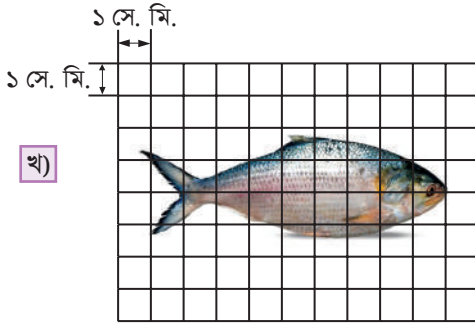
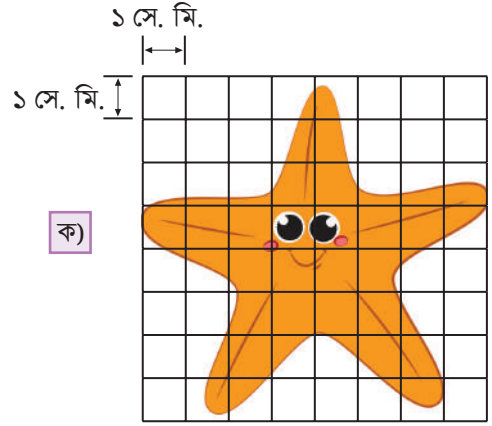
গ্রিডে নীল রঙ চিহ্নিত বর্গগুলো আংশিকভাবে পাতা দিয়ে ঢাকা রয়েছে।

- → লাল রঙ দিয়ে চিহ্নিত ২৩ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৩ × ১ বর্গ সে.মি.
  = ২৩ বর্গ সে.মি.
- → নীল রঙ দিয়ে চিহ্নিত ২৫ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৫ × ০.৫ বর্গ সে.মি.
  =১২.৫ বর্গ সে.মি.
- → পাতার ক্ষেত্রফলের আপাত পরিমাপ = ২৩ বর্গ সে.মি. + ১২.৫ বর্গ সে.মি.
  = ৩৫.৫ বর্গ সে.মি.
- কিন্তু নীল রং দিয়ে চিহ্নিত বর্গের সবগুলিতে একেবারে ঠিকঠাক ০.৫ বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল নেই। তাহলে গ্রিড দিয়ে উপরের পরিমাপের প্রক্রিয়ায় পাতার যে ক্ষেত্রফল পাওয়া গেল, সেটা কি একেবারে সঠিক বা প্রকৃত ক্ষেত্রফল নাকি কাছাকাছি বা আপাত ক্ষেত্রফল?
- এবার গ্রিডের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২ সে.মি. এবং ০.৫ সে.মি. নিয়ে আলাদাভাবে ছবির পাতাটিরই আপাত ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- তোমার দৃষ্টিতে কোন ক্ষেত্রে প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল পাতাটির প্রকৃত ক্ষেত্রফলের বেশি কাছাকাছি হবে, যৌক্তিক মতামত দাও।

এখন প্রত্যেকে নিচের ছবিগুলোর আপাত ক্ষেত্রফল পরিমাপ করো।

ক) ১ সে. মি. × ১ সে. মি.

খ) ১ সে. মি. × ১ সে. মি.

গ) ১ সে. মি. × ১ সে. মি.

দলগত কাজ: আমাদের শ্রেণিকক্ষ কত বড়?

এ কাজের মাধ্যমে তোমরা তোমাদের শ্রেণিকক্ষের দেয়াল এবং মেঝে পরিমাপ করবে। দলের সকলে পরিকল্পনা করে কাজগুলো করবে এবং এক্ষেত্রে শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে সতীর্থ মূল্যায়ন প্রক্রিয়াটি সম্পন্ন করবে।

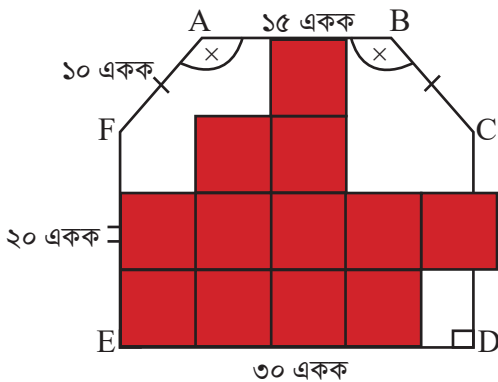
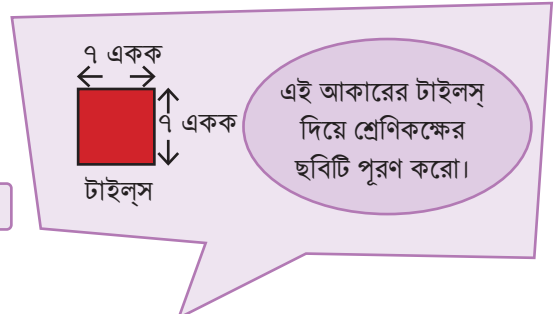
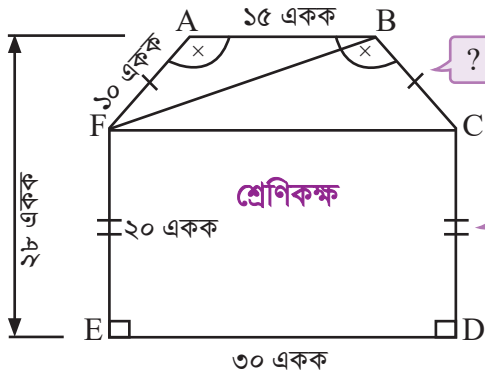
কর্মপত্র: পড়ার ঘর মেপে দেখি

তোমার পড়ার ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত?	
ঐ মেঝেতে সম্ভাব্য কতটি টাইলস লাগবে? (অতিরিক্তসহ) (টাইলসের আকার পছন্দমত নির্ধারণ করো)	
শ্রেণিকক্ষের ভিতরের ছাদসহ কতটুকু জায়গায় রং করতে হবে? (পরিমাপ ও হিসাব সম্পন্ন করতে প্রয়োজনে সহায়তা নিবে)	

পাজল

A ১৫ একক B
১০ একক
F C
শ্রেণিকক্ষ
২০ একক
২৫ একক
E D
৩০ একক
?
?

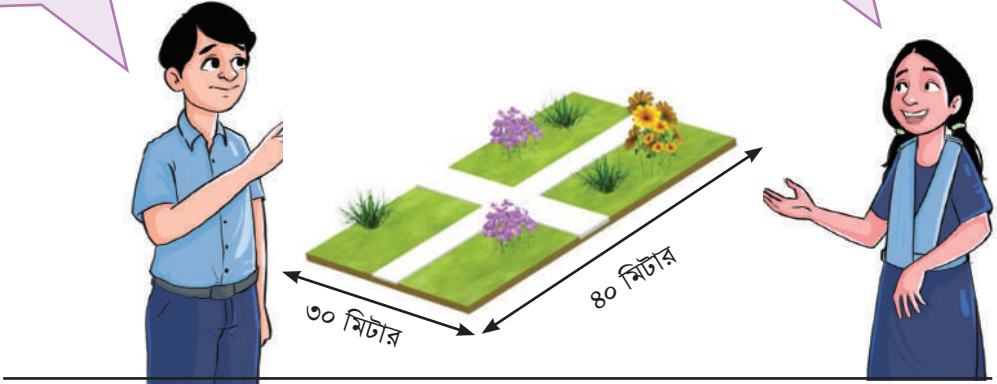
৭ একক
৭ একক
টাইল্‌স
এই আকারের টাইলস্ দিয়ে শ্রেণিকক্ষের ছবিটি পূরণ করো।

A ১৫ একক B
১০ একক
F C
২০ একক
E D
৩০ একক

ক) শ্রেণিকক্ষের ছবিটি পূরণ করতে কতটি টাইলস প্রয়োজন হয়েছে?

খ) ছবিতে দেখানো শ্রেণিকক্ষ এবং একটি টাইলসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে প্রয়োজনীয় টাইলসের সংখ্যা হিসাব করো। (সংকেত : AB ও ED রেখা সমান্তরাল। $\triangle$ ABF ও $\triangle$ BCF এর উচ্চতাগুলো এঁকে নিতে পার।

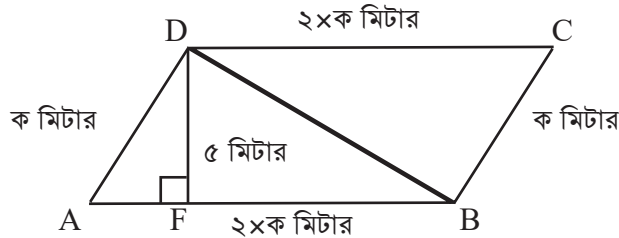
গ) (ক) এবং (খ) থেকে প্রাপ্ত ফলাফলের মধ্যে পার্থক্য থাকলে তার যৌক্তিক ব্যাখ্যা দাও।

বাস্তব সমস্যার গল্প

১)

২) একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। প্রতি মিটার দড়ির মূল্য ৭ টাকা। দড়ি দিয়ে দুইবার ঘুরিয়ে জমির চারদিকে বেষ্টনি দিতে মোট ৫৬০০ টাকা খরচ হয়।

ক) আয়তাকার জমির পরিসীমা কত হবে?

খ) বর্গাকার জমিতে প্রতি ৪ বর্গমিটার জায়গায় একটি করে পেঁপের চারা রোপন করলে কতটি চারা লাগবে?

৩)

চিত্রের সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা ১৮০ মিটার এবং এর ক্ষেত্রফল একাধিক উপায়ে নির্ণয় করা যায়।

ক) সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল যৌক্তিক ব্যাখ্যাসহ একাধিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করো।
খ) দেখাও যে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABD এর দ্বিগুণ।

৪) একটি ঘরের মেঝে ২৬ মিটার লম্বা ও ২০ মিটার চওড়া। ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেটি সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ৪৫ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

দ্বিমাত্রিক বস্তু পরিমাপের দলগত কাজের ক্ষেত্রে সতীর্থ মূল্যায়নের জন্য রুব্রিক্স নমুনা

এ রুব্রিক্সটি প্রত্যেক শিক্ষার্থী তার দলের অন্য সদস্যদের সতীর্থ মূল্যায়নের জন্য ব্যবহার করবে। শিক্ষক এই মূল্যায়ন প্রক্রিয়া পরিচালনার জন্য শিক্ষার্থীদের নির্দেশনা প্রদান করবেন।

দলগত কাজের সময় তোমার দলের সদস্যদের কাজ পর্যবেক্ষণ করে সতীর্থ মূল্যায়ন প্রক্রিয়াটি পরিচালনা করো। তোমার সহপাঠী কাজটি সম্পূর্ণভাবে পারলে তিনটি তারকা, আংশিকভাবে পারলে দুইটি তারকা এবং পরিমাপ করেছে কিন্তু ফলাফল সঠিক নয় হলে একটি তারকা দাও। এক্ষেত্রে প্রয়োজনে শিক্ষকের সাহায্য নিতে পারবে।

সম্পূর্ণভাবে পেরেছে	আংশিকভাবে পেরেছে	পরিমাপ করেছে কিন্তু ফলাফল সঠিক নয়	কাজে অংশ নেয়নি
★ ★ ★	★ ★	★	⃠

মূল্যায়নকারী শিক্ষার্থীর নাম:	দলের অন্য সদস্যদের নাম					
মূল্যায়ন ক্ষেত্র	ক	খ	গ	ঘ	ঙ	চ
শ্রেণিকক্ষের দেয়ালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পেরেছে						
শ্রেণিকক্ষের দেয়ালের যে অংশ রঙ করতে হবে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পেরেছে						
শ্রেণিকক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পেরেছে						
মেঝেতে কতটি টাইলস লাগবে তা নির্ণয় করতে পেরেছে						
দলগত কাজের সময় দলের অন্যান্য সদস্যের সাথে আলোচনা করেছে।						
দলগত কাজের সময় সবাইকে সাহায্য করেছে						
পরিমাপের সময় সঠিক ফলাফল নির্ণয়ের জন্য দুই/তিনবার পরিমাপ করেছে						

মন্তব্য:

তথ্য অনুসন্ধান ও বিশ্লেষণ

দৈনন্দিন জীবনে আমরা বিভিন্ন ধরনের তথ্য ব্যবহার করে থাকি। বর্তমান যুগকে তথ্য প্রযুক্তির যুগ বলা হয়। তথ্য প্রযুক্তির যুগে বসবাস করে তথ্য জানা, তথ্য অনুসন্ধান ও বিশ্লেষণ এবং এর প্রায়োগিক দক্ষতা অর্জন আমাদের সকলের জন্য অপরিহার্য। তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রাপ্ত ফলাফলের একাধিক ব্যাখ্যা থাকার সম্ভাবনা যাচাই এবং একটি যৌক্তিক সিদ্ধান্তে পৌঁছানোর দক্ষতা অর্জন করা গুরুত্বপূর্ণ।

তথ্য ও উপাত্ত (Information and Data)

তোমরা নিশ্চয়ই লক্ষ করেছ, শিক্ষক প্রতিদিন শ্রেণিকক্ষে তোমাদের উপস্থিতি/অনুপস্থিতির তালিকা রেকর্ড করেন এবং সংরক্ষণ করেন। প্রতি পরীক্ষা শেষে তোমাদের বিভিন্ন বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর সংরক্ষণ করেন এবং এর উপর ভিত্তি করে তোমাদের দুর্বলতা চিহ্নিত করেন এবং তা দূরীকরণের জন্য প্রয়োজনীয় ব্যবস্থা নেন। অনেক সময় আমরা বাজারে গিয়ে বিভিন্ন জিনিসপত্রের বাজারদর সরাসরি জানতে পারি। তোমাদের মধ্যে অনেকেই মাঠে গিয়ে সরাসরি ফুটবল বা ক্রিকেট খেলা দেখেছ। অনেকেই চিড়িয়াখানায় গিয়ে বিভিন্ন পশু-পাখি সম্পর্কে অনেক কিছুই জেনেছ। আবার দৈনিক পত্র-পত্রিকা, রেডিও, টেলিভিশন ইত্যাদি মাধ্যম থেকেও আবহাওয়া, খেলাধুলা, বাজারদর, স্বাস্থ্য সম্পর্কিত বিভিন্ন তথ্য আমরা পেয়ে থাকি।

উপাত্ত: তোমাদের জানা আছে, পরীক্ষায় বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর সংখ্যায় প্রদান করা হয়। তথ্যসমূহ যখন সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ ও উপস্থাপন করা হয়, তখন আমরা উপাত্ত পেয়ে থাকি।

যেমন, অহনার বয়স ১১ বছর এটি একটি তথ্য। কিন্তু ১১ সংখ্যাটি হলো উপাত্ত।

বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত উপাত্ত

তোমাদের শ্রেণিতে ৪০ জন শিক্ষার্থী আছে। তোমরা ‘ক’ ও ‘খ’ নামে ২টি দলে ভাগ হয়ে নিজেদের ওজন (কেজি) পরিমাপ করে খাতায় লেখো। ধরা যাক, ‘ক’ দলের সদস্যদের ওজন (কেজি) নিম্নরূপ:

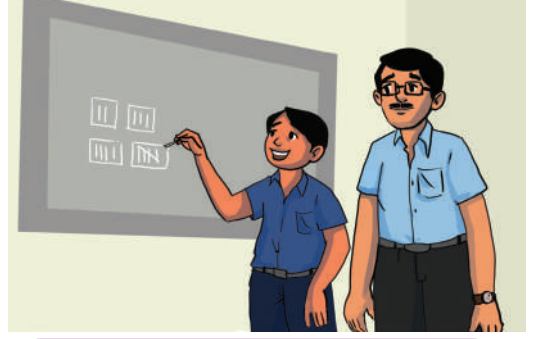
‘ক’ দল

৪৫, ৫০, ৪২, ৪৩, ৫৬, ৪০, ৪৬, ৫১, ৫৫, ৫৭, ৪৪, ৪৫,
৫০, ৫৪, ৫৩, ৪২, ৪৬, ৪৭, ৫২, ৪৯

একটি কাজের মাধ্যমে উপাত্ত সংগ্রহ, বিন্যস্তকরণ এবং স্তম্ভলেখ (Bar Diagram) অঙ্কন প্রক্রিয়াটি উপস্থাপন করা হলো:

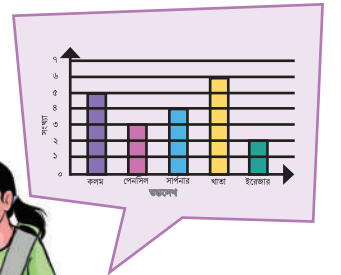
জন্ম মাসের ট্যালি

আমাদের জন্ম মাস খুঁজে বের করার জন্য নিচের ছকটি পূরণ করি:

মাস	ট্যালি চিহ্ন	ট্যালির মোট সংখ্যা
জানুয়ারি		
ফেব্রুয়ারি		
মার্চ		
এপ্রিল		
মে		
জুন		
জুলাই		
আগস্ট		
সেপ্টেম্বর		
অক্টোবর		
নভেম্বর		
ডিসেম্বর		

ক) প্রতিটি ট্যালি চিহ্ন কী নির্দেশ করে?
খ) কোন মাসে সবচেয়ে বেশি শিক্ষার্থী জন্ম নিয়েছে?
গ) কোন মাসে সবচেয়ে কম শিক্ষাথী জন্ম নিয়েছে?
ঘ) ট্যালির মোট সংখ্যা ও শিক্ষার্থীদের সংখ্যার মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কী?

‘ট্যালির মোট সংখ্যা’ কে আমরা গণসংখ্যা বলতে পারি।

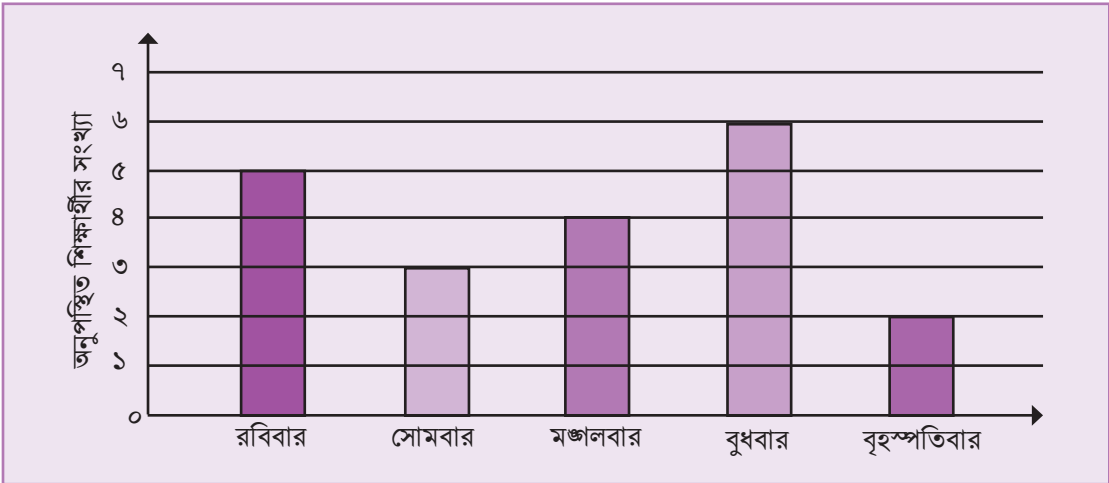
এখন আমরা প্রত্যেকে বোর্ডের জন্ম মাসের ছক/সারণি ব্যবহার করে একটি স্তম্ভলেখ অঙ্কন করি। স্তম্ভলেখ সম্পর্কে তোমরা পূর্বের শ্রেণিতে জেনেছ। এ লেখচিত্রের মাধ্যমে খুব সহজে বিভিন্ন উপকরণের উপাত্তের মধ্যে তুলনা করা যায়।

স্তম্ভলেখটির আনুভূমিক রেখার নিচে থাকে ভিন্ন ভিন্ন উপকরণের নাম এবং উল্লম্ব রেখা বরাবর প্রকাশ করা হয় উপকরণের সংখ্যা বা পরিমাণ।

একই মাপের ছোট কাগজে নিজেদের নাম লিখে বা তোমাদের (স্ট্যাম্প সাইজ) ছবির মাধ্যমে মাস অনুযায়ী সাজিয়ে হার্ড পেপার অথবা পুরাতন ক্যালেন্ডারের পিছনের পৃষ্ঠায় নিচের নমুনাটির মতো স্তম্ভলেখ তৈরি করো।

স্তম্ভলেখের মাধ্যমে তথ্য উপস্থাপন

তোমার ক্লাসের ৪০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে বিগত এক সপ্তাহে অনুপস্থিত শিক্ষার্থীর সারণি নিচে দেয়া হলো:

বার	রবিবার	সোমবার	মঙ্গলবার	বুধবার	বৃহস্পতিবার
অনুপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা	৫	৩	৪	৬	২

চলো অনুপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা স্তম্ভলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করি

স্তম্ভলেখ

উপরের স্তম্ভলেখটিতে আনুভূমিক রেখা বরাবর সপ্তাহের ৫দিনের নাম এবং উল্লম্বরেখা বরাবর ঐ দিনগুলোতে অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদের সংখ্যা প্রদর্শন করা হয়েছে।

একক কর্ম প্রতিবেদন

বিভিন্ন উৎস (দৈনিক পত্রিকা, ম্যাগাজিন, ইন্টারনেট, বিভিন্ন প্রতিষ্ঠানের বার্ষিক প্রতিবেদন, ...) থেকে এই ধরনের ৫/৬টি স্তম্ভলেখের চিত্র সংগ্রহ করে প্রতিবেদন তৈরি করো।

কর্ম প্রতিবেদনের ছক

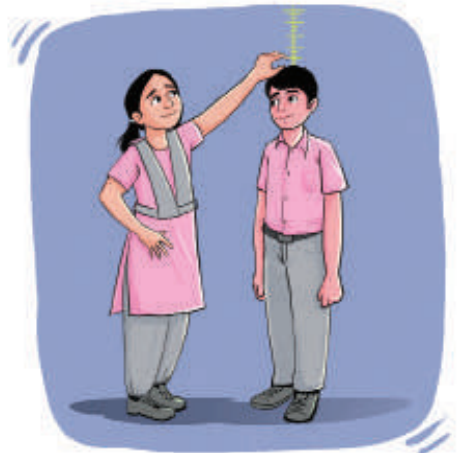
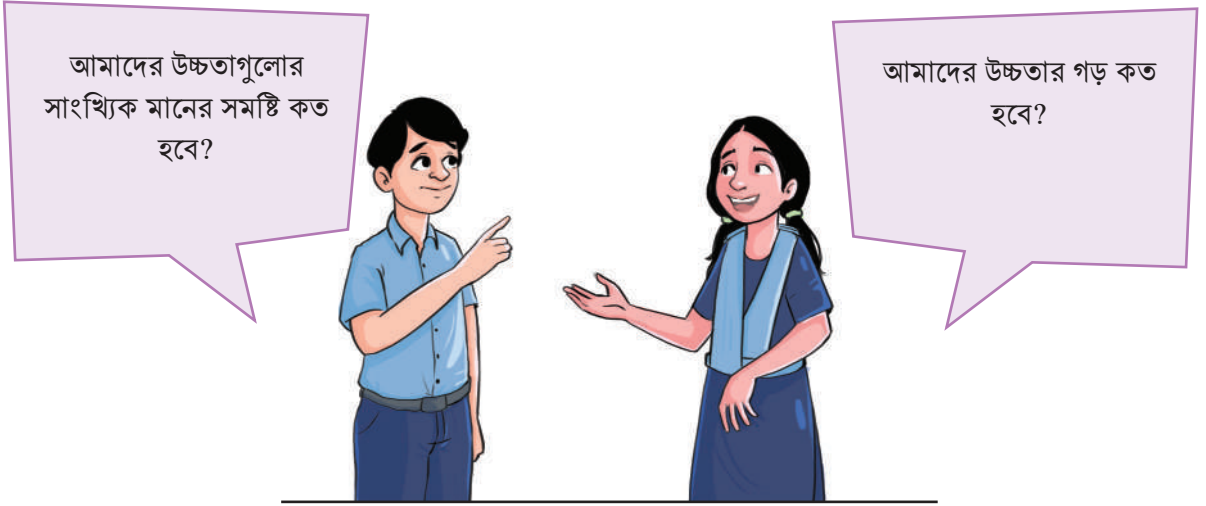
স্তম্ভলেখের ছবি	ছবির উৎস	সময়কাল	সংক্ষিপ্ত বর্ণনা	মন্তব্য

গড় (Mean)

গড়, গণিতে ব্যবহৃত এমন একটি সংখ্যাকে বোঝায় যা সংখ্যার গোষ্ঠী বা ডাটা সেট এর সাধারণ প্রতিনিধিত্ব করে। কিছু রাশি একত্র করে তাদের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে হয়। অর্থাৎ উপাত্তসমূহের সংখ্যাসূচক মানের সমষ্টিকে উপাত্তসমূহের মোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে হয়। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে গড়ের ব্যবহার অনেক দেখে বা শুনে থাকি। যেমন: আমাদের গড় মাথাপিছু আয়, ইলিশের বাৎসরিক গড় উৎপাদন, ক্রিকেট খেলায় একজন বোলারের ওভার প্রতি গড় উইকেট প্রাপ্তি, শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের গড় উপস্থিতি ইত্যাদি।

নিজের উচ্চতা (সেন্টিমিটারে) মাপি এবং উচ্চতার গড় নির্ণয় করি

ছক : নিজেদের উচ্চতা (সেন্টিমিটারে) পরিমাপ করে নিচের তালিকাটি পূরণ করি

ক্রমিক নম্বর	উচ্চতা (সে.মি.)	ক্রমিক নম্বর	উচ্চতা (সে.মি.)
১		১১	
২		১২	
৩		১৩	
৪		১৪	
৫		১৫	
৬		১৬	
৭		১৭	
৮		১৮	
৯		১৯	
১০		২০	

ক) আমাদের উচ্চতার সাংখ্যিক মানের সমষ্টি ....সেন্টিমিটার।
খ) আমাদের উচ্চতার গড় ....সেন্টিমিটার।

গাণিতিক গড় দেখে সংগৃহীত উপাত্তের বৈশিষ্ট্য সমন্ধে নেয়া সিদ্ধান্ত অনেক সময় বাস্তবতার সাথে মিলে না। বিষয়টি বোঝা যাচ্ছে না, তাই না? তাহলে চলো একটি গল্পের মাধ্যমে বুঝতে চেষ্টা করি।

মনে করো, তোমরা কয়েক বন্ধু ও তাদের পরিবারের সবাই মিলে বনভোজনে যাবে ঠিক করেছ। বনভোজনে বিভিন্ন খেলার ব্যবস্থা থাকবে এবং বিজয়ীদের পুরস্কার দেয়া হবে। সেখানে পরিবারের যে সকল সদস্যের বয়স ২০ বছর বা তার বেশি তাদের জন্য খেলার ব্যবস্থা থাকবে। আর যাদের বয়স ২০ বছরের কম তাদের জন্য অন্য একটা খেলার ব্যবস্থা করা হবে। তুমি হিসাব করে দেখলে সব পরিবার মিলিয়ে ২০ বছরের কম বয়সী সদস্য আছে মোট ৯ জন। তাদের মধ্যে ৫ জনের বয়স ৩ বছর, ২ জনের বয়স ১২ বছর, ১ জনের বয়স ১৪ বছর এবং ১ জনের বয়স ১৯ বছর।

তাহলে, এই ৯ জনের গড় বয়স

= (৩+৩+৩+৩+৩+১২+১২+১৪+১৯)/ ৯

= ৭২/৯ = ৮ বছর

ধরা যাক, খেলা হিসেবে এই গড়ের ধারণা নিয়ে একটা কুইজ এর ব্যবস্থা করা হলো।
আর কুইজের প্রশ্ন হলো ৮ বছর বয়স উপযোগী শিক্ষার্থীর মতো:

ক) ২৭ + ২১ + ১৫ = ?

খ) ২৬৩৯ - ৩০৫ = ?

গ) ৭৯ × ৬৩ = ?

ঘ) ২০ টাকার কয়টি নোট = ৫০০ টাকা?

কুইজের ফলাফল কী হবে বুঝতেই পারছ। ৩ বছর বয়সের শিশুরা এগুলো পারবেই না। আবার, ১২, ১৪ ও ১৯ বছর বয়সের যারা আছে তারা এমনিতেই সব পারবে। ফলে খেলায় মজাই পাবে না। এখানে গড় নির্ণয় ঠিক আছে কিন্তু এক্ষেত্রে তা ব্যবহার উপযোগী নয়। তাহলে আমরা বলতে পারি, গড়ের ধারণা থেকে বাস্তব অবস্থা সবসময় সঠিকভাবে বোঝা যায় না। উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে মাঝখানের যে বা যারা অবস্থান করবে এবং যে সকল উপাত্ত সর্বাধিকবার থাকবে তাদের জানা অপরিহার্য।

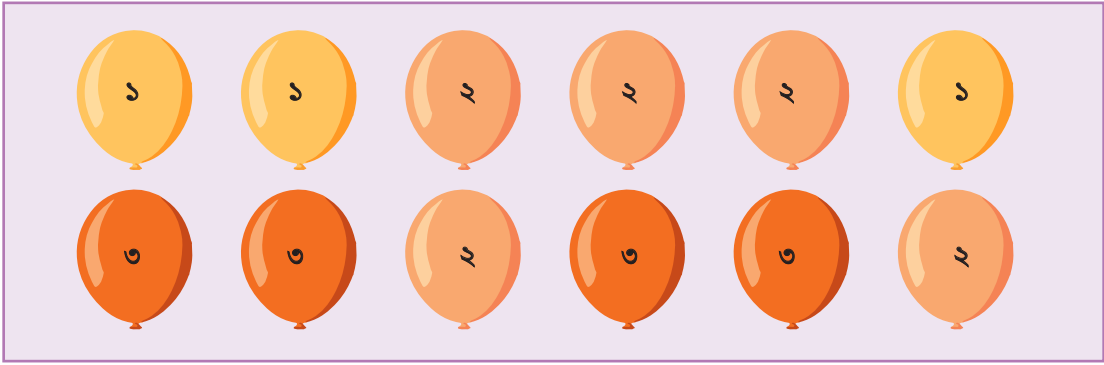
মধ্যক (Median)

মধ্যক হলো সংগৃহীত উপাত্তের মধ্যম মান। প্রদত্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুই ভাগে বিভক্ত করে সেই মানটিই হলো ঐ উপাত্তগুলোর মধ্যক।

দৈনন্দিন জীবনের অনেক ক্ষেত্রে গড় নির্ণয়ের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত গ্রহণ কার্যকর হয় না, সেক্ষেত্রে মধ্যক তুলনামূলক ভালো ভূমিকা রাখে। যেমন: বনভোজনে গিয়ে তোমরা যে কুইজটি খেলেছ, তোমাদের গড় বয়স পেয়েছ ৮ বছর। কিন্তু ৯ জনের বয়স ছোট থেকে বড় অর্থাৎ মানের উর্ধ্বক্রমে সাজালে সংখ্যাগুলো হবে - ৩, ৩, ৩, ৩, ৩, ১২, ১২, ১৪, ১৯। এখানে মাঝামাঝি যে আছে তার বয়স ৩ বছর। এই ৩ ই হচ্ছে সংখ্যাগুলোর মধ্যক। যদি ৩ বছর বয়সের শিশুর উপযোগী করে কুইজ বা খেলার প্রশ্ন করা হয়, তাহলে প্রশ্নটি ৮ বছর গড় হিসেবে করা প্রশ্নের চেয়ে তুলনামুলক ভালো হবে।

মধ্যকের ধারণা আরও ভালোভাবে বুঝার জন্য নিচের উদাহরণগুলো লক্ষ করি:

প্রচুরক (Mode)

ক) প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে যে উপাত্ত বা উপাত্তগুলো সর্বাধিকবার থাকে, সেই উপাত্ত বা উপাত্তগুলোই প্রচুরক। নিচের উদাহরণগুলো লক্ষ করি

খ) উপরের ছবির সংখ্যাগুলোর মধ্যে ১ আছে ৩ বার, ২ আছে ৫ বার এবং ৩ আছে ৪ বার। যেহেতু ২ সর্বাধিক ৫ বার আছে, সেহেতু ২ প্রদত্ত উপাত্তগুলোর প্রচুরক।

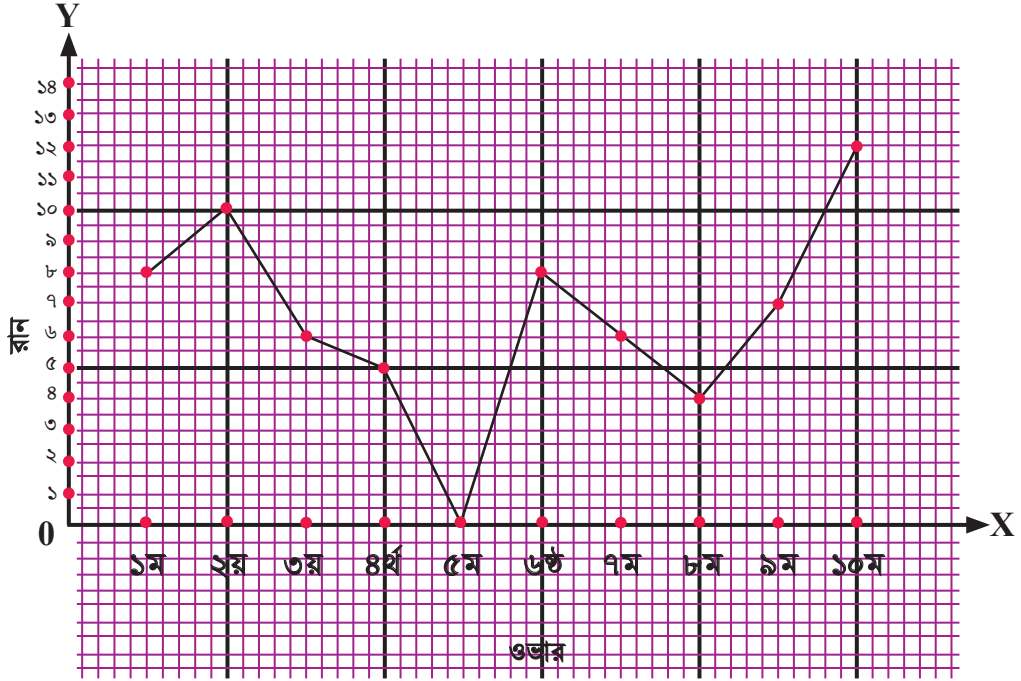
গ)

রেখাচিত্র (Line Graph)

রেখাচিত্র হলো চিত্রের মাধ্যমে তথ্যের প্রদর্শন যা সময়ের সাথে ক্রমাগত পরিবর্তিত হয়। রেখাচিত্রে উপাত্তগুলোকে প্রথমে বিন্দুর মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়। তারপর পৃথক পৃথক বিন্দুগুলো একটি সরলরেখা দ্বারা সংযুক্ত করে রেখাচিত্র অঙ্কন করা হয়। রেখাচিত্র দুটি অক্ষ বা রেখা নিয়ে গঠিত। একটি আনুভূমিক অক্ষ/রেখা এবং অপরটি উল্লম্ব অক্ষ। আনুভূমিক অক্ষ/রেখা x-অক্ষ নামে এবং উল্লম্ব অক্ষটি y-অক্ষ নামে পরিচিত। x-অক্ষ ও y-অক্ষ পরস্পর যে বিন্দুতে ছেদ করে তা মুল বিন্দু। রেখাচিত্রে রেখাগুলো আনুভূমিকভাবে সজ্জিত থাকে এবং বাম দিক থেকে ডান দিকে পরিবর্তিত হয়।

চলো নিচের তথ্যের আলোকে একটি রেখাচিত্র অঙ্কন করি

বাংলাদেশের ক্রিকেট টিমের কোনো এক খেলায় ওভার প্রতি রান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো:

ওভার	১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম	৬ষ্ঠ	৭ম	৮ম	৯ম	১০ম
রান	৮	১০	৬	৫	০	৮	৬	৪	৭	১২

রেখাচিত্র

ছক কাগজে আনুভূমিক রেখা x-অক্ষ বরাবর প্রতি পাঁচ ক্ষুদ্রতম বর্গ পরপর একটি বিন্দুকে ওভার এবং উল্লম্ব রেখা y-অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ক্ষুদ্রতম বর্গ পরপর একটি বিন্দুকে রান ধরে রেখাচিত্রটি অঙ্কন করা হয়েছে।

নির্ধারিত কাজ : অভিভাবকের সহায়তা নিয়ে গত ৬ মাসের বাজার খরচ, লেখাপড়ার খরচ, যাতায়াত খরচ, চিকিৎসা খরচ ও অন্যান্য খরচ সংক্রান্ত নিচের তালিকাটি পূরণ করো। বিগত ৬ মাসের গড় মাসিক খরচের ১০% পরবর্তী মাস থেকে সঞ্চয় করতে হলে, মাসিক খরচের বিভিন্ন খাতের মধ্যে কীভাবে সমন্বয় করতে হবে তার একটি পরিকল্পনা তৈরি করো।

আমার বাসার খরচের খাত	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	জুন
বাজার খরচ						
লেখাপড়ার খরচ						
যাতায়াত খরচ						
চিকিৎসা খরচ						
অন্যান্য খরচ						
মোট						

পূরণকৃত তালিকা ব্যবহার করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

ক. তালিকা থেকে গড় বাজার খরচ নির্ণয় করো।

খ. বিগত ছয় মাসের চিকিৎসা খরচের মধ্যক নির্ণয় করো।

গ. তৈরিকৃত তালিকায় কোন খাতে প্রচুরক আছে তা নির্ণয় করো।

ঘ. তালিকায় খাতওয়ারি মোট খরচের রেখাচিত্র অঙ্কন করো।

এ নির্ধারিত কাজটি শেষ করার পর তোমাদের অভিভাবকরা তোমাদের কাজ মূল্যায়ন করে মন্তব্য করবেন। অভিভাবকের জন্য মূল্যায়ন রুব্রিক্সটি ৫২ পৃষ্ঠায় সংযুক্ত। অভিভাবকের মূল্যায়ন সহ কাজটি শিক্ষকের কাছে জমা দিবে।

অনুশীলনী

১। ষষ্ঠ শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীকে একদিনে দেখা পশুপাখির সংখ্যা জানতে চাওয়ায় তারা নিচের সংখ্যাগুলো জানালো :

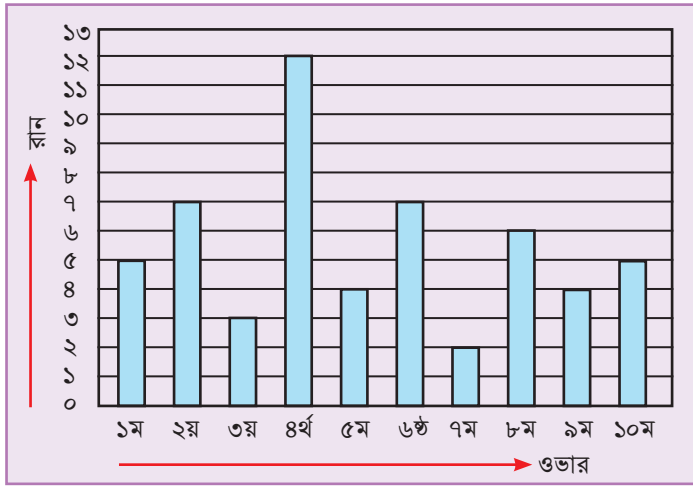
৮, ৭, ৯, ৪, ৬, ৮, ৯, ১০, ৫, ৪, ৯, ৮, ৭, ৬, ৮, ৭, ৯, ১০, ৬, ৪, ৫,
৮, ৯, ৭, ১০, ৬, ১০, ৮, ৯, ৮, ৬, ৫, ৮, ৯, ১০, ৭, ৪, ১০, ৮, ৬

ক) উপাত্তগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে বিন্যস্ত করো।
খ) ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে সারণি নির্ণয় করো।

২। অমিয়া ষষ্ঠ শ্রেণির একজন শিক্ষার্থী। তার বিদ্যালয়ে প্রথম শ্রেণি থেকে ষষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা হলো

শ্রেণি	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	ষষ্ঠ
শিক্ষার্থী সংখ্যা	১৮০	১৬০	১৫০	১৭০	১৯০	২০০

উল্লম্ব রেখা বরাবর শিক্ষার্থীর সংখ্যা ধরে স্তম্ভলেখ অঙ্কন করো। [সংকেত: উল্লম্ব রেখা বরাবর শিক্ষার্থীর সংখ্যা এমনভাবে চিহ্নিত করো যেন সকল সংখ্যা লেখচিত্রে থাকে]

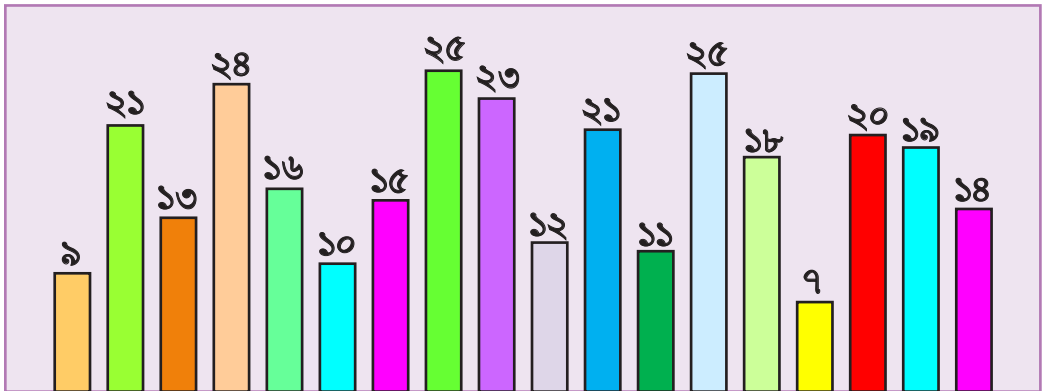
৩। বাংলাদেশ ও অস্ট্রেলিয়ার মধ্যকার একটি ওয়ান ডে ক্রিকেট খেলায় বাংলাদেশ টিমের একজন বোলার দশ ওভার বল করলেন। বিভিন্ন ওভারে তাঁর দেওয়া রান সংখ্যা নিচের স্তম্ভলেখ চিত্রে দেখানো হলো।

চিত্র দেখে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

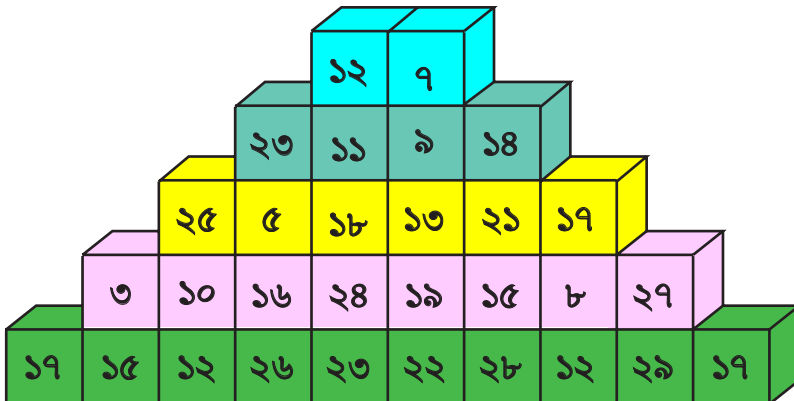
ক) কোন ওভারে সবচেয়ে বেশি রান দিয়েছেন?

খ) দশ ওভারে তিনি মোট কত রান দিয়েছেন?

গ) ওভার প্রতি তিনি গড়ে কত রান দিয়েছেন?

৪। ৫০ থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো লেখো। সংখ্যাগুলোর গড় ও মধ্যক নির্ণয় করো।

৫।

স্তম্ভগুলোর উচ্চতা (মিটারে) দেওয়া আছে। উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় করো।

৬। উপাত্তগুলোর গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো

৭। তোমার শ্রেণির/পূর্বের শ্রেণির/পরের শ্রেণির ২০/২৫ জন শিক্ষার্থীর সাথে কথা বলে নিচের তথ্যগুলো সংগ্রহ করে (তাদের বয়স, দৈনিক পড়াশুনার সময়, দৈনিক খেলাধুলার সময়, দৈনিক ঘুমানোর সময় ইত্যাদি) নিচের নমুনা অনুসারে একটি তালিকা বা সারণি তৈরি করো।

ক্রমিক নম্বর	শিক্ষার্থীর নাম	বয়স (বছর)	দৈনিক পড়াশুনা (ঘণ্টা)	দৈনিক খেলাধুলা (ঘণ্টা)	দৈনিক টেলিভিশন দেখা (ঘণ্টা)	দৈনিক ঘুমের পরিমাণ (ঘণ্টা)
১।						
২।						
৩।						
৪।						

তালিকা বা সারণি ব্যবহার করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজে বের করো।

ক) তালিকায় উল্লিখিত শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন ধরনের তথ্য থেকে যেকোনো তিনটির গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো এবং এক্ষেত্রে কোনটি অধিক কার্যকর বলে তুমি মনে করো- যুক্তিসহ মতামত দাও।

খ) শিক্ষার্থীদের দৈনিক পড়াশুনার সময়ের একটি রেখাচিত্র অঙ্কন করো।

গ) "যাদের পড়ার সময় বেশি, তাদের ঘুমের সময় কম" -তোমার তৈরিকৃত তালিকা থেকে প্রাপ্ত তথ্যের ভিত্তিতে উক্তিটির সঠিকতা যাচাই করো।

ঘ) যে সকল শিক্ষার্থীর পড়ার সময় বেশি, তাদের খেলার সময় এবং টেলিভিশন দেখার সময়ের মধ্যে কি কোনো সম্পর্ক আছে? খুঁজে বের করো।

ঙ) যে সকল শিক্ষার্থীর খেলার সময় বেশি, তাদের পড়ার সময়, ঘুমের সময় এবং টেলিভিশন দেখার সময়ের মধ্যে কি কোনো সম্পর্ক আছে? খুঁজে বের করো।

চ) তুমি যে শ্রেণির শিক্ষার্থীদের তথ্য সংগ্রহ ও বিশ্লেষণ করেছ তাদের পড়াশুনা এবং খেলাধুলার সময়ের ভিন্নতা/মিল সম্পর্কে সংক্ষেপে তোমার নিজস্ব মতামত দাও।

তথ্য-উপাত্ত বিশ্লেষণ করে একাধিক ফলাফলের সম্ভাবনা যাচাই এবং যৌক্তিক সিদ্ধান্তগ্রহণ দক্ষতা মূল্যায়নের জন্য নমুনা রুব্রিক্স

এ রুব্রিক্সটি অভিভাবক তার সন্তানের প্রতিবেদন মূল্যায়নের জন্য ব্যবহার করবেন এবং শিক্ষার্থী এই মূল্যায়নের কপি প্রতিবেদনের সাথে শিক্ষকের নিকট জমা দিবেন।

শিক্ষার্থীর অভিভাবক তৈরিকৃত প্রতিবেদনটি পর্যবেক্ষণ করে নিচের বিবৃতিগুলোর পাশে নিজের মতামত ব্যক্ত করবেন।		
মূল্যায়নের ক্ষেত্র	একমত	একমত নই
পরিবারের খরচের বিভিন্ন খাতের গড় হিসাব করতে পেরেছে		
পরিবারের কোন কোন খাতে খরচ সবচেয়ে বেশি হয় তা চিহ্নিত করতে পেরেছে		
অভিভাবকের সাথে আলোচনার মাধ্যমে পরবর্তী মাস থেকে বিগত ৬ মাসের গড় মাসিক খরচের ১০% সঞ্চয় করার জন্য - মাসিক খরচের বিভিন্ন খাতের মধ্যে সমন্বয় করে একটি যৌক্তিক সঞ্চয় পরিকল্পনা করেছে। (খরচের তথ্য বিশ্লেষণ করে পরিবারের জন্য ইতিবাচক/কার্যকরী সিদ্ধান্ত নিতে পেরেছে)		
এ কাজের মাধ্যমে আমার সন্তান পরিকল্পিত খরচের গুরুত্ব অনুধাবন করতে পেরেছে		
প্রতিবেদনটি কাজের মাধ্যমে আমার সন্তান সঞ্চয়ের প্রতি আগ্রহী হয়েছে		
অভিভাবকের সার্বিক মন্তব্য:		

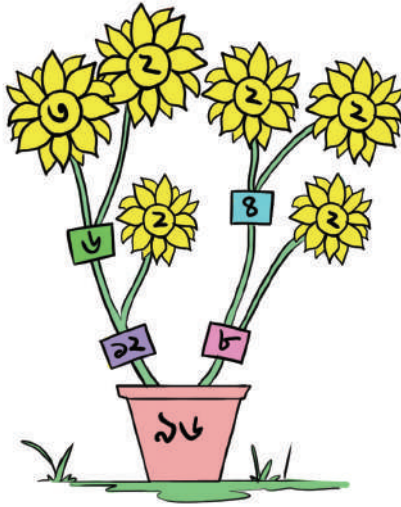
মৌলিক উৎপাদকের গাছ

প্রকৃতিতে কিছু গাছ দেখা যায় যাদের ডালপালা বা শাখা-প্রশাখা নেই। যেমন, সুপারি গাছ, তাল গাছ, নারকেল গাছ, খেঁজুর গাছ ইত্যাদি। আবার কিছু গাছপালা আছে যাদের অনেক ডালপালা বা শাখা-প্রশাখা আছে।

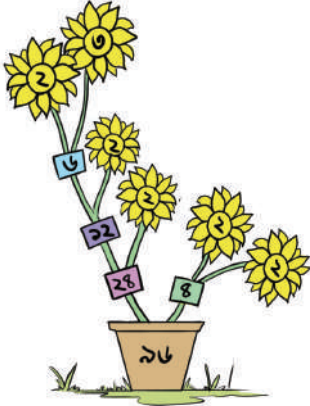
যেমন: আম গাছ, জাম গাছ, মরিচ গাছ ইত্যাদি।

তোমরা হয়তো ভাবছ গাছের সাথে আবার উৎপাদকের কী সম্পর্ক!

ভেবে দেখ তো মরিচ গাছে মরিচ হয়, আম গাছে আম আর গোলাপ ফুলের গাছে গোলাপ ফুল। তাহলে মৌলিক উৎপাদকের গাছে ফুল হিসেবে কী থাকবে?

নিচের ছবিটা দেখলেই বুঝতে পারবে।

খেয়াল করলে দেখতে পাবে মৌলিক সংখ্যাগুলোকে হলুদ রঙের ফুল হিসাবে আঁকা হয়েছে। আচ্ছা ভেবে দেখ তো এখানে ৩ = ৩ বা ১ বা ২ = ২ বা ১ এভাবে কেন লেখা নাই ?

১ মৌলিক সংখ্যা কি না তোমরা কি জানো ?

আবার, ৯৬ সংখ্যাটির জন্য কিন্তু নিচের ছবির মতো করেও উৎপাদকের গাছ আঁকা যায়।

এবার, সবাই মিলে ৯৬ সংখ্যাটির জন্য আরও কত বিভিন্ন রকম উৎপাদক গাছ আঁকা যায় খুঁজে বের করো।

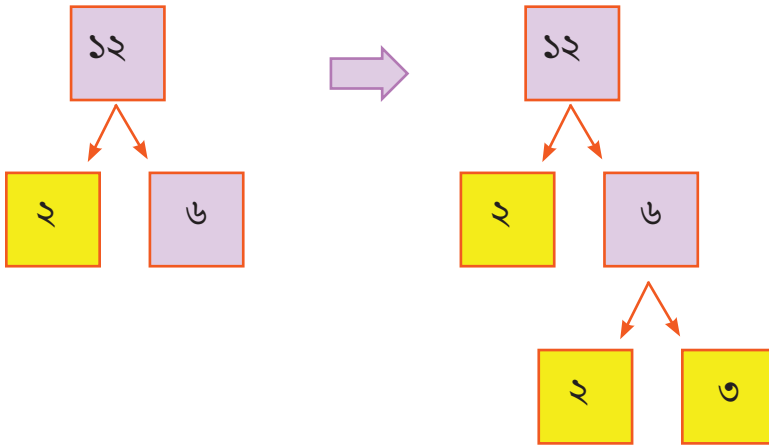
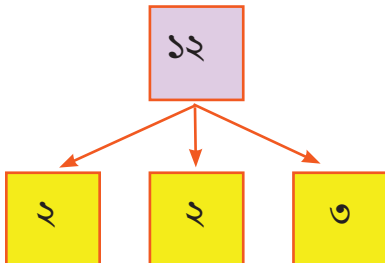
এবারে লটারির মাধ্যমে প্রত্যেকে একটি করে স্বাভাবিক সংখ্যা বেছে নাও। লটারিতে পাওয়া সংখ্যাটির জন্য কত রকম উৎপাদক গাছ আঁকা যায় খুঁজে বের করো।

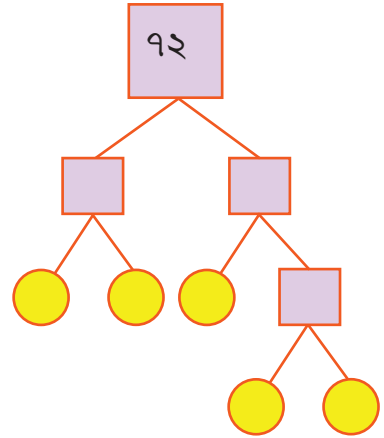
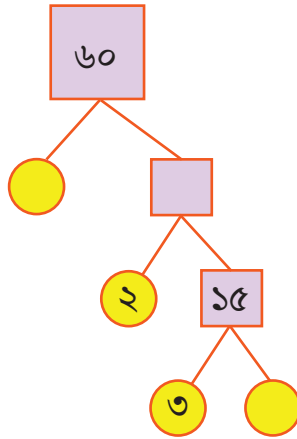
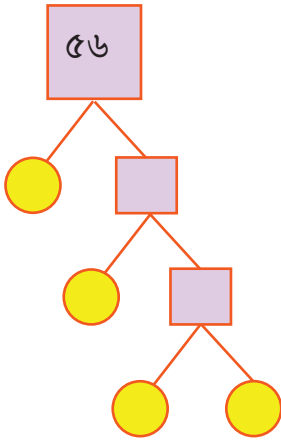
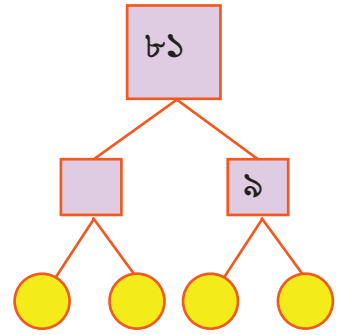
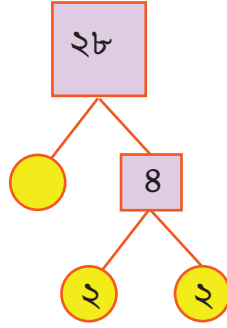
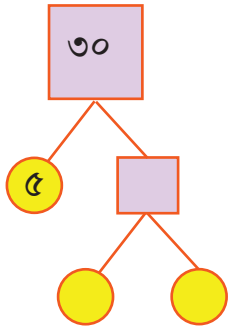
সবগুলো উৎপাদক গাছ একটা পোস্টার কাগজে বা পুরাতন ক্যালেন্ডারে এঁকে তোমার শিক্ষক, সহপাঠী সবাইকে দেখাও।

তোমার পছন্দমতো গাছ আঁকতে পারো শুধু মৌলিক সংখ্যাগুলো হলুদ রং দিয়ে আঁকবে।

তোমাদের সবার উৎপাদক গাছ একসাথে সাজিয়ে বাগান তৈরি করে প্রদর্শনী করো।

এবার নিচের সংখ্যাগুলো দিয়ে উৎপাদকের গাছ তৈরি করো।

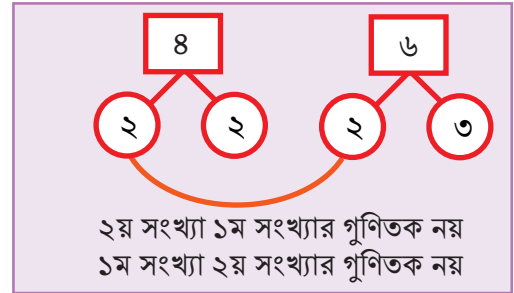
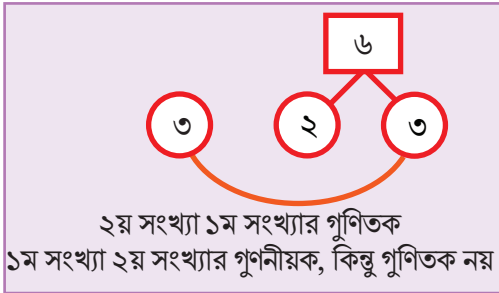
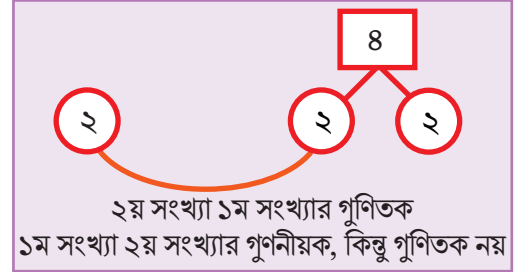
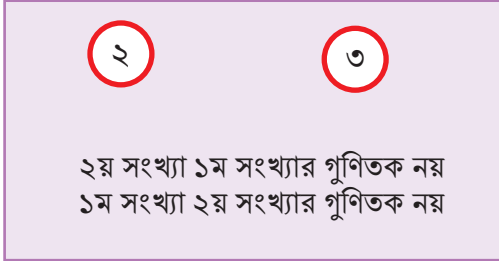
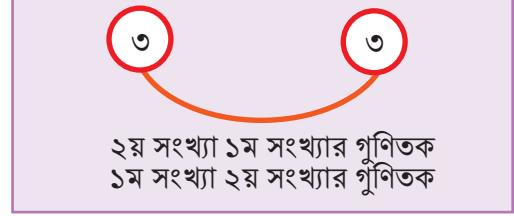
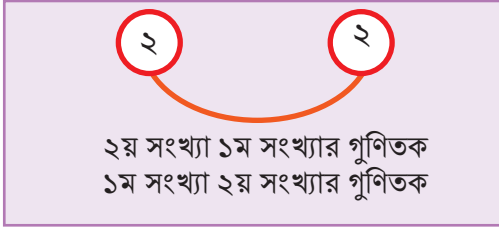
তবে তোমরা প্রয়োজনে নিচের ছবির মতো করে উপর থেকে নিচের দিকেও উৎপাদকের গাছ আঁকতে পারো। সেক্ষেত্রে কী সুবিধা হবে বলতে পারো? এই গাছের মতো ছবিগুলোকে ইংরেজিতে “Tree Diagram” বলা হয়ে থাকে।

চলো এবার ১২ এর মৌলিক উৎপাদকের গাছটি নিচের ছবিতে দেখি।

লক্ষ করো, এখানে ১২ এর উৎপাদকের গাছ থেকে শুধুমাত্র মৌলিক সংখ্যাগুলো নেওয়া হয়েছে।

এবার নিচের মৌলিক উৎপাদকের গাছগুলো পূরণ করো।

গুণিতক ও গুণনীয়কের খেলা

এখন আমরা কোনো সংখ্যার গুণিতক ও গুণনীয়ক নিয়ে একটা মজার খেলা খেলব।
তোমরা নিশ্চয়ই জানো কীভাবে কোনো সংখ্যার গুণিতক এবং গুণনীয়ক নির্ণয় করতে হয়।
এখন আরেকটা মজার ব্যাপার বলি।
"উৎপাদক আর গুণনীয়ক কিন্তু আলাদা কিছু নয়।"
তার মানে, তোমরা কোনো সংখ্যার গুণনীয়ক বের করার জন্য উৎপাদকের গাছ-এর ধারণা ব্যবহার করতে পারো।

খেলার নিয়ম

- প্রথমে ১ম সংখ্যা ও ২য় সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকের গাছ আঁকো;
- ১ম সংখ্যার সবগুলো মৌলিক উৎপাদক যদি ২য় সংখ্যার মধ্যে থাকে তাহলে;
  ১ম সংখ্যা ২য় সংখ্যার গুণনীয়ক এবং ২য় সংখ্যা ১ম সংখ্যার গুণিতক হবে;
- আবার ২য় সংখ্যার সবগুলো মৌলিক উৎপাদক যদি ১ম সংখ্যার মধ্যে থাকে তাহলে;
  ২য় সংখ্যা ১ম সংখ্যার গুণনীয়ক এবং ১ম সংখ্যা ২য় সংখ্যার গুণিতক হবে।

নিচের ছবিগুলো দেখে আরও ভালোভাবে বুঝতে পারবে।

- **এরপর √ অথবা × চিহ্ন দিয়ে নিচের ছকটি পূরণ করো।**

১ম সংখ্যা	২য় সংখ্যা	১ম সংখ্যা কি ২য় সংখ্যার গুণনীয়ক?	২য় সংখ্যা কি ১ম সংখ্যার গুণিতক?	২য় সংখ্যা কি ১ম সংখ্যার গুণনীয়ক?	১ম সংখ্যা কি ২য় সংখ্যার গুণিতক?
২	২	√		√	√
৩	৩				
২	৩				
২	৪	√	√	×	×
৩	৬				
৪	৬				

জোড়ায় কাজ

- লটারির মাধ্যমে প্রতি জোড়ায় দুইটি সংখ্যা বেছে নাও।
- লটারিতে পাওয়া সংখ্যা দুটিকে ১ম ও ২য় সংখ্যা হিসাবে নিয়ে প্রতি জোড়ায় গুণিতক ও গুণনীয়কের খেলাটি খেলো।

গসাগু'র খেলা

তোমরা গসাগু নির্ণয়ের একাধিক পদ্ধতি সম্পর্কে পূর্বের শ্রেণিতে জেনেছ।
নিচের পদ্ধতিটাও নিশ্চয়ই তোমাদের অজানা নয়।

```
২ | ১৮, ১২
  |--------
৩ |  ৯,  ৬
  |--------
     ৩,  ২
গসাগু = ২ × ৩ = ৬
```

কিন্তু কেন এভাবে গসাগু পাওয়া যায় সেটা কি বলতে পারবে?
চলো গসাগু মানে কী সেটা একটু বোঝার চেষ্টা করি।
গসাগু'র পূর্ণরূপ হচ্ছে গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক।

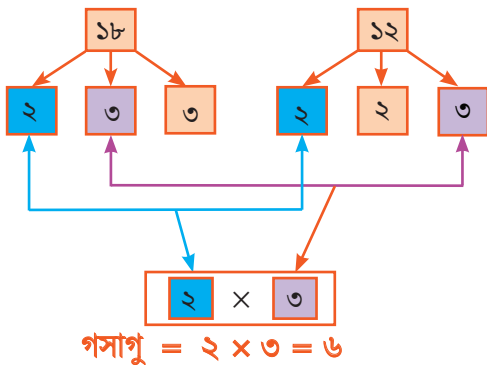
গুণিতক ও গুণনীয়কের খেলা থেকে তোমরা জেনেছ যে,

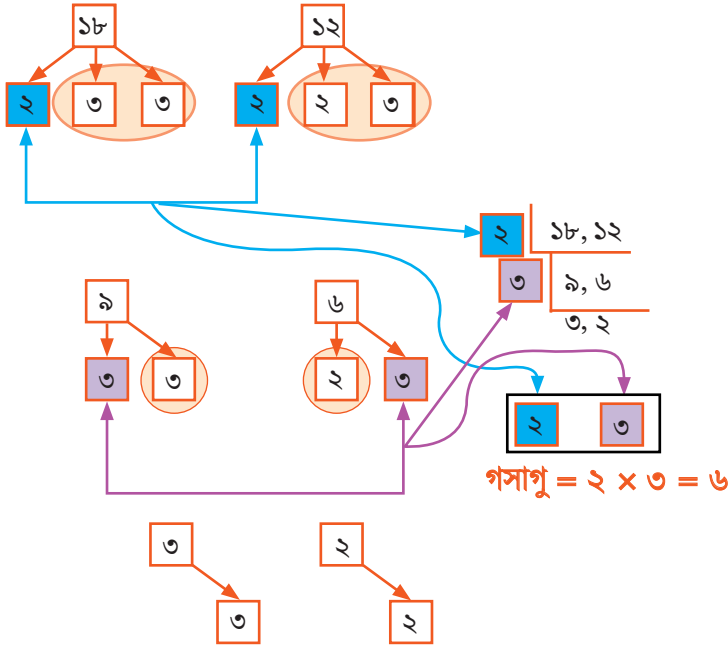
"একটি সংখ্যার সবগুলো মৌলিক উৎপাদক যদি অন্য একটি সংখ্যার মধ্যে থাকে তাহলে ১ম সংখ্যা ২য় সংখ্যার গুণনীয়ক হবে।"

তাহলে দুইটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক হবে এমন একটি সংখ্যা যার সবগুলো মৌলিক উৎপাদকই ঐ দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকের গাছে থাকবে।

এখন, গসাগু অর্থাৎ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক হচ্ছে সবচেয়ে বড় সাধারণ গুণনীয়ক।
সেক্ষেত্রে তোমরা দুইটি সংখ্যারই মৌলিক উৎপাদকের গাছে পাওয়া যাবে এমন সবগুলো মৌলিক উৎপাদক খুঁজে বের করলে তাদের গুণফলই হবে গসাগু।
চাইলে চেষ্টা করে দেখতে পারো এই গুণফলের চেয়ে বড় কোন সংখ্যা নিলে সেটা দুইটি সংখ্যারই সাধারণ উৎপাদক হতে পারে কিনা?
এবার ভেবে দেখতো মৌলিক উৎপাদকের গাছের সাহায্যে কীভাবে গসাগু নির্ণয়ের খেলাটি খেলতে হবে?
গসাগু'র খেলার নিয়ম:

- দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকের গাছ আঁকো।
- দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকের গাছেই আছে এমন মৌলিক উৎপাদকগুলো চিহ্নিত করো। এগুলো হচ্ছে ঐ সংখ্যা দুইটির সাধারণ মৌলিক উৎপাদক।
- এবার সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর গুণফলই হবে ঐ সংখ্যার গসাগু।

ছবিতে গসাগু'র খেলার মাধ্যমে ১৮ ও ১২ এর গসাগু নির্ণয় দেখে নাও।

পাশের দেখানো মৌলিক উৎপাদকের গাছের সাহায্যে গসাগু নির্ণয়ের পদ্ধতি এবং গসাগু খেলা অংশের শুরুতে দেখানো পদ্ধতির মধ্যে কোনো মিল খুঁজে পাচ্ছ কি?

নিচের ছবিটা দেখলে খুব সহজেই বুঝতে পারবে যে দুটি পদ্ধতি আসলে একই।

'১ মৌলিক উৎপাদকের গাছে না থাকলেও কিন্তু সব সংখ্যার উৎপাদক/গুণনীয়ক।'

যদি দুইটি সংখ্যার মধ্যে ১ ছাড়া অন্য কোনো সাধারণ গুণনীয়ক না থাকে অর্থাৎ তাদের গসাগু ১ হয় তাহলে সংখ্যা দুইটিকে আমরা সহমৌলিক সংখ্যা (Co-prime numbers) বলি।

যেমন: ৪ ও ৯ এর গসাগু ১। তাই ৪ ও ৯ পরস্পর সহমৌলিক।

একক কাজ : প্রত্যেকে দুই অংকের তিনটি সংখ্যা পছন্দ করো। এরপর গসাগু'র খেলার মাধ্যমে মৌলিক উৎপাদকের গাছের সাহায্যে সংখ্যা তিনটির গসাগু নির্ণয় করো।

করে দেখি

এবার গসাগু'র খেলার মাধ্যমে মৌলিক উৎপাদকের গাছের চিত্র (ডায়াগ্রাম) ব্যবহার করে সংখ্যাগুলোর গসাগু নির্ণয় করো।

১) ২৮, ২৪

২) ৩৫, ২৫, ১০৫

৩) ৪৫, ১৮, ৯৯

৪) ২৮, ৪৮, ৭২

৫) ৩১, ৩২, ৩৪১

এবার গুণনীয়কের তালিকা তৈরি করে সংখ্যাগুলোর গসাগু নির্ণয় ও যাচাই করো।

ইউক্লিড পদ্ধতিতে ভাগ প্রক্রিয়ায় গসাগু নির্ণয়

ছবিতে গসাগু নির্ণয়

তোমরা দুইটি সংখ্যার গসাগু নির্ণয়ের দুইটি উপায় সম্পর্কে জেনেছ।

- **প্রথম পদ্ধতি**
  - সংখ্যা দুইটির সবগুলো গুণনীয়ক বা উৎপাদকের তালিকা তৈরি করো।
  - তালিকা থেকে সংখ্যা দুইটির সাধারণ উৎপাদকগুলো খুঁজে বের করো।
  - এবার সাধারণ উৎপাদকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটিই হবে ঐ সংখ্যাদুইটির গসাগু।

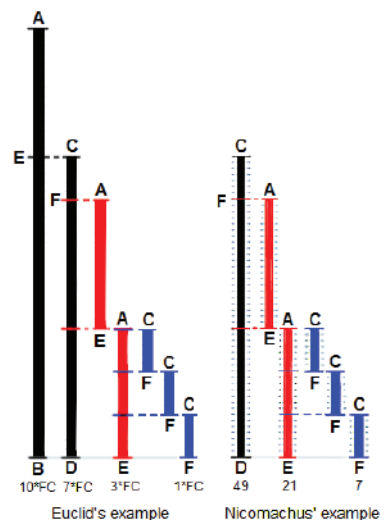
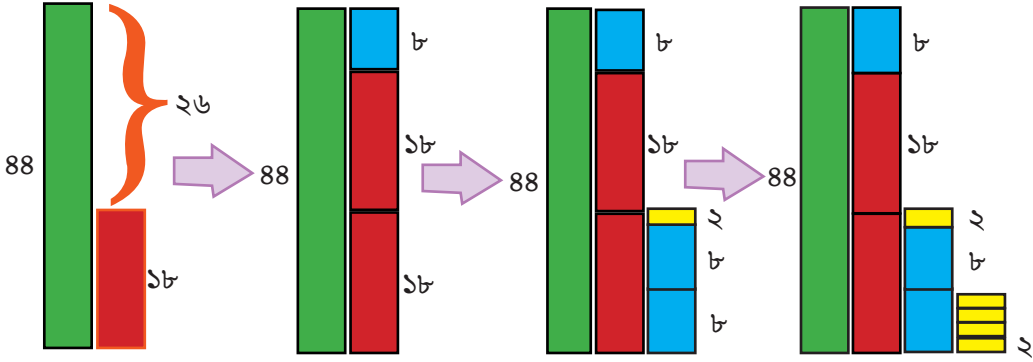
উদাহরণ

২০ এর গুণনীয়ক	১, ২, ৪, ৫, ১০, ২০
৩২ এর গুণনীয়ক	১, ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২

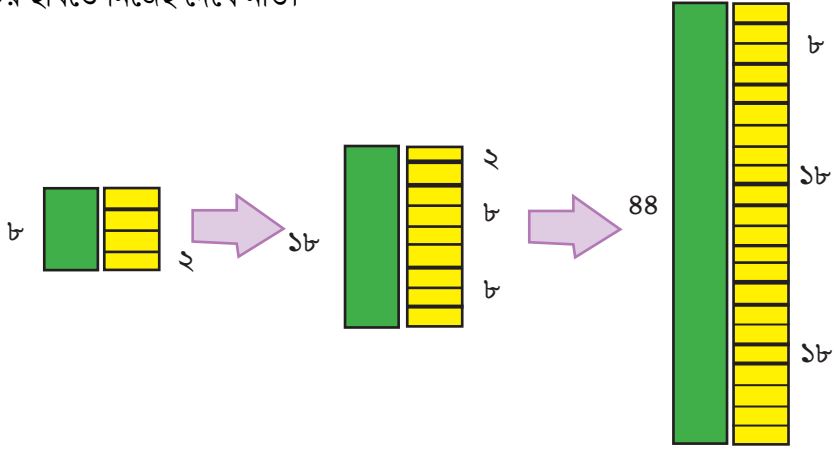
অর্থাৎ গসাগু = ৪

- **দ্বিতীয় পদ্ধতি**
  - সংখ্যা দুইটিকে মৌলিক উৎপাদক গাছের সাহায্যে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।
  - সংখ্যা দুইটির সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো খুঁজে বের করো।
  - এবার সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর গুণফলই হবে ঐ সংখ্যা দুইটির গসাগু।

উপরের দুইটি পদ্ধতিতেই উৎপাদকের তালিকা তৈরি অথবা মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের জন্য অনেকবার সংখ্যা দুইটিকে ভাগ করার প্রয়োজন হয়। আর সংখ্যা দুইটি অনেক বড় হলে সেক্ষেত্রে দুই পদ্ধতিতেই গসাগু নির্ণয় করতে বেশ সময় লাগবে।

এই গসাগু নির্ণয়ের কাজটা আরেকটু সহজ করার জন্য গণিতবিদ Euclid (300 B.C অর্থাৎ ৩০০ খ্রি. পূর্ব) অন্য একটি মজার পদ্ধতি খুঁজে পান। অবশ্য Nicomachus নামের আরও একজন গণিতবিদ এই গসাগু নির্ণয়ের পদ্ধতি জানতেন। পাশের ছবিটি দেখো।

এখন সেই মজার পদ্ধতিতেই ৪৪ ও ১৮ এর গসাগু নির্ণয় করা হবে।

- প্রথমে স্কেলের সাহায্যে একটি ৪৪ সেমি দৈর্ঘ্য এবং ৫ সেমি প্রস্থের কাগজের স্ট্রিপ কেটে নাও।
- এবার ১৮ সেমি দৈর্ঘ্য এবং ৫ সেমি প্রস্থের কয়েকটি কাগজের স্ট্রিপ কেটে নাও। (এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্যের পরিমাপই গসাগু নির্ণয়ের জন্য গুরুত্বপুর্ণ। তাই প্রতিটি স্ট্রিপের প্রস্থ ৫ সেমি এর পরিবর্তে অন্য যেকোনো সুবিধাজনক পরিমাপ নিতে পারো। তবে সেক্ষেত্রে সবগুলো স্ট্রিপ একই প্রস্থবিশিষ্ট নিলে সুবিধা হবে।)
- এবার ৪৪ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপের পাশে ১৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপটি বসাও। ৪৪ সেমি দৈর্ঘ্য পূরণ হতে আরও ২৬ সেমি বাকি আছে।
- এখন বলো তো সর্বোচ্চ কতগুলো ১৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ বসানো যাবে যেন মোট দৈর্ঘ্য ৪৪ সেমি এর বেশি না হয়?
- ছবিতে দেখতে পাচ্ছ দুইটি ১৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ বসানোর পর বাকি থাকে ৮ সেমি।
- এবারে কয়েকটি ৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ তৈরি করে একটি ১৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপের পাশে বসাও।
- ছবিতে দেখতে পাচ্ছ দুইটি ৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ বসানোর পর ১৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ পূরণ করতে বাকি থাকে ২ সেমি।
- এরপর কয়েকটি ২ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ তৈরি করে একটি ৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপের পাশে বসাও।
- ছবিতে দেখতে পাচ্ছ চারটি ২ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ বসানোর পর ৮ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ সম্পূর্ণ পূরণ হয়ে যাচ্ছে।
- এবার আমাদের কাজ শেষ এবং সবশেষে ২ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ দিয়ে আমরা ৮ সেমি দৈর্ঘ্যের একটা স্ট্রিপ সম্পূর্ণ করতে পেরেছি। কাজেই, ৪৪ এবং ১৮ এর গসাগু হবে ২।

কিন্তু কেন এই কাগজের স্ট্রিপ পূরণ করতে করতে আমরা গসাগু পেয়ে গেলাম সেটাও তো জানতে হবে। উত্তরটা লুকিয়ে আছে গুণিতকের ধারণার মধ্যে।

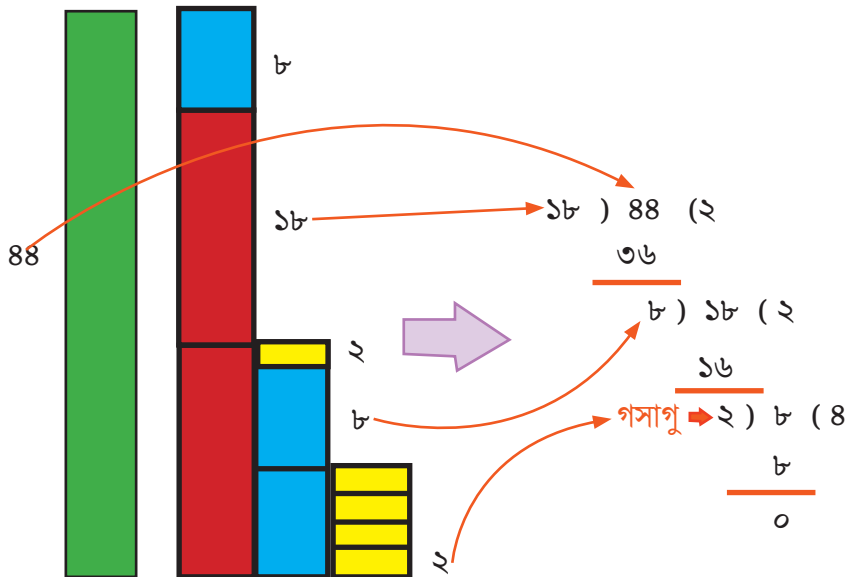
নিচের ছবিতে নিজেই দেখে নাও।

সবশেষে ২ সেমি দৈর্ঘ্যের স্ট্রিপ দিয়ে আমরা ৮ সেমি দৈর্ঘ্যের একটা স্ট্রিপ সম্পূর্ণ করতে পেরেছি।

তাহলে, ২ কিন্তু ৮ এর গুণনীয়ক।

ছবি থেকে এটাও বোঝা যাচ্ছে, ২ কিন্তু ১৮ এবং ৪৪ দুইটি সংখ্যারই গুণনীয়ক।

তার মানে, ২ সংখ্যাটি যে ৪৪ ও ১৮ দুইটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক সে ব্যাপারে কোনো সন্দেহ নেই। এখন, শেষ প্রশ্ন থাকবে তোমাদের কাছে:

২ সংখ্যাটি ৪৪ ও ১৮ এর সবচেয়ে বড় বা গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সেটা কি উপরের পদ্ধতিতে ছবি থেকে প্রমাণ করা যায়? শুরুতে প্রত্যেকে আলাদা করে চিন্তা করে দেখো।

এরপর শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে তোমার চিন্তা বা মতামত সবাইকে প্রদর্শন করো এবং দলগত আলোচনা ও কার্যক্রমের মাধ্যমে সবাই মিলে প্রমাণটি সম্পূর্ণ করো। ভাগ প্রক্রিয়ার সাথে ইউক্লিড পদ্ধতিতে গসাগু নির্ণয়ের একটিভিটির সম্পর্ক:

একক কাজ:

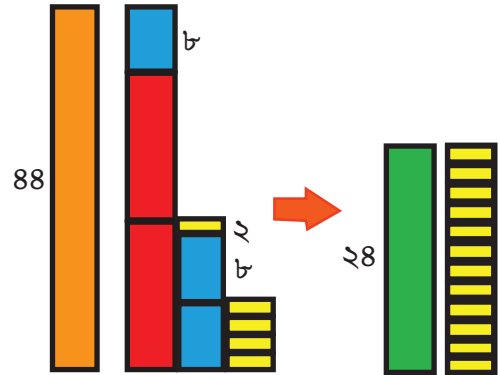
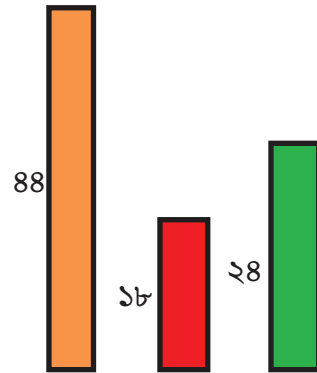
- এবার তোমরা প্রত্যেকে লটারির মাধ্যমে দুইটি সংখ্যা বেছে নাও।
- লটারিতে পাওয়া সংখ্যা দুইটি দ্বারা কাগজের ব্লক তৈরি করে ইউক্লিড পদ্ধতিতে গসাগু নির্ণয়ের কাজটি করো।
- এবার এই কাজটির সাথে সাথে লটারিতে পাওয়া সংখ্যা দুইটি দ্বারা ভাগ প্রক্রিয়ায় গসাগু নির্ণয়ের প্রক্রিয়ার সম্পর্ক এঁকে দেখাও।
- তোমার সম্পূর্ণ কাজটি পোস্টার কাগজ/পুরানো ক্যালেন্ডারে এঁকে ও আঠার সাহায্যে কাগজের ব্লক লাগিয়ে পরবর্তী ক্লাসে তোমার শিক্ষক ও সহপাঠীদের দেখাও।

ছবিতে তিনটি সংখ্যার গসাগু নির্ণয়:

এই ছবি থেকে তুমি কি ৪৪, ১৮ এবং ২৪ এর গসাগু কত সেটা বলতে পারবে?

এই ছবির সাথে কি ভাগ প্রক্রিয়ার কোনো সম্পর্ক আছে?

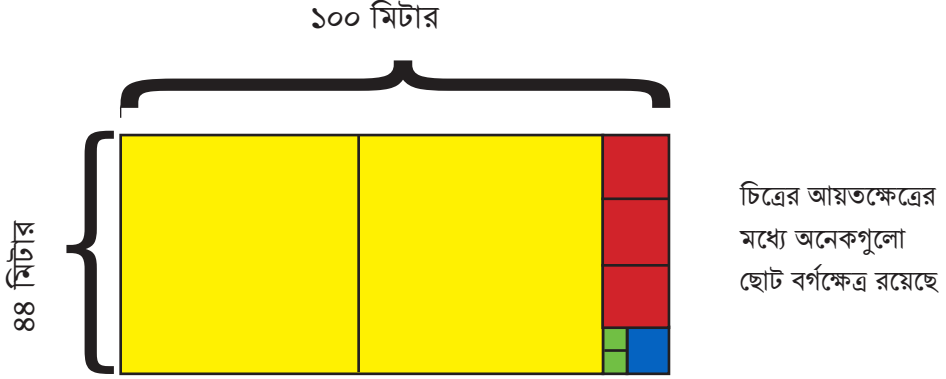
৪৪ ১৮ ২৪

৪৪ ৮ ২ ৮ ২৪

অনুশীলনী

১) ছবির মাধ্যমে এবং ভাগ প্রক্রিয়ায় নিচের সংখ্যাগুলোর গসাগু নির্ণয় করো।

(ক) ২৪, ৪৫, ৭২ (খ) ৫৬, ৭৮, ৯০ (গ) ১২০, ৫৬, ৭৮ (ঘ) ৯৯, ৩৩, ১২৩ (ঙ) ৯৫, ৫৭, ২৩

২) চিত্র থেকে ১০০ এবং ৪৪ এর গসাগু নির্ণয় করা যায়।

কীভাবে বলো তো?

চলো এবার বাস্তব জীবনের বিভিন্ন সমস্যায় কীভাবে ও কেন গসাগু প্রয়োজন হয় তার কিছু নমুনা দেখি।

৩) ১৫ মিটার এবং ৪০ মিটার দৈর্ঘ্যের দুইটি দড়ি আছে। এই দুইটি দড়িকে কেটে ছোট ছোট একই দৈর্ঘ্যের টুকরো করতে হবে যেন দড়ির কোনো অংশ নষ্ট না হয়। ছোট ছোট টুকরার দৈর্ঘ্য সর্বোচ্চ কত হতে পারে?

৪) একজন দোকানদার ১২টি প্যাকেটে মোমবাতি বিক্রি করে এবং ৮টি প্যাকেটে মোমবাতি স্ট্যান্ড বিক্রি করে। প্রতিটি মোমবাতি স্ট্যান্ডের জন্য একটি মোমবাতি থাকতে হলে আয়শাকে সর্বনিম্ন কতগুলো মোমবাতি এবং মোমবাতি স্ট্যান্ড কিনতে হবে?

৫) একজন ফুল বিক্রেতা বিভিন্ন সারিতে ২৪টি ফুলের তোড়া সাজাতে চায়। তিনি প্রতিটি সারিতে একই সংখ্যক তোড়া দিয়ে সেগুলো কত বিভিন্ন উপায়ে সাজাতে পারেন?

৬) ২১০টি কমলা, ২৫২টি আপেল এবং ২৯৪টি নাশপাতি সমানভাবে কার্টনে প্যাক করা হয়েছে যাতে কোনো ফল অবশিষ্ট না থাকে। সর্বোচ্চ কতগুলো কার্টন প্রয়োজন হবে সেখানে?

৭) একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে ৬ মি ৮০ সেমি, ৫ মি ১০ সেমি এবং ৩ মি ৪০ সেমি। তোমাকে কোনো স্কেল দেওয়া হবে না শুধু একটি লাঠি দেওয়া হবে। লাঠির দৈর্ঘ্য তুমি যা চাইবে সেটাই পাবে কিন্তু একবারই বলার সুযোগ পাবে মানে লাঠি একটিই পাবে। এই লাঠি দিয়ে তোমাকে ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা প্রত্যেকটি সঠিকভাবে পরিমাপ করে নিশ্চিত করতে হবে। তুমি সর্বোচ্চ কত দৈর্ঘ্যের লাঠি চাইতে পারবে?

৮) দুটি সংখ্যার গসাগু হলো ৬, একটি সংখ্যা ৪২ হলে অন্য সংখ্যাটি কত হতে পারে ?

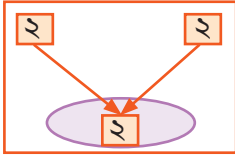
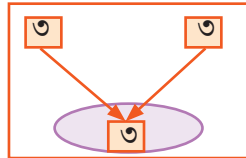
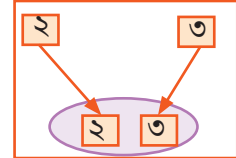
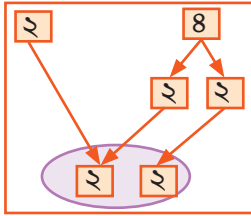
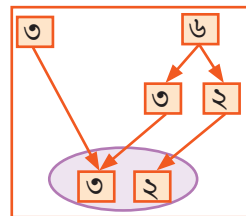
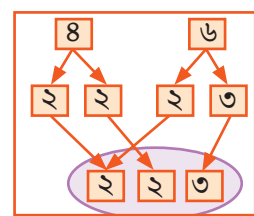
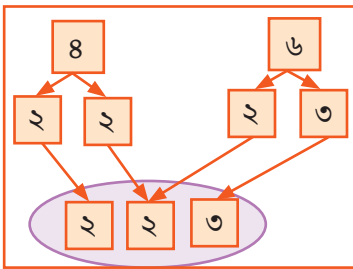
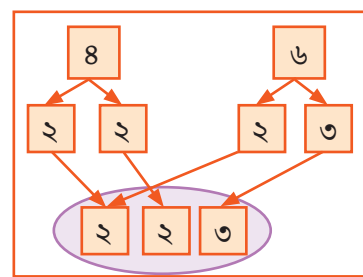
৯) বালতি ও পানির সাহায্যে একটিভিটি :
ক) ৩ লিটার ও ৫ লিটার পানির বালতি দিয়ে কীভাবে ৪ লিটার পানি পরিমাপ করা যায়? এক্ষেত্রে বালতির গায়ে কোনোরকম পরিমাপ নির্দেশক দাগ কাটা থাকবে না। আবার অন্য কোনো পরিমাপ যন্ত্র যেমন স্কেল বা দাঁড়িপাল্লা ইত্যাদি ব্যবহার করা যাবে না।

খ) ৪ লিটার ও ৬ লিটার পানির বালতি দিয়ে নিচের কোন কোন পরিমাণ পানি পরিমাপ করা যায়? (এক্ষেত্রে অন্য পাত্রে রাখার সুযোগ থাকবে ৭, ৮, ৯, ১০ লিটারের জন্য)

পানির পরিমাণ (লিটার)	৪ লিটার ও ৬ লিটার পানির বালতি দিয়ে পরিমাপ করা যায় কি?	কীভাবে পরিমাপ করবে ধাপে ধাপে লেখো
১		
২		
৩		
৪	√	
৫		
৬	√	
৭		
৮		
৯		
১০		

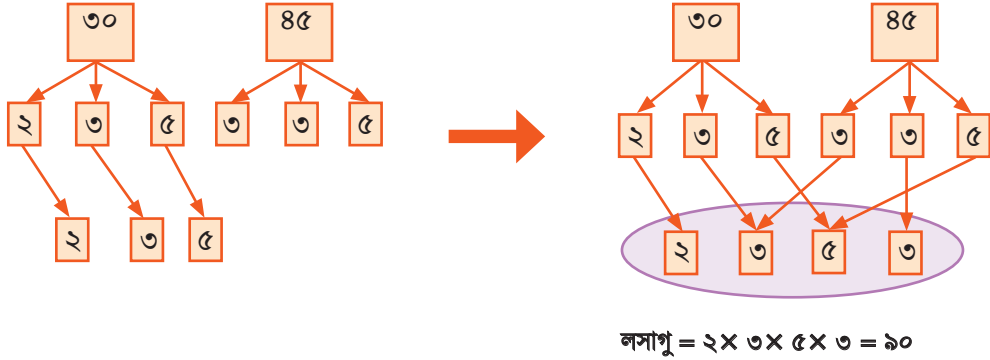
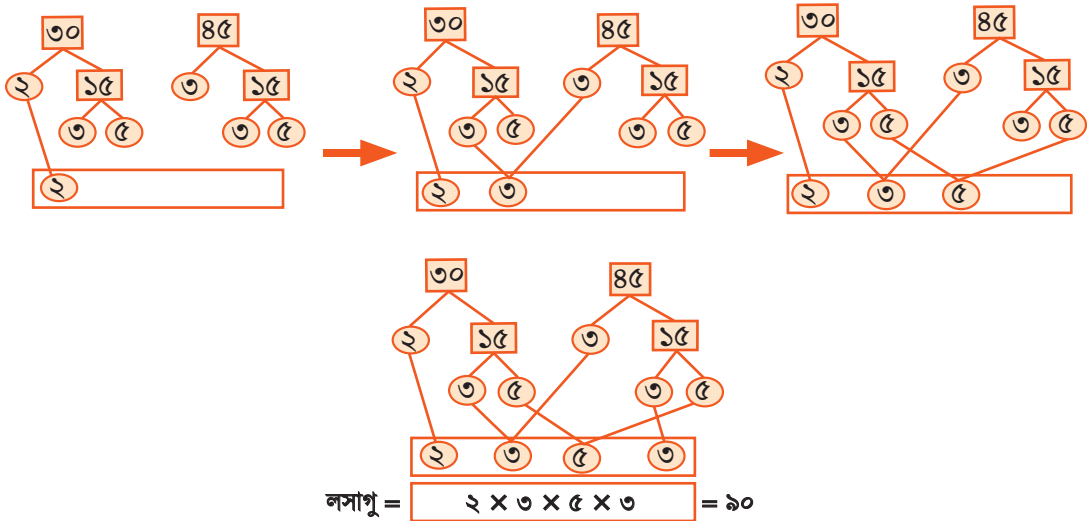
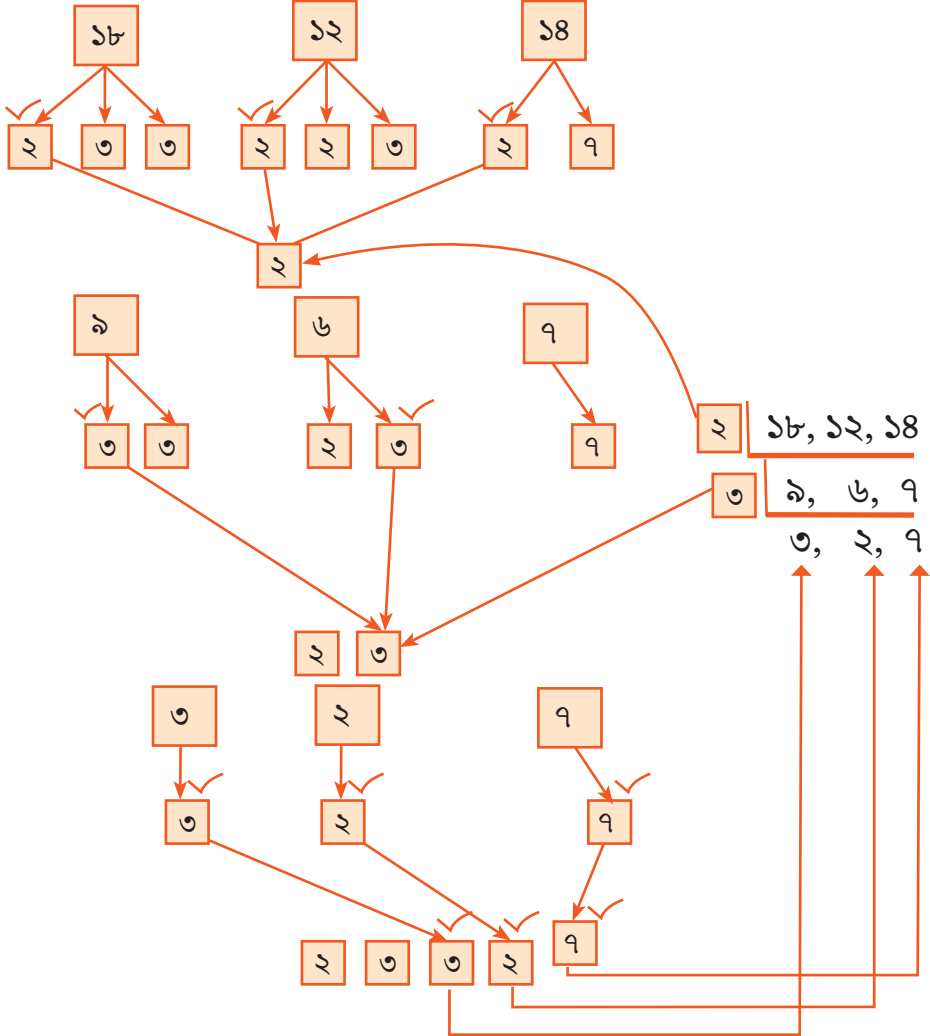
একক কাজ: শিক্ষার্থীরা প্রত্যেকে অনুরূপ একটি বাস্তব সমস্যা খুঁজে বের করবে এবং সেটা সমাধান করে পরবর্তী ক্লাসে উপস্থাপন করবে।

লসাগু'র খেলা

১. দুইটি সংখ্যা নিয়ে সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদকের গাছ আঁক। এবার নিচে লসাগু'র একটা বাক্সও আলাদা করে আঁক যেখানে লসাগু'র মৌলিক উৎপাদকগুলো থাকবে। পূর্বের ধারণার মাধ্যমে ১ম সংখ্যা থেকে উৎপাদক নাও এবং তার গুণিতক বের করার জন্য ২য় সংখ্যায় একই উৎপাদক থাকলে তা ১ম সংখ্যার উৎপাদকের সাথে মিলাও। এবার ২য় সংখ্যায় আরও মৌলিক উৎপাদক থাকলে ১ম সংখ্যার গুণিতক বানানোর জন্য তা নিচে লসাগু'র বাক্সে নামাও।

- এক্ষেত্রে নিচের মতো করে আগে ১ম সংখ্যার উৎপাদক নামাও। এরপর ২য় সংখ্যার গিয়ে একই উৎপাদক থাকলে তা ১ম সংখ্যার সাথে মিলাও। আরও অবশিষ্ট থাকলে ১ম সংখ্যার গুণিতক বানানোর জন্য সেটা নিচে নামাও। এখানে ১ম সংখ্যা ৪ থেকে প্রথমে ২, ২ মৌলিক উৎপাদক নিচে আসবে। এরপর ২য় সংখ্যা ৬ থেকে একই মৌলিক উৎপাদক ২ মিলাও এবং ৩ নিচে নামাও।

২. এভাবে লসাগু করতে পারলে এরপর দুইটি বড় সংখ্যা নাও। ধরা যাক সংখ্যা দুইটি ৩০ ও ৪৫। প্রথমে এই সংখ্যা দুইটির মৌলিক উৎপাদক এর গাছ বানাও।

এরপর আগের বর্ণিত নিয়ম অনুসারে আগে প্রথম সংখ্যা থেকে মৌলিক উৎপাদক লসাগু'র বাক্স নামাও। এরপর দ্বিতীয় সংখ্যা থেকে একই মৌলিক উৎপাদক মিল করো ও অবশিষ্ট মৌলিক উৎপাদক নামাও।

এরপর লসাগু'র মৌলিক উৎপাদক থেকে লসাগু বের করো।

লসাগু = ২× ৩× ৫× ৩ = ৯০

- এভাবে লসাগু বের করার মাধ্যমে সাধারণ গুণিতক বের করে লসাগু নির্ণয় ও মৌলিক উৎপাদক থেকে লসাগু নির্ণয় করার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবে। এরপর লসাগু'র মৌলিক উৎপাদক ১ম সংখ্যা ও ২য় সংখ্যায় একইসাথে খেয়াল করবে। একই মৌলিক উৎপাদক পাওয়া গেলে তীর চিহ্ন দিয়ে সেটা বাক্সে নামাবে, একই না পাওয়া গেলে সেটা শুধু তীর চিহ্ন দিয়ে সেটা নামাবে। এভাবে লসাগু বের করলেও দেখবে যে লসাগু একই আসে।

- ১৮, ১২, ১৪ এর লসাগু নির্ণয় করার উপায় এর একটা ধারণা পেয়েছ।

উপরের পদ্ধতিকেই লসাগু নির্ণয়ের 'ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়া' বলা হয়।

- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করো।
  1. এই পদ্ধতিতে অন্তত দুইটি সংখ্যার মধ্যে থাকলে তবেই সেটাকে বেছে নেওয়া বা সেটা দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে কেন ?
  2. শুরুতে ২ এর পরিবর্তে ৭ বা ৩ দিয়ে ভাগ করে দেখো লসাগু একই হয় কিনা?

ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় লসাগু নির্ণয় সম্পর্কে যা জানলাম :

১২, ১৮,২০, ১০৫ এর লসাগু নির্ণয়। **সমাধান :**

ভাজক	সংখ্যাগুলো
২	১২, ১৮, ২০, ১০৫
২	৬, ৯, ১০, ১০৫
৩	৩, ৯, ৫, ১০৫
৫	১, ৩, ৫, ৩৫
	১, ৩, ১, ৭

নির্ণেয় লসাগু = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ৩ × ৭

প্রদত্ত উদাহরণ থেকে নিয়মটি লক্ষ করি :

- সংখ্যাগুলোর মধ্যে (,) চিহ্ন দিয়ে তাদেরকে এক সারিতে লিখে নিচে একটি রেখা (L) টানা হয়েছে।
- প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর কমপক্ষে দুইটিকে সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক দ্বারা ভাগ করা হয়েছে।
- গুণনীয়কটি দ্বারা যে সংখ্যাগুলো নিঃশেষে বিভাজ্য তাদের ভাগফলও এর সঙ্গে নিচে লেখা আছে।
- যেগুলো বিভাজ্য নয় সেগুলো অপরিবর্তিত রেখে লেখা হয়েছে।
- নিচের সারির সংখ্যাগুলো নিয়ে আগের নিয়মে কাজ করা হয়েছে।
- এভাবে ভাগ করতে করতে সবার নিচের সারির সংখ্যাগুলো যখন পরস্পর সহমৌলিক হয়েছে তখন আর ভাগ করা হয়নি।
- সবার নিচের সারির সংখ্যাগুলো ও ভাজকগুলোর ধারাবাহিক গুণফলই নির্ণেয় লসাগু।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাগু)

আমরা জানি, ৪ এর গুণিতকগুলো : ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ৩৬, ৪০, ৪৪, ৪৮ ইত্যাদি

৬ এর গুণিতকগুলো : ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ৪২, ৪৮, ৫৪ ইত্যাদি

এবং ৮ এর গুণিতকগুলো : ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮, ৫৬, ৬৪ ইত্যাদি

দেখা যাচ্ছে, ৪, ৬ ও ৮ এর সাধারণ গুণিতক ২৪, ৪৮ ইত্যাদি, এর মধ্যে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতক ২৪

$\therefore$ ৪, ৬ ও ৮ এর লসাগু ২৪

৪ = ২ × ২, ৬ = ২ × ৩, ৮ = ২ × ২ × ২

এখানে, ৪, ৬, ৮ সংখ্যাগুলোর মৌলিক গুণনীয়কে ২ আছে সর্বোচ্চ ৩ বার, ৩ আছে সর্বোচ্চ ১ বার।

কাজেই ২ তিনবার, ৩ একবার নিয়ে ধারাবাহিক গুণ করলে পাওয়া যায়, ২ × ২ × ২ × ৩ বা ২৪, যা প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর লসাগু।

- এখানে মৌলিক উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সংখ্যা নিয়ে লসাগু নির্ণয়ের প্রক্রিয়া দেখানো হয়েছে। এই প্রক্রিয়াটি মৌলিক উৎপাদকের গাছের সাহায্যে ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় ব্যাখ্যা করো।

একক কাজ :

এবার তোমরা প্রত্যেকে লটারির মাধ্যমে দুইটি সংখ্যা বেছে নাও।
লটারিতে পাওয়া সংখ্যা দুইটি দ্বারা কাগজের ব্লক তৈরি করে মৌলিক উৎপাদকের গাছের সাহায্যে 'লসাগু'র খেলা' অংশে আলোচনা করা সবকয়টি পদ্ধতিতে লসাগু নির্ণয় করো। তোমার সম্পূর্ণ কাজটি পোস্টার কাগজ/পুরানো ক্যালেন্ডারে এঁকে ও আঠার সাহায্যে কাগজের ব্লক লাগিয়ে পরবর্তী ক্লাসে তোমার শিক্ষক ও সহপাঠীদের দেখাও।

অনুশীলনী

১) মৌলিক উৎপাদকের গাছের সাহায্যে 'লসাগু'র খেলা' অংশে আলোচনার সব কয়টি পদ্ধতিতে লসাগু নির্ণয় করো।

(ক) ১৪, ১৫, ১২ (খ) ৬৬, ৭৮, ১০০ (গ) ১২০, ৫৬, ৬০ (ঘ) ৫৫, ১৫, ১৪৩ (ঙ) ২৫, ৫৭, ৯৫

২) গসাগু ও লসাগু'র মধ্যে সম্পর্ক

যে কোনো দুইটি সংখ্যা ১০ এবং ৩০ নিয়ে মৌলিক গুণনীয়কগুলো নির্ণয় করা হলো।

১০ = ২ × ৫, ৩০ = ২ × ৩ × ৫

১০ এবং ৩০ এর গসাগু = ২ × ৫ = ১০

এবং লসাগু = ২ × ৩ × ৫ = ৩০

আবার, ১০ এবং ৩০ সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল = ১০ × ৩০ = (২×৫) × (২×৩×৫)

= গসাগু × লসাগু

∴ দুইটি সংখ্যার গুণফল সংখ্যা দুইটির গসাগু ও লসাগু এর গুণফলের সমান।

দুইটি সংখ্যার গুণফল = সংখ্যাদ্বয়ের গসাগু × সংখ্যাদ্বয়ের লসাগু

এবার, 'দুইটি সংখ্যার গুণফল সংখ্যা দুইটির গসাগু ও লসাগু'র গুণফলের সমান।'

তুমি কি উপরের গাণিতিক উক্তিটি 'গসাগু'র খেলা' এবং 'লসাগু'র খেলা' অংশে আলোচনা করা পদ্ধতির মাধ্যমে যেকোনো দুইটি সংখ্যার জন্য সত্য প্রমাণ করতে পারবে?

চলো এবার বাস্তব জীবনের বিভিন্ন সমস্যায় কীভাবে ও কেন লসাগু প্রয়োজন হয় তার কিছু নমুনা দেখি।

৩) সর্বনিম্ন কতজন শিক্ষার্থীকে ৩, ৪, ৬ এবং ৮ জনের দলে সাজানো যেতে পারে যাতে কোনো ক্ষেত্রেই কেউ অবশিষ্ট না থাকে?

৪) একটি লোকাল বাস সার্ভিসে ২ রকম বাস রয়েছে যেগুলো সকাল ৮ টায় থেকে একসাথে যাত্রা শুরু করে। প্রথম ধরনের বাসগুলো প্রতি ১৫ মিনিট পরপর ছেড়ে যায় এবং দ্বিতীয় ধরনের বাসগুলো প্রতি ২০ মিনিট পরপর ছেড়ে যায়। কোনো একটি দিনে সকাল ৮টা থেকে ১১টার মধ্যে প্রথম এবং দ্বিতীয় দুই ধরনের বাসই একই সাথে বা একই সময়ে কতবার ছেড়ে যায়?

৫) তিনজন চিত্রশিল্পী রন, হাবিব এবং শেলি একটি হোটেলের কক্ষে নকশা করার কাজ করছেন। হোটেলে রুম নম্বর আছে ১৫ থেকে ২০০। রনকে সব কক্ষেই কাজ করতে হবে। হাবিবকে সেই কক্ষে কাজ করতে হবে যেখানে রুম নম্বরটি ৩ এর গুণিতক। শেলিকে সেই কক্ষে কাজ করতে হবে যেখানে রুম নম্বরটি ৫ এর গুণিতক। কোন কোন ঘরে তারা সবাই একসাথে কাজ করবে?

৬) সারা প্রতি ৬তম দিনে একটি শপিং মলে যায়। অ্যান্ডি প্রতি ৭ম দিনে একই শপিং মলে যায়। ১লা ডিসেম্বর থেকে গণনা শুরু করলে ডিসেম্বর এবং জানুয়ারি মাসে মোট কতবার তাদের মলে দেখা হবে?

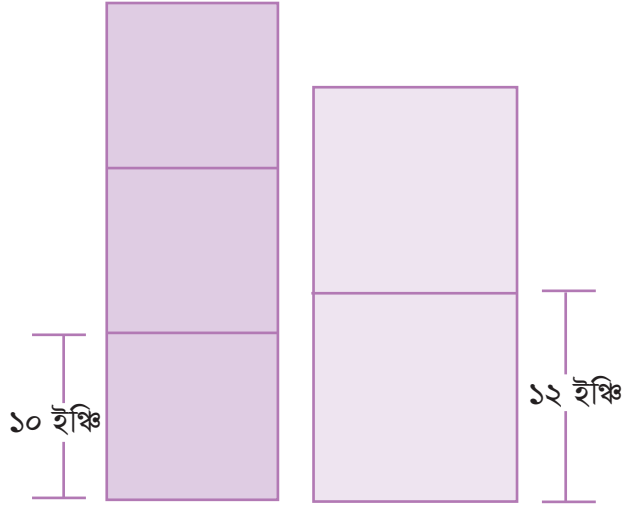
৭) সামির একবারে ৪ ধাপ লাফ দিতে পারে এবং নিনা একবারে ৫ ধাপ লাফ দিতে পারে। উভয়ে একসাথে লাফাতে শুরু করলে কোন ধাপে উভয়েই মিলিত হবে?

৮। অমিয়ার সপ্তাহের প্রতি ২য় দিনে একটি সংগীতের ক্লাস এবং প্রতি ৩য় দিনে পেইন্টিং ক্লাস হয়। কোন দিন তার উভয় ক্লাস হবে?

৯। আজ, ফুটবল দল এবং বাস্কেটবল দল উভয়েরই খেলা ছিল। ফুটবল দল প্রতি ৩ দিনে খেলে এবং বাস্কেটবল দল প্রতি ৫ দিনে খেলে। আবার কবে একই দিনে দুই দলের খেলা হবে?

১০। তুমি প্রতি ৪ সেকেন্ডে তোমার বন্ধুর দিকে তাকিয়ে একবার হাসো এবং তোমার বন্ধু প্রতি ৬ সেকেন্ডে তোমার দিকে তাকিয়ে ফিরে হাসেন। তুমি ও তোমার বন্ধু একই সাথে কখন হাসবে?

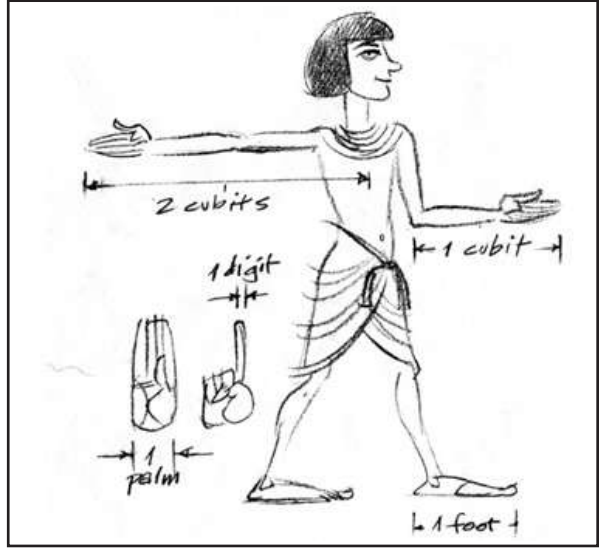
সংকেত : নিজেরাই হাসাহাসি করে দেখো।

১১। ছবিতে দুইটি ভিন্ন আকারের বর্গাকৃতি বাক্স দিয়ে পাশাপাশি দুইটি আলাদা স্তুপ করা হচ্ছে। দুটি স্তুপের উচ্চতা সমান করতে হলে সর্বনিম্ন কতগুলো কমলা বাক্স এবং কতগুলো নীল বাক্স প্রয়োজন হবে? সর্বনিম্ন কত উচ্চতায় স্তুপ দুটি সমান উঁচু হবে?

১২। একটি ম্যারাথন দৌড়ে দুইজন ব্যক্তি দৌড় শুরু করার পর নির্দিষ্ট সময় পরপর পানি পান করেন। প্রথম ব্যক্তি প্রতি ৯ মিনিটে একবার পানিপান করেন। দৌড় শুরুর ৭২ মিনিট পরে প্রথমবার দুইজন একই সময়ে পানি পান করেন। দ্বিতীয় ব্যক্তি কত সময় পরপর পানি পান করেন? ৭২ মিনিটে দ্বিতীয় ব্যক্তি কতবার করে পানি পান করেন?

১৩। ঢাকার নগর সার্ভিসের একটি বাস A প্রতি ৬০ মিনিট পরপর বাসস্ট্যান্ড ছেড়ে যায়। আবার একই বাসস্ট্যান্ড থেকে আরেকটি বাস B প্রতি ৮০ মিনিট পরপর ছেড়ে যায়। প্রতিদিন সকাল ৬ টায় বাস দুইটি তাদের সার্ভিস শুরু করে। প্রতিদিন মোট কতবার এবং কোন কোন সময়ে উভয় বাস একসাথে বাসস্ট্যান্ড ছেড়ে যাবে?

একক কাজ : শিক্ষার্থীরা প্রত্যেকে অনুরূপ একটি বাস্তব সমস্যা খুঁজে বের করবে এবং সেটা সমাধান করে পরবর্তী ক্লাসে উপস্থাপন করবে।

দৈনন্দিন জীবনের প্রায় প্রতিটি কাজের সাথেই আমাদের মাপ-জোখ করতে হয়। তোমরা বাজারে গিয়ে যখন প্রয়োজনীয় বিভিন্ন জিনিস যেমন: চাল, ডাল, তেল, লবণ, চিনি, রশি, বৈদ্যুতিক তার ইত্যাদি ক্রয় করো তখন দোকানদার তোমার চাহিদামতো জিনিসগুলো মেপে দেন। আর এই মাপ-জোখের বিষয়টাকেই আমরা পরিমাপ বলে থাকি। তোমরা খেয়াল করে দেখবে যে, দোকানদার সকল ধরনের জিনিসপত্র একভাবে মাপেন না। যেমন: চাল, ডাল মাপের ক্ষেত্রে যে যন্ত্র ব্যবহার করেন, দড়ি বা বৈদ্যুতিক তার মাপার সময় ঐ যন্ত্রটি ব্যবহার করেন না। আর এই সকল আদর্শ পরিমাণের সাথে তুলনা করেই আমরা বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন রকম জিনিস পরিমাপ করে থাকি। এই আদর্শ পরিমাণটি একক নামে পরিচিত।

তোমাদের নিশ্চয়ই এখন জানতে ইচ্ছে করছে, এই পরিমাপ ব্যবস্থার প্রয়োজন হলো কেন? একটু চিন্তা করে বলো তো পরিমাপ পদ্ধতি যদি আবিষ্কার না হতো তাহলে কি দর্জি একদম সঠিক মাপে তোমার জামা তৈরি করে দিতে পারতেন? আবার পরিমাপ প্রক্রিয়া আছে দেখেই তো তুমি বলতে পারো তোমার বাড়ি থেকে শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের দূরত্ব কত!, আরও মজার কথা কি জানো, মানব সমাজের একদম শুরু থেকেই মানুষ নানা ধরনের পরিমাপ প্রক্রিয়া সৃষ্টি করেছে। পরিমাপ ব্যবস্থার সবচেয়ে পুরনো নিদর্শন পাওয়া যায় প্রাচীন মিশর, মেসোপটেমিয়া, সিন্ধু উপত্যকা এবং সম্ভবত ইলাম (ইরানে অবস্থিত) এর অধিবাসীদের মাধ্যমে। দৈর্ঘ্য পরিমাপের অতি প্রাচীন এককটি আসে এই মিশরীয় অধিবাসীদের মধ্যে প্রচলিত একক 'কিউবিট' থেকে। আমরা এখন যেভাবে 'মিটার' ব্যবহার করি তারা ব্যবহার করত 'কিউবিট'। ছবিটি একটু ভালোমতো খেয়াল করে দেখলে বুঝতে পারবে মিশরীয়রা কীভাবে হাতের মাধ্যমে দৈর্ঘ্য মেপে ফেলত? সাধারণ কিউবিটের দৈর্ঘ্য ছিল বাহুর কনুই থেকে মধ্যাঙ্গুলির অগ্রভাগ পর্যন্ত। এটা আরও বিভক্ত ছিল বিঘত বা কনিষ্ঠাঙ্গুলি থেকে বৃদ্ধাঙ্গুলির মধ্যবর্তী দূরত্ব পর্যন্ত (অর্ধেক কিউবিট)।

Copyright : Wikipedia

আবার সময় মাপা হতো সূর্য, চন্দ্র এবং অন্যান্য প্রাকৃতিক বস্তুর পর্যায়কালের মাধ্যমে। মাটি বা ধাতুর তৈরি পাত্রের ধারণক্ষমতা মাপার দরকার হলে সেগুলো শস্যের বীজ দিয়ে পূর্ণ করে গণনা করা হতো এবং এভাবে আয়তন মাপা হতো। ওজন মাপার পদ্ধতি আবিষ্কৃত হবার পর শস্য ও পাথরের ওজনকে আদর্শ বলে গণ্য করা হতো। স্বর্ণ বিক্রেতারা যে স্বর্ণ বিক্রয় করে তাতে ১৮ ক্যারেট, ২১ ক্যারেট বা ২৪ ক্যারেট লিখা থাকে। তোমরা জেনে অবাক হবে সোনা পরিমাপের ক্যারেট এককটির উদ্ভব হয়েছিল ক্যারবের বীজ থেকে। কিন্তু সমস্যা হলো সব মানুষের হাতের মাপ এক নয়; আবার সকল শস্যের বীজ একই আয়তনের হয় না। এ সকল কারণে মানুষ

মনে করল যে কোনো পরিমাপের জন্য একটি আদর্শ বা নির্দিষ্ট মাপ নির্ধারণ করা প্রয়োজন। এ সম্পর্কে আরও ভালোভাবে বুঝতে পারবে এ অধ্যায়ের পরবর্তী অংশে।

এবার এসো নিচের কাজটি করি।

তোমাদের শ্রেণিকক্ষটি নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করো। এবার শ্রেণিকক্ষটিসহ এর দরজা, জানালা, তোমাদের বসার ও বই খাতা রাখার বেঞ্চ, টেবিল, ব্ল্যাক বা হোয়াইট বোর্ড ইত্যাদির নাম ও আনুমানিক মাপ লিখে নিচের ছকটি পূরণ করো। এই কাজটি তুমি তোমার পড়ার ঘরের ক্ষেত্রেও করতে পারো। ফুট, মিটার এবং ইঞ্চি সম্পর্কে ধারণা থাকলে কাজটি তোমাদের জন্য সহজ হবে। প্রয়োজনে তোমার শিক্ষক কিংবা বাবা/মা/ বড় ভাইবোনের সাথে বিষয়গুলো আলোচনা করে নাও।

দৈর্ঘ্য পরিমাপ					
ক্রমিক নম্বর	যার দৈর্ঘ্য মাপা হলো তার নাম	আনুমানিক মাপ			
		হাত	ফুট (feet)	মিটার (meter)	ইঞ্চি (inch)
১।					
২।					
৩।					
৪।					
৫।					
৬।					
৭।					
৮।					
৯।					
১০।					

ছকের আনুমানিক মাপগুলো ঠিকভাবে নির্ণয় করার জন্য তোমাদের কাছে থাকা উপকরণগুলো তুলে ধরো। উপকরণগুলোর নাম লেখো এবং উপকরণগুলো কোন কোন এককে দাগাঙ্কিত সতীর্থের সাথে বর্ণনা করো।

কাগজের স্কেল বানাই

উপকরণ: পুরাতন ক্যালেন্ডার বা মোটা কাগজ, আঠা, সেন্টিমিটার স্কেল, পেন্সিল, কাঁচি।

পদ্ধতি :

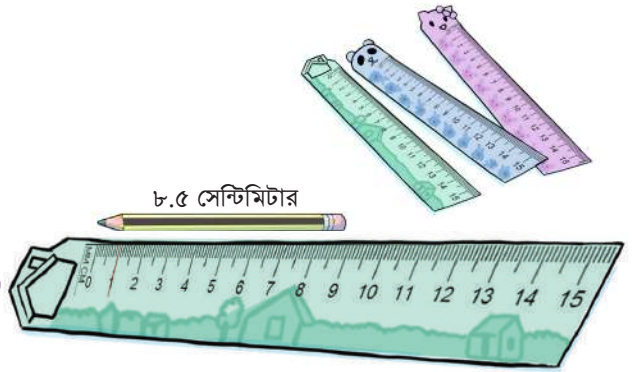
১. একটি সেন্টিমিটার বা ইঞ্চি স্কেলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিবেচনায় রেখে পুরাতন ক্যালেন্ডার বা মোটা কাগজ থেকে একই মাপের দুই টুকরা কেটে নাও।

২. টুকরা দুইটিকে আঠা দিয়ে পরস্পরের সাথে লাগিয়ে দাও। তাহলে স্কেলের বডি আরও মোটা ও শক্ত হবে।

৩. এবার একই মাপের দুই টুকরা সাদা কাগজ কেটে স্কেলের বডির উভয় পাশে আঠা দিয়ে আঁটকে দাও।

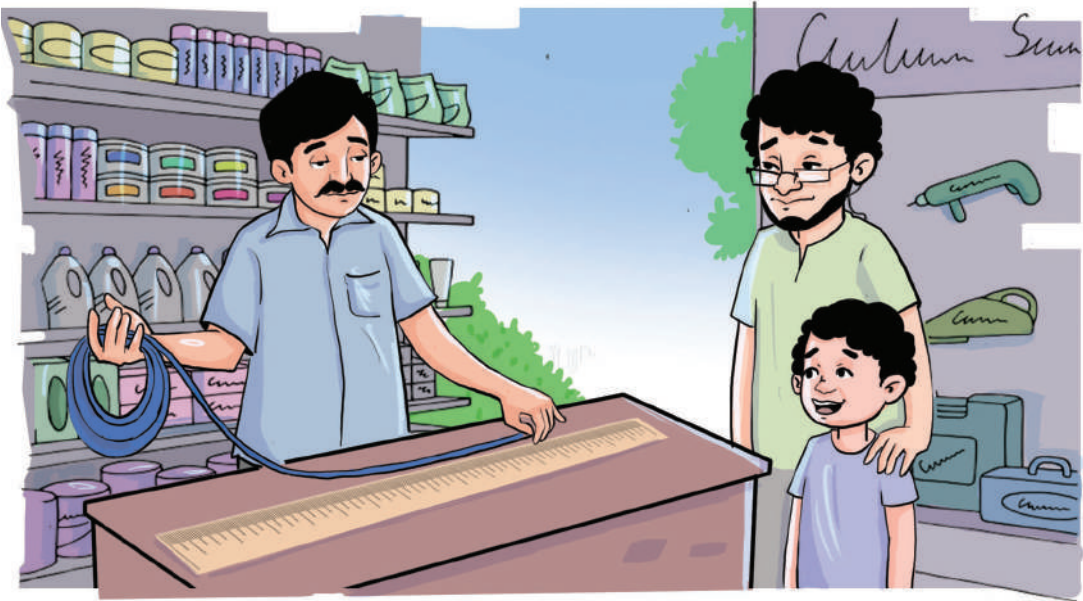
৪. স্কেলের বডির যেকোনো এক পাশে একটি সেন্টিমিটার বা ইঞ্চি স্কেল রেখে সেন্টিমিটার বা ইঞ্চি স্কেলটির দাগ বরাবর তোমার পছন্দমতো বিভিন্ন রং- এর কালির কলম দিয়ে দাগিয়ে নাও।

৫. সেন্টিমিটারের দাগগুলো ভিন্ন কালির কলম দিয়ে একটু লম্বা করে দাগ দাও এবং দাগের মাথায় ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ... অঙ্ক বা সংখ্যাগুলো বসিয়ে দাও।

৬. তোমার পছন্দমতো খানিকটা ডিজাইন করে নিলেই স্কেলটি তৈরি হয়ে যাবে।

নিচের ছকটি খাতায় আঁকো। এবার তোমাদের বানানো কাগজের সেন্টিমিটার স্কেল দিয়ে পেন্সিল, কলম, ইরেজার (রাবার) এর আনুমানিক এবং ক্রয়কৃত স্কেল দিয়ে সঠিক দৈর্ঘ্য মেপে ছকটি পূরণ করো। এবার দুইভাবে প্রাপ্ত দৈর্ঘ্যের মধ্যে তুলনা করে মন্তব্য লিখে রাখো।

ক্রমিক নম্বর	যার দৈর্ঘ্য মাপতে হবে তার নাম	সেন্টিমিটারে আনুমানিক দৈর্ঘ্য (তোমার বানানো স্কেল দিয়ে)	সেন্টিমিটারে প্রকৃত দৈর্ঘ্য (ক্রয়কৃত স্কেল দিয়ে)	পরিমাপের পার্থক্যের উপর মন্তব্য
১।				
২।				
৩।				
৪।				

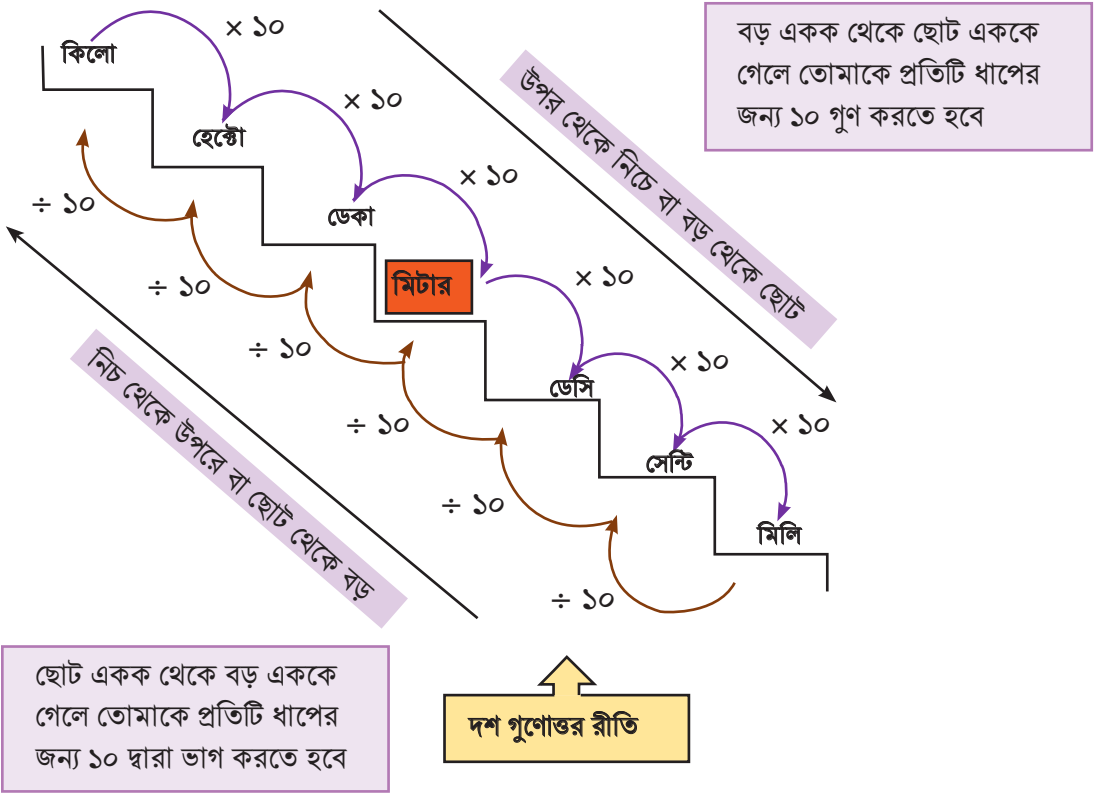
স্কুল ছুটি হওয়ায় জয়া মা-বাবার এর সাথে মামার বাড়ি বেড়াতে গেল। মামাতো ভাই অনিকের সাথে জয়ার খুব ভাব। কারণ উভয়েই ষষ্ঠ শ্রেণিতে পড়ে। তাই সময় পেলেই নিজেদের স্কুলের গল্প করে। পড়াশোনা নিয়ে আলোচনা করে। বাড়ি থেকে অনিকের স্কুল কত দূরে জয়া অনিকের কাছে জানতে চায়। অনিক একটু ভেবে বলে প্রায় ৩ কিলোমিটার। জয়া মনে মনে ৩ কিলোমিটার কত দূর হতে পারে তার একটি ছবি কল্পনা করে নেয়। অনিক মাঝে মাঝে তার বাবার সাথে দরকারি জিনিসপত্র কেনার জন্য বাজারে যায়। এমনই একদিন বৈদ্যুতিক তার কেনার জন্য দোকানে গেল। দোকানদার প্রশ্ন করল কত গজ তার লাগবে? বাবা তারের পরিমাণের কথা বলার পর দোকানদার তার টেবিলে দাগানো স্কেল দ্বারা তার মেপে দিয়ে দিল।

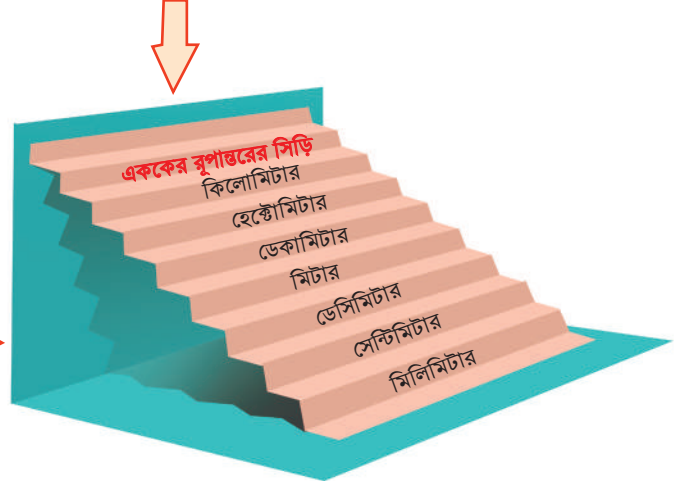
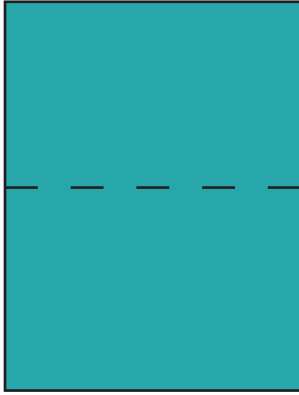
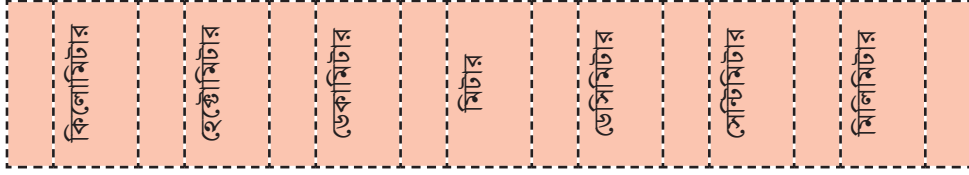
এরপর প্রয়োজনীয় ভোগ্যপণ্য কেনার জন্য অন্য একটি দোকানে গেল। সেখান থেকে ১ কেজি ডাল, ১ লিটার তেল ও আরও কয়েক ধরনের জিনিস কিনে বাড়ি ফিরে আসল। জয়া ও অনিক উভয়ের মনেই একটি প্রশ্ন জাগে- এই দূরত্ব, তারের দৈর্ঘ্য ও অন্যান্য জিনিস মাপার ক্ষেত্রে কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণের সাথে তুলনা করা হয় কি? তাহলে ঐ পরিমাণকে পরিমাপের কি বলা হয়? দুজনেই মনে মনে স্থির করে স্কুলে গিয়ে শিক্ষকের সাথে কথা বলে তাদের প্রশ্নে উত্তরটি জানার চেষ্টা করবে।

যে আদর্শ ভৌত রাশির (তোমাদের বিজ্ঞান বইয়ের বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি অধ্যায়ে বিভিন্ন রাশির পরিমাপ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা আছে) সাথে তুলনা করে অন্যান্য রাশির পরিমাপ করা হয়, তাকে আমরা পরিমাপের একক বলে থাকি। যে কোনো পরিমাপের জন্য একটি আদর্শের প্রয়োজন রয়েছে যার সাথে তুলনা করে বিভিন্ন ভৌত রাশির পরিমাপ করা হয়। এ আদর্শকেই বলা হয় পরিমাপের একক।

দৈনন্দিন কাজকর্ম ও ব্যবসা-বাণিজ্যের কারণে প্রাচীনকাল থেকেই পরিমাপের প্রচলন ছিল। এই পরিমাপের জন্য বিভিন্ন রাশির স্থানীয় বা এলাকা ভিত্তিক বহু একক প্রচলিত ছিল। যেমন: কিছুকাল পূর্বেও আমাদের দেশে ভরের একক হিসেবে মণ, সের, ছটাক, তোলা ইত্যাদি প্রচলিত ছিল। আবার দূরত্ব নির্দেশের একক হিসেবে মাইল কিংবা দৈর্ঘ্যের জন্য গজ, ফুট, ইঞ্চি ইত্যাদি এখনো প্রচলিত আছে। স্থানীয়ভাবে হয়তোবা এখনো চলতে পারে। বিভিন্ন দেশে পরিমাপের জন্য বিভিন্ন পরিমাপ পদ্ধতি প্রচলিত থাকায় বৈজ্ঞানিক তথ্যের আদান-প্রদান ও আন্তর্জাতিক ব্যবসা-বাণিজ্যে নানান সমস্যা সৃষ্টি হতে থাকে। সেই কারণেই সারা বিশ্বে পরিমাপের একই

রকম আদর্শের প্রয়োজন পড়ে। এ থেকে ১৯৬০ সালে গোটা বিশ্বে বিভিন্ন রাশির একই রকম একক চালু করার সিদ্ধান্ত হয়। এককের এ পদ্ধতিকে বলা হয় এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি বা International System of Units সংক্ষেপে SI.

এ অধ্যায়ে আমরা দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক নিয়ে আলোচনা করব। দৈর্ঘ্য পরিমাপের প্রচলিত পদ্ধতি ২টি। (১) ব্রিটিশ পদ্ধতি ও (২) মেট্রিক পদ্ধতি। ব্রিটিশ পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক হিসেবে গজ, ফুট, ইঞ্চি চালু আছে। তবে বর্তমানে পৃথিবীতে অধিকাংশ দেশে দৈর্ঘ্য পরিমাপে ব্যবহৃত হচ্ছে মেট্রিক পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে পরিমাপের বৈশিষ্ট্য হলো এটা দশগুণোত্তর। দশমিক ভগ্নাংশের দ্বারা এ পদ্ধতিতে পরিমাপ সহজে করা যায়।

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপে এককের রূপান্তর : সিঁড়ি পদ্ধতি

একক কাজ : কাগজ দ্বারা এককের রূপান্তরের সিঁড়ি বানাও

প্রয়োজনে নিচের ছবিটির সাহায্য নিতে পার।

অষ্টাদশ শতাব্দীতে ফ্রান্সে প্রথম এ পদ্ধতি চালু হয়। বাংলাদেশে ১ জুলাই ১৯৮২ সাল থেকে মেট্রিক পদ্ধতি প্রবর্তন করা হয়। এই পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক হিসেবে মিটার, সেন্টিমিটার, কিলোমিটার চালু রয়েছে। তোমরা জেনে অবাক হবে, বিভিন্ন সময় বিজ্ঞানীরা দৈর্ঘ্যের একক মিটার বা সেন্টিমিটারকে বিভিন্নভাবে সংজ্ঞায়িত করেছেন। বিজ্ঞানের উন্নতির সাথে সাথে মিটারের সংজ্ঞারও পরিবর্তন হয়েছে। প্রায় ২০০ বছর গবেষণা করে বিজ্ঞানীগণ ১৯৮৩ সালে 'মিটার' কে নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত করেন –

'এক সেকেন্ডের ২৯, ৯৭, ৯২, ৪৫৮ ভাগের এক ভাগ সময়ে আলো যতটুকু দৈর্ঘ্য ভ্রমণ করতে পারে'। আধুনিক বিজ্ঞান মিটারের এই সংজ্ঞাটিকে সর্বাধিক মৌলিক হিসেবে স্বীকৃতি দিয়েছেন। এ সম্পর্কে বিশদ আলোচনা তোমরা পরবর্তী শ্রেণিতে জানতে পারবে।

জোড়ায় কাজ : শিক্ষার্থীরা স্কেল বা ফিতার মাধ্যমে একে অপরের উচ্চতা পরিমাপ করবে।

- প্রথমে সতীর্থের উচ্চতা যেকোনো এককে অনুমান করে লিখে রাখবে।
- এবার স্কেল বা ফিতার মাধ্যমে মেপে পাওয়া উচ্চতার পরিমাণকে সেন্টিমিটার, মিটার ও ফুটে প্রকাশ করবে।
- অনুমান করে পাওয়া উচ্চতা ও স্কেল বা ফিতার মাধ্যমে মেপে পাওয়া উচ্চতার পার্থক্য থাকলে তা নির্ণয় করবে।

একক কাজ : স্কেল দিয়ে গণিত পাঠ্যবইটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা ইঞ্চিতে এবং সেন্টিমিটারে মেপে খাতায় একটি তালিকা তৈরি করবে। তালিকা পর্যবেক্ষণ করে ইঞ্চি ও সেন্টিমিটারের মধ্যকার সম্পর্কটি যাচাই করবে।

গণিত পাঠ্যবই	প্রকৃত দৈর্ঘ্য (স্কেল দিয়ে)		
	ইঞ্চি (inch)	সেন্টিমিটার (cm)	ইঞ্চি ও সেন্টিমিটারের মধ্যকার সম্পর্ক
দৈর্ঘ্য			
প্রস্থ			
উচ্চতা			

দলগত কাজ : মাপার ফিতা দিয়ে শ্রেণিকক্ষের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের যেকোনো দুইটি তলার মধ্যবর্তী সিঁড়ি মেপে নিচের ছকটি পূরণ করবে।

আমাদের শ্রেণিকক্ষ ও সিঁড়ি							
		আনুমানিক মাপ	ক্রয়কৃত স্কেল বা ফিতা বা অন্য কোনো উপকরণ দিয়ে নির্ণিত প্রকৃত দৈর্ঘ্য				
			গজ	ফুট	ইঞ্চি	সে.মি.	মিটার
শ্রেণি কক্ষের	দৈর্ঘ্য						
	প্রস্থ						
শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের সিঁড়ি	দৈর্ঘ্য						
	প্রস্থ						

সেন্টিমিটার স্কেল দ্বারা একটি ২ টাকার মুদ্রার (কয়েন) পুরুত্ব পরিমাপ

উপকরণ : কয়েকটি ২ টাকার মুদ্রা (কয়েন), সেন্টিমিটার স্কেল

পদ্ধতি– ১: ক) একটি ২ টাকার মুদ্রার (কয়েন) পুরুত্ব অনুমান করো।

খ) অনুমান করা মাপটি খাতায় লিখে রাখো।

গ) এবার পাশের চিত্রের মতো মুদ্রাটির পুরুত্ব সেন্টিমিটার স্কেলে মেপে দেখো।

ঘ) অনুমান করা ও স্কেল দ্বারা পরিমাপ করে পাওয়া মানের মধ্যে পার্থক্য থাকলে তা নির্ণয় করো।

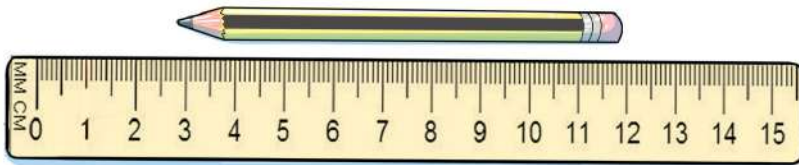
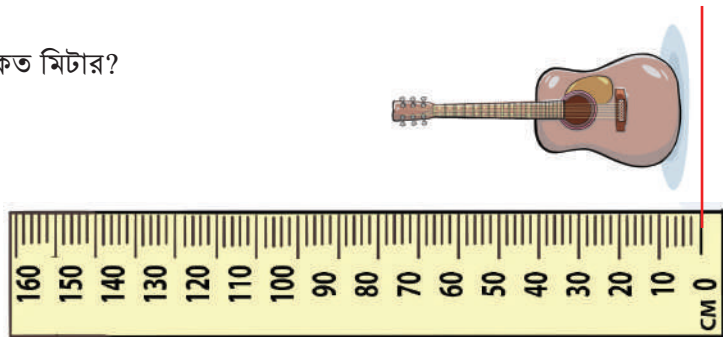
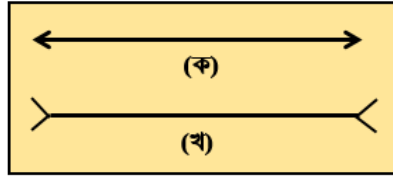
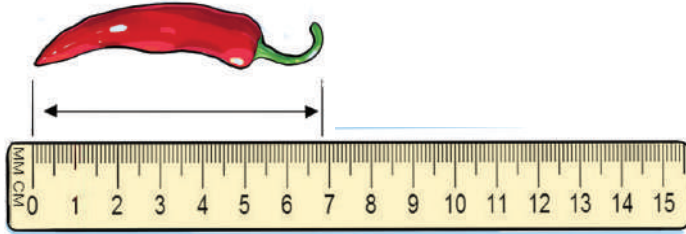
পদ্ধতি– ২: ক) নিচের চিত্রের মতো কয়েকটি মুদ্রা একটির উপর আরেকটি বসিয়ে জড়ো করো।

খ) এবার সেন্টিমিটার স্কেল দ্বারা জড়ো করা মুদ্রাগুলোর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করো।

গ) এবার মোট দৈর্ঘ্যকে মুদ্রার সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলেই একটি মুদ্রার পুরুত্ব পেয়ে যাবে

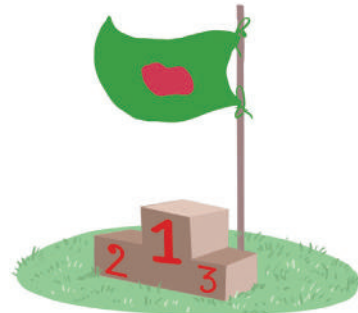
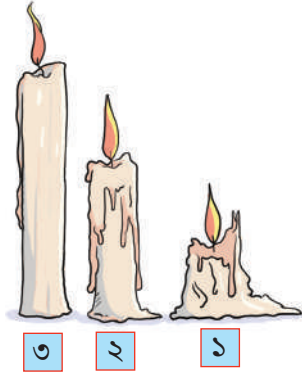
একটি বৃত্তাকার কয়েনের ব্যাস একাধিক পদ্ধতিতে পরিমাপ করো।

অনুশীলনী

১। নিচের চিত্রে দেখানো পেন্সিলটির দৈর্ঘ্য কত?

২। চিত্রে গিটারটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

৩। নিচের কোন লাইনটি বড়? অনুমান করো। এবার (ক) ও (খ) লাইন দুইটি সেন্টিমিটারে মেপে তোমার অনুমান যাচাই করো।

৪। নিচের চিত্রের মরিচটির দৈর্ঘ্য সেন্টিমিটার এবং মিলিমিটারে নির্ণয় করো। তারপর মিলিমিটারে প্রাপ্ত দৈর্ঘ্যটিকে সেন্টিমিটারে প্রকাশ করো।

৫। শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় দীর্ঘ লাফে ষষ্ঠ শ্রেণির ৫ জন শিক্ষার্থীর অতিক্রান্ত দূরত্ব নিচে দেওয়া হলো:

শিক্ষার্থীর নাম	অতিক্রান্ত দূরত্ব
সাদিয়া ইসলাম	৩.৫০ মি.
সুবর্ণা রায়	৪.০৫ মি.
মনিকা চাকমা	৪.৫০ মি.
আদিবা	৩.৮০ মি.
রীনা গমেজ	৩.০৮ মি.

ক) অতিক্রান্ত দূরত্বগুলোকে মিটার ও সেন্টিমিটারে প্রকাশ করো।

খ) কোন তিনজন শিক্ষার্থী বিজয় মঞ্চের ১ম, ২য় ও ৩য় স্থানে দাঁড়িয়ে জাতীয় পতাকাকে সম্মান প্রদর্শন করবে?

৬। নিচের চিত্রের মতো শিখাসহ তিনটি ভিন্ন উচ্চতার তিনটি মোমবাতির ছবি আঁকো। তোমার আঁকা ছবি তিনটি মেপে নিচের ছকটি পূরণ করো।

যার দৈর্ঘ্য মাপতে হবে	আনুমানিক দৈর্ঘ্য	দৈর্ঘ্য (সে.মি. এবং মি.মি.)	দৈর্ঘ্য (সে. মি.)
মোমবাতি – ১			
শিখা – ১			
মোমবাতি – ২			
শিখা – ২			
মোমবাতি – ৩			
শিখা – ৩			

৭। সেন্টিমিটার বা ইঞ্চি স্কেল দ্বারা একটি মার্বেলের ব্যাস সেন্টিমিটার ও ইঞ্চিতে পরিমাপ করো।

৮। দূরত্বের পাজল : নিচের ছবি দেখে প্রশ্নের উত্তরগুলো দেওয়ার চেষ্টা করো।

(ক) বাড়ি থেকে কোন কোন পথে বাজারে যাওয়া যায়? প্রতিটি পথের দূরত্ব নির্ণয় করে সবচেয়ে কম দূরত্বের পথ খুঁজে বের করো।

(খ) নদীর ঘাট থেকে কোন কোন পথে হাসপাতালে যাওয়া যায়? প্রতিটি পথের দূরত্ব নির্ণয় করে সবচেয়ে কম দূরত্বের পথ খুঁজে বের করো।

শ্রেণিকক্ষের দৈর্ঘ্য প্রস্থ এবং শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের দুইটি সিঁড়ির দূরত্ব পরিমাপের ক্ষেত্রে সতীর্থ মূল্যায়ন রুব্রিক্স

দলগত কাজের সময় তোমার দলের সদস্যদের কাজ পর্যবেক্ষণ করে মূল্যায়ন প্রক্রিয়াটি পরিচালনা করবে। যে কাজগুলো (মূল্যায়ন ক্ষেত্র) পর্যবেক্ষণ করতে হবে তার তালিকা নিচের ছকের বাম পাশের কলামে দেয়া আছে। কোনো বিষয় বুঝতে না পারলে শিক্ষকের কাছে জিজ্ঞেস করে জেনে নাও। তোমার দলের প্রত্যেক সহপাঠীর জন্য ছকটি পূরণ করবে। প্রথমে দলের সদস্যদের নাম নিচের নির্ধারিত ঘরে লিখে নাও। নিচের উদাহরণ দিয়ে তুমি সতীর্থ মূল্যায়নের কাজটি আরও ভালোভাবে বুঝতে পারবে।

মনে করো তোমার দলের একজন সদস্য “মিতা” নিচের বাম কলামে উল্লেখিত একটি কাজ- “শ্রেণিকক্ষের প্রস্থ মিটার এককে নির্ণয় করেছে”। এখন মিতা যদি কাজটি সম্পূর্ণভাবে পারে ☆☆☆ তাহলে তাকে তিনটি তারা দিবে। আবার সে যদি কাজটি আংশিকভাবে পারে তাহলে তাকে দুইটি তারা ☆☆ দিবে । এমন যদি হয়ে যে মিতা পরিমাপ করেছে কিন্তু ফলাফল সঠিক হয়নি তাহলে একটি তারা ☆ দিবে। সে যদি দলগত কাজটিতে অংশগ্রহণ না করে তাহলে “কাজে অংশ নেয়নি” লিখবে।

সম্পূর্ণভাবে পেরেছে ☆☆☆	আংশিকভাবে পেরেছে ☆☆	পরিমাপ করেছ কিন্তু ফলাফল সঠিক হয়নি ☆	কাজে অংশগ্রহণ করেনি ⃠

মূল্যায়ন ক্ষেত্র		দলের সদস্যদের নাম					
শ্রেণিকক্ষের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা	ফিতা ব্যবহার করে পরিমাপের পদ্ধতি সঠিকভাবে অনুসরণ করতে পেরেছে						
	দৈর্ঘ্য পরিমাপের ক্ষেত্রে বিভিন্ন এককে (গজ/ফুট/ইঞ্চি/সে.মি./মিটার) মান নির্ণয় করতে পেরেছে						
	বিভিন্ন এককে যে মানগুলো বের করেছে তার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পেরেছে						
শ্রেণিকক্ষের প্রস্থ পরিমাপ করা	ফিতা ব্যবহার করে পরিমাপের পদ্ধতি সঠিকভাবে অনুসরণ করতে পেরেছে						
সিঁড়ির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে পেরেছে							
সিঁড়ির প্রস্থ পরিমাপ করতে পেরেছে							
দুইটি সিঁড়ির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করতে পেরেছে							
এ সতীর্থ মূল্যায়নটি করে তোমার কেমন লাগল? তোমার কী ধরনের সমস্যা হলো সেগুলো পাশের ঘরে লিখে রাখো।							

পূর্ণ সংখ্যার জগৎ

অনিতা একটি কলম কিনতে বাজারে গেল। তার সাথে আছে মাত্র 10 টাকা। কিন্তু কলমটির দাম 15 টাকা। দোকানদার অনিতার কাছ থেকে বাকির পরিমাণ হিসেবে 5 টাকা লেখেন। মনে রাখার জন্য তার হিসাবের খাতায় অনিতার নামের পাশে 5 টাকা লিখলেন। দোকানে একই সময়ে রাতুলও এসেছিল ঐ কলমটি কিনতে। সে কলমটি কেনার জন্য দোকানদারকে 20 টাকার একটি নোট দিলো। খুচরা 5 টাকা না থাকায় রাতুলকে দোকানদার 5 টাকা পরে নিতে বললেন। এবং মনে রাখার জন্য হিসাবের খাতায় রাতুলের নামের পাশেও 5 টাকা লিখলেন।

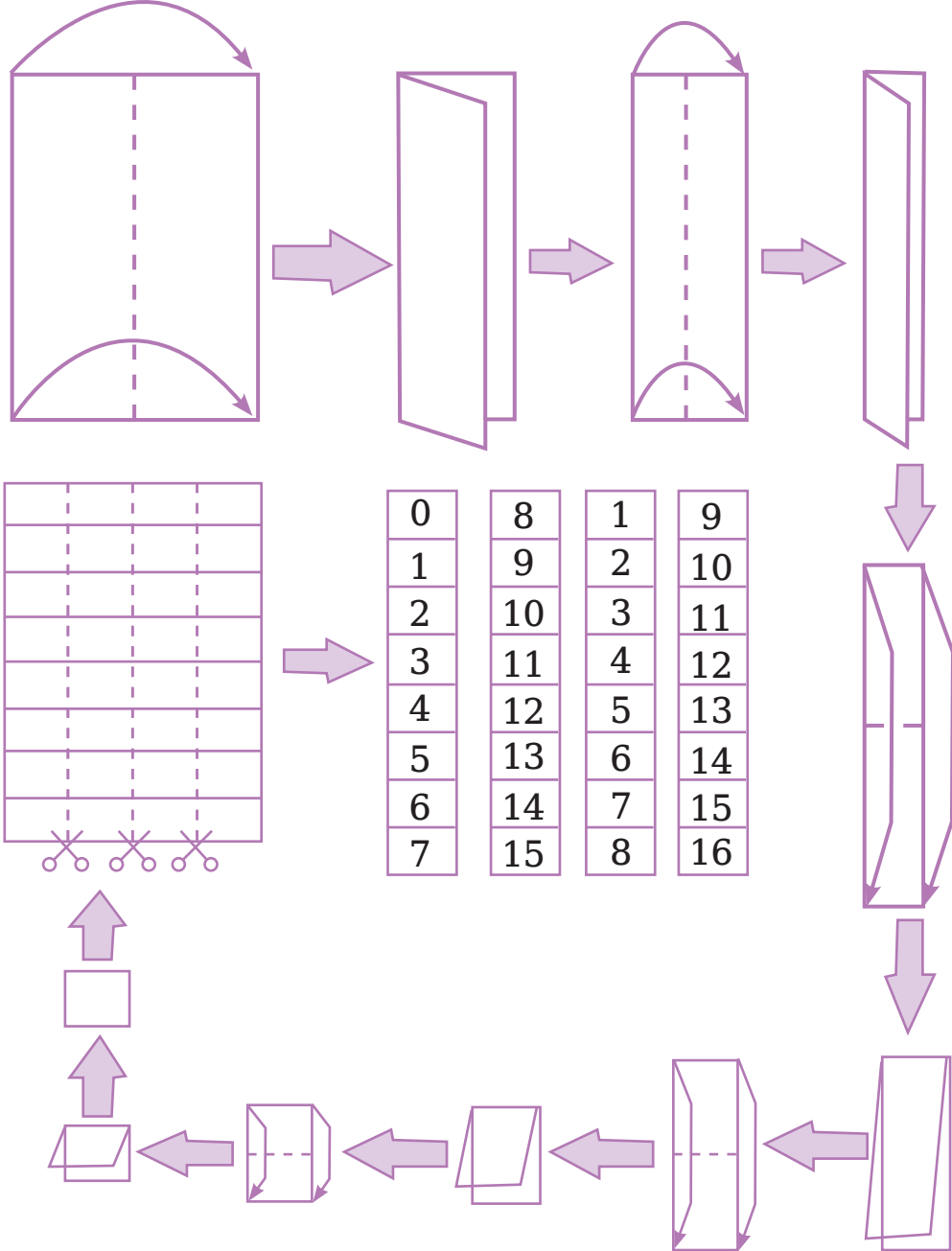
কিন্তু এবারে একটা সমস্যা দেখা দিল। দোকানদারের কীভাবে মনে থাকবে যে অনিতার কাছে তিনি 5 টাকা পাবেন আর রাতুলকে তার 5 টাকা দিতে হবে। তোমরা কি বলতে পারবে কীভাবে দোকানদার এই সমস্যার সমাধান করতে পারেন?

দেনা-পাওনা শব্দ দুইটি ব্যবহার করলে কেমন হয়?

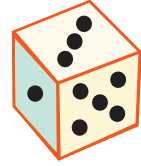
দুই রকম রং দিলেও কিন্তু আলাদা করা যাবে?

অনিতা ও রাতুল এরপর স্কুলে গিয়ে ‘এক গুটি দুই খেলোয়াড়’ নামের একটা খেলায় অংশ নিয়ে ঠিক একই রকম একটা সমস্যায় পড়ে। চলো দেখি তারা সেই সমস্যার সমাধান কীভাবে খুঁজে পেল?

এক গুটি দুই খেলোয়াড়

❖ অনিতা ও রাতুল খেলার জন্য শুরুতে একটি A4 কাগজকে নিচের ছবির মতো করে ভাঁজ করে তারপর কেটে চারটি কাগজের স্ট্রিপ তৈরি করে নিচের মতো করে সংখ্যাগুলো লিখে নিল।

■ এরপর দুইটি কাগজের স্ট্রিপ নিয়ে পাশাপাশি নিচের মতো করে সাজিয়ে নিল।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

■ খেলার জন্য একটি ছক্কা এবং একটি গুটি প্রয়োজন হবে।

শুরুতে তারা 8 লেখা ঘরের উপর একটি গুটি রাখল।

0	1	2	3	4	5	6	7	8 (গুটি)	9	10	11	12	13	14	15

এরপর খেলার নিয়ম অনেকটা লুডু খেলার মতোই।

তবে দুইটা পার্থক্য আছে:

১) এখানে গুটি একটাই।

২) প্রথমে যে ছক্কাটি নিক্ষেপ করবে তার জন্য গুটি যাবে ডান দিকে। আর দ্বিতীয় যে ছক্কা নিক্ষেপ করবে তার জন্য গুটি যাবে বাম দিকে। দুজনের ক্ষেত্রেই নিক্ষেপ করা ছক্কায় যে সংখ্যাটি উঠবে তার গুটি তত ঘর ডান দিকে অথবা বাম দিকে সরবে।
এরপর আবার প্রথমজন ছক্কা নিক্ষেপ করবে এবং খেলা চলতে থাকবে।
প্রথমজন যদি 15 তে পৌঁছাতে পারে তবে সে বিজয়ী হবে। আর দ্বিতীয়জন যদি 0 তে পৌঁছাতে পারে তাহলে সে বিজয়ী হবে।

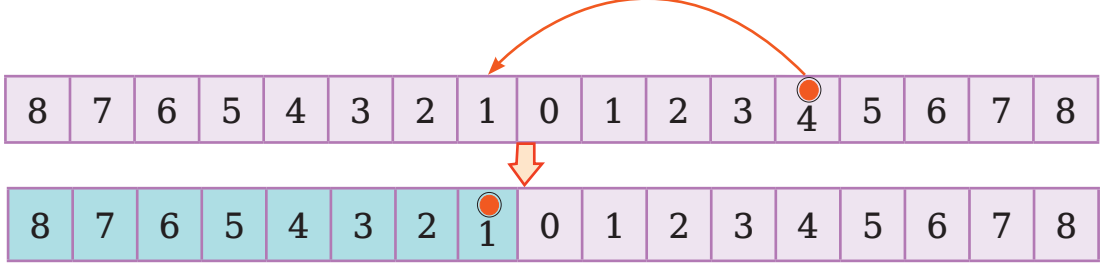
তো অনিতা প্রথমে ছক্কা নিক্ষেপ করল এবং তারপর রাতুল , তারপরে আবার অনিতা—এভাবেই খেলা চলতে থাকল।

খেলার একপর্যায়ে গুটির অবস্থান ছিল 4 লেখা ঘরে। এই অবস্থায় রাতুলের নিক্ষেপ করা ছক্কায় 5 উঠল। এবার রাতুল গুটিটা নিয়ে কোথায় যাবে বলো তো? 0 চিহ্নের বামে তো আর কোনো ঘর নেই।

রাতুলের ছক্কায় ৫ উঠেছে। সে গুটি নিয়ে কোন ঘরে যাবে?

4 থেকে 5 ঘর বামদিকে যেতে হলে অবশ্যই 0 অতিক্রম করে যেতে হবে। তার মানে আমি জিতে গেছি।

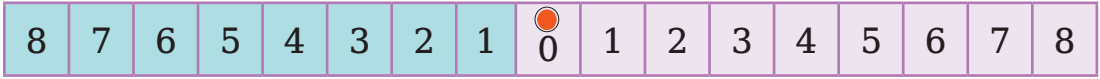
খেলার নিয়মে তুমি 0 তে গেলে জিতবে। তোমার গুটি তো 0 তে যায় নাই। তাই তুমি জিতবে না, খেলা চলবে।

কিন্তু খেলাটা চলবে কীভাবে? 0 এর বামে তো কোনো সংখ্যাই নাই। তখন অনিতা ও রাতুল একটা বুদ্ধি বের করল। বাকি দুইটি কাগজের স্ট্রিপ নিয়ে সেগুলোকে 0 এর বামে স্থাপন করল। এবার রাতুলের ছক্কায় 5 ওঠার পর সে 0 এর বামে আরও এক ঘর গিয়ে গুটি রাখতে পারল।

কিন্তু এখন দেখা যাচ্ছে 0 এর ডানে এবং বামে একই সংখ্যা দুইবার করে আছে। তাই আলাদা করার জন্য তারা 0 বামের সংখ্যাগুলোকে সবুজ রং করল।

এরপর তারা আবার নতুন করে খেলা শুরু করল আর খেলার নিয়ম একটু বদলে দিল।

খেলা শুরুতে এবার গুটি থাকবে 0 এর ঘরে।
বিজয়ী হওয়ার নিয়ম প্রথমজনের জন্য একই থাকবে অর্থাৎ 8 তে পৌঁছাতে পারলেই সে বিজয়ী হবে।

তবে দ্বিতীয়জনের জন্য নতুন নিয়ম হবে।
দ্বিতীয়জন যদি 0 এর বাম দিকের 8 অর্থাৎ সবুজ রঙের 8 তে পৌঁছাতে পারে তবে সে বিজয়ী হবে।

8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

এরপর একদিন খেলার সময় তারা সবুজ রং খুঁজে না পেয়ে আরও সহজ কোনো উপায়ে 0 এর বাম দিকের সংখ্যাগুলোকে আলাদা করে চিহ্নিত করা যায় কিনা ভাবা শুরু করল। অবশেষে তারা একমত হলো যে, সংখ্যাগুলোর আগে বিয়োগ চিহ্ন বা ঋণাত্মক চিহ্ন '–' বসিয়ে দেওয়া হবে।

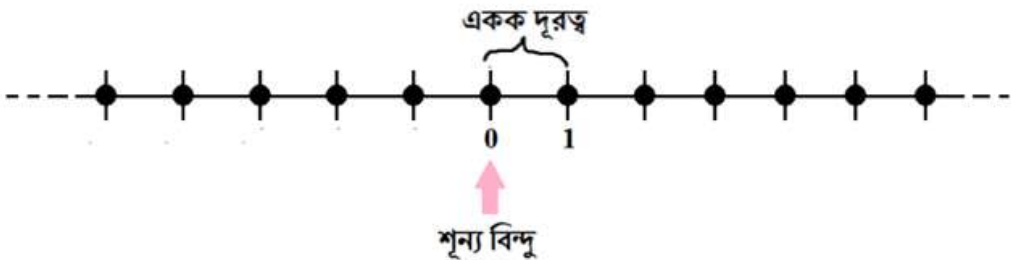
এই সংখ্যাগুলো 0 এর বাম দিকে তাই শূন্যের চেয়ে ছোট হবে। আর সংখ্যাগুলোকে আমরা ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Numbers) বলি।

– 8	– 7	– 6	– 5	– 4	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার খেলা

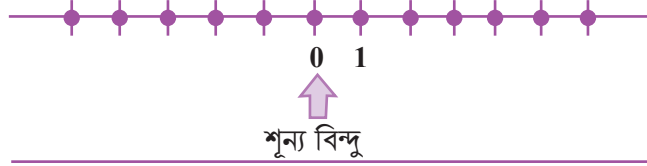
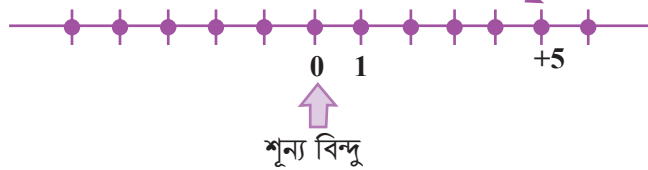
"চলো আজ আমরা একটি মজার খেলা খেলি।
শুরুতে সবাই দাঁড়াই এবং প্রথমে বাম হাত বাম দিকে প্রসারিত করো। এবার বাম হাত নামিয়ে একইভাবে ডান হাত ডান দিকে প্রসারিত করো। খেয়াল রাখো যেন তোমাদের মাথা ও পা স্থির থাকে। এখন দুই হাত দুই দিকে প্রসারিত করো। মাথার সাপেক্ষে ডান দিকের হাতকে যদি ধনাত্মক বলা হয়, তাহলে মাথার সাপেক্ষে বাম দিকের হাতকে কী বলব?"

আমরা অনেক বড় একটা সংখ্যারেখা তৈরি করব। কীভাবে শুরু করা যায়?

প্রথমে শূন্য বিন্দু (0) কোথায় হবে সেটা নির্ধারণ করতে হবে।

এবার খেলা শুরু। খেলাটা হবে জোড়ায় ভাগ করে।

প্রতি জোড়ার একজন শিক্ষার্থী তার পছন্দমতো সংখ্যারেখার কোনো একটা ধাপে গিয়ে দাঁড়াবে। জোড়ার অন্য শিক্ষার্থী শূন্য বিন্দুতে (0) গিয়ে দাঁড়াবে এবং এক ধাপ করে যাবে জোড়ার প্রথম শিক্ষার্থী যেখানে আছে সেখানে।

তারপর জোড়ার প্রথম শিক্ষার্থীর অবস্থান চিহ্নসহ ঐ ধাপে লিখবে। এক্ষেত্রে শূন্য বিন্দু (0) থেকে ডানদিকের ধাপকে '+' চিহ্ন দিয়ে এবং বামদিকের ধাপকে ' – ' চিহ্ন দ্বারা সূচিত করো।

'জোড়ার প্রথম শিক্ষার্থী ডান দিকে 5টি ধাপ অতিক্রম করেছে, তাহলে তার অবস্থানকে + 5 দ্বারা চিহ্নিত করো।'

'বাম দিকে 4টি ধাপ অতিক্রম করেছে, তাহলে তার অবস্থানকে – 4 দ্বারা চিহ্নিত করতে হবে।'

খেলার মাধ্যমে চিহ্নসহ সংখ্যা দ্বারা তোমাদের আঁকা সংখ্যারেখার সবগুলো ধাপ পূরণ করো।

- নিচের প্রত্যেকটি ধাপকে অবস্থান অনুযায়ী '+' বা ' – ' চিহ্ন সহকারে লেখো:

ক. শূন্য বিন্দুর বাম দিকে 4টি ধাপ

খ. শূন্য বিন্দুর ডান দিকে 7টি ধাপ

গ. শূন্য বিন্দুর ডান দিকে 11টি ধাপ

ঘ. শূন্য বিন্দুর বাম দিকে 6টি ধাপ

সংখ্যার হ্রাস ও বৃদ্ধি

'সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার খেলা' থেকে তোমরা দেখতে পাচ্ছ, শূন্যের ডান দিকের সংখ্যাগুলো ধনাত্মক হয় তবে বাম দিকের সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক হবে। যদি কোনো সংখ্যা থেকে 1 ধাপ ডান দিকে যাও , তবে ঐ সংখ্যার পরবর্তী সংখ্যা পাবে এবং যদি 1 ধাপ বাম দিকে যাও, তবে পূর্ববর্তী সংখ্যাটি পাবে।

১) প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যাগুলো লিখে নিচের ছকটি পূরণ করো:

পূর্ববর্তী সংখ্যা	প্রদত্ত সংখ্যা	পরবর্তী সংখ্যা
	10	
	8	
	– 5	
	3	
	0	
	– 1	
	– 2	
	1	
	– 10	

ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার

বাস্তব জীবনে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার নিচে আলোচনা করা হলো:

আয়, ব্যয়
লাভ, ক্ষতি
বৃদ্ধি, হ্রাস

এগুলো আমাদের পরিচিত শব্দ। জোড়ার প্রথমটি দ্বিতীয়টির বিপরীত।

আয়, লাভ ও বৃদ্ধি বলতে পরিমাণে বাড়ে।

আবার ব্যয়, ক্ষতি ও হ্রাস পরিমাণে কমে।

5 টাকা আয়কে + 5 টাকা দ্বারা চিহ্নিত করলে 7 টাকা ব্যয়কে –7 টাকা দ্বারা চিহ্নিত করা যায়।

ঠিক এমনিভাবে + 6 টাকা দ্বারা 6 টাকা লাভ বুঝালে – 8 টাকা দ্বারা 8 টাকা ক্ষতি বোঝানো যায়। উপরের আলোচনা থেকে লক্ষ করো যে একই জাতীয় কিন্তু বিপরীতমুখী দুইটি রাশির পার্থক্য বোঝাতে একটিকে (+) চিহ্নযুক্ত ধরলে অপরটি (–) চিহ্নযুক্ত হবে।

(+) চিহ্নযুক্ত রাশিকে ধনাত্মক রাশি বা ধন রাশি বলে এবং (–) চিহ্নযুক্ত রাশিকে ঋণাত্মক রাশি বা ঋণ রাশি বলে। এ জন্য (+) ও (–) চিহ্ন দ্বয়কে যথাক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক চিহ্ন বলে।

বিপরীত শব্দের খেলা

নিচের ছকে কিছু শব্দ ও তাদের বিপরীত শব্দ দেওয়া আছে।

তোমার পরিচিত এমন আরও কতগুলো শব্দ এবং তাদের বিপরীত শব্দ লিখে ছকটি পূরণ করো।

এবার ছকটির প্রতি সারির শব্দ ও বিপরীত শব্দ জোড়াগুলোকে তোমার ইচ্ছামতো ধনাত্মক চিহ্ন (+) ও ঋণাত্মক চিহ্নের (–) মাধ্যমে প্রকাশ করো।

(এক্ষেত্রে তুমি জোড়ার যেকোনো শব্দকেই ধণাত্মক বিবেচনা করতে পারো। তবে সেক্ষেত্রে ঐ শব্দের বিপরীত শব্দটা কিন্তু অবশ্যই ঋণাত্মক হবে।)

শব্দ		বিপরীত শব্দ	
বড়	+	ছোট	–
হালকা	–	ভারি	+
আয়		ব্যয়	
বাম		ডান	

১) নিচের প্রতিটি বাক্যাংশের জন্য এর বিপরীত অর্থ বোঝায় এমন একটি বাক্যাংশ লেখো:

প্রদত্ত বাক্যাংশ	বিপরীত অর্থ বোঝায় এমন একটি বাক্যাংশ
ওজন বৃদ্ধি বা বেড়ে যাওয়া	ওজন হ্রাস বা কমে যাওয়া
30 কি.মি. উত্তর দিকে	
বাড়ি হতে বাজার 8 কি.মি. পূর্বে	
700 টাকা ক্ষতি	
সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে 100 মিটার উপরে	

২) নিচের বাক্যগুলোতে উল্লিখিত সংখ্যাগুলো উপযুক্ত চিহ্নসহকারে লেখো

(ক) একটি উড়োজাহাজ সমতল ভূমি থেকে দুই হাজার মিটার উপর দিয়ে উড়ছে।

(খ) একটি ডুবোজাহাজ সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে আটশত মিটার গভীরে চলছে।

(গ) দুইশত টাকা ব্যাংকে জমা রাখা।

(ঘ) সাতশত টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নেওয়া।

পূর্ণসংখ্যা

মানুষের প্রয়োজনে প্রথমে 1, 2, 3,... এ সংখ্যাগুলো আবিষ্কৃত হয়।

এগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা (Natural Numbers or Positive Integers) বলে।

স্বাভাবিক সংখ্যার সাথে 0 নিয়ে আমরা পাই, 0, 1, 2, 3,. .. গুলোকে অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Whole Numbers or Non – negative Integers) বলা হয়।

আবার, ...– 4, –3, –2, –1 এই সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Negative Integers)। অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা ও ঋনাত্মক পূর্ণসংখ্যা একত্র করলে আমরা পাই,

...– 4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3,... এই সংখ্যাগুলো পূর্ণসংখ্যা (Integers)।

নিচের চিত্রগুলোর সাহায্যে সংখ্যাগুলো প্রকাশ করা যেতে পারে:

সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা স্থাপন (পূর্ণসংখ্যার অবস্থান নির্ণয়)

একটি সরলরেখা অঙ্কন করে তার উপরে একটি বিন্দু 0 নাও।
তাহলে 0 বিন্দুটি সরলরেখাটিকে দুইটি অংশে বিভক্ত করে। একটি অংশ ডান দিকে ও অপর অংশটি বাম দিকে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত। এর ডান দিককে ধনাত্মক ও বাম দিককে ঋণাত্মক ধরা হয়।
এখন একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 0 বিন্দু থেকে শুরু করে ডান দিকে ও বাম দিকে পরপর সমান দূরত্বে দাগ দাও। 0 বিন্দুর ডানদিকের দাগগুলোকে পর্যায়ক্রমে +1, + 2, + 3, + 4,... বা শুধমাত্র 1, 2, 3, 4, ... লিখে এবং বাম দিকের দাগগুলোকে –1, –2, –3, – 4,... লিখে চিহ্নিত করো। আর দুই দিকে সীমাহীনভাবে বা অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত বোঝাতে ডান দিকে $+\infty$ চিহ্ন এবং বাম দিকে $-\infty$ চিহ্ন ব্যবহার করো।

এখন সংখ্যারেখার উপর ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা 2 স্থাপনের জন্য বিন্দুর ডান দিকে 2 একক দূরের বিন্দুটি গাঢ় গোল চিহ্ন দ্বারা আবদ্ধ করো। তাহলে গোল চিহ্নিত বিন্দুটি হবে 2 এর অবস্থান।

আবার সংখ্যারেখার উপর ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা -6 স্থাপনের জন্য বিন্দুর বাম দিকে 6 একক দূরের বিন্দুটিকে গাঢ় গোল চিহ্ন দ্বারা আবদ্ধ করো। তাহলেই এই বিন্দুটিই হবে -6 এর অবস্থান।

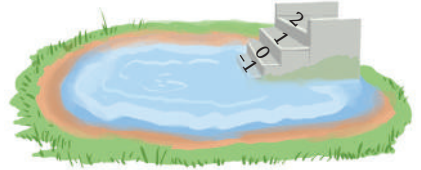
■ এবার নিচের সংখ্যাগুলোকে সংখ্যারেখায় স্থাপন করো :
(ক) $+5$ (খ) -10 (গ) -6 (ঘ) -1 (ঙ) -6

পূর্ণসংখ্যার ক্রম

রমা ও রানী যে গ্রামে বাস করে সেখানে সিঁড়ি বাঁধানো একটি পুকুর আছে। পুকুরের পাড় হতে নিচ তলা পর্যন্ত 10 টি ধাপ আছে। একদিন তারা পুকুরপাড়ে গিয়ে দেখে যে পাড় হতে 5 ধাপ নিচে পানি আছে। বর্ষাকালে পানি কোথায় উঠে তা দেখার জন্য তারা পানির বর্তমান স্তরকে 0 দ্বারা চিহ্নিত করল। তারপর উপরের দিকে ধাপগুলোকে 1, 2, 3, 4, 5 দ্বারা চিহ্নিত করল। বর্ষাকালে বৃষ্টির পর তারা দেখল যে পানির স্তর 3 ধাপ পর্যন্ত উপরে উঠছে। বর্ষা চলে যাওয়ার কয়েক মাস পর দেখা গেল যে পানির স্তর 0 চিহ্নের 3 ধাপ নিচে নেমেছে।

ওরা নিচের ধাপগুলোকে কীভাবে চিহ্নিত করবে সেটা নিয়ে এবার চিন্তায় পড়ে গেল।

তোমরাও চিন্তা করে দেখোতো কোনো বুদ্ধি দিতে পারো কিনা ওদের।

শেষমেষ ওরা ভাবল যেহেতু বর্তমান অবস্থা থেকে পানি কমে গেলেই পানির স্তর নিচের দিকে নেমে যায়। আর সাথে সাথে ওদের মাথায় এল যে 0 এর চেয়ে কম বা ছোট সংখ্যাগুলোতে ঋণাত্মক সংখ্যা বলে। তাই যেহেতু বর্তমান স্তরকে তারা 0 দিয়ে চিহ্নিত করেছে। তাই 0 এর নিচের দিকে (–) বিয়োগ চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বসালেই বুঝতে সুবিধা হবে। সে অনুযায়ী 0 এর নিচের ধাপগুলোকে তারা পরপর $-1, -2, -3$ দ্বারা চিহ্নিত করল। এর কিছুদিন পর পানি আরও এক ধাপ নিচে নেমে গেল। তখন তারা ঐ ধাপকে -4 দ্বারা চিহ্নিত করল।

তাহলে দেখা যাচ্ছে যে, $-4 < -3$। অনুরূপভাবে বলা যায় যে, $-5 < -4$ ।

এবার আরেকবার সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যাগুলো স্থাপন করি :

আমরা জানি, $7 > 4$ এবং সংখ্যারেখায় আমরা দেখি যে, 4 এর ডানে 7

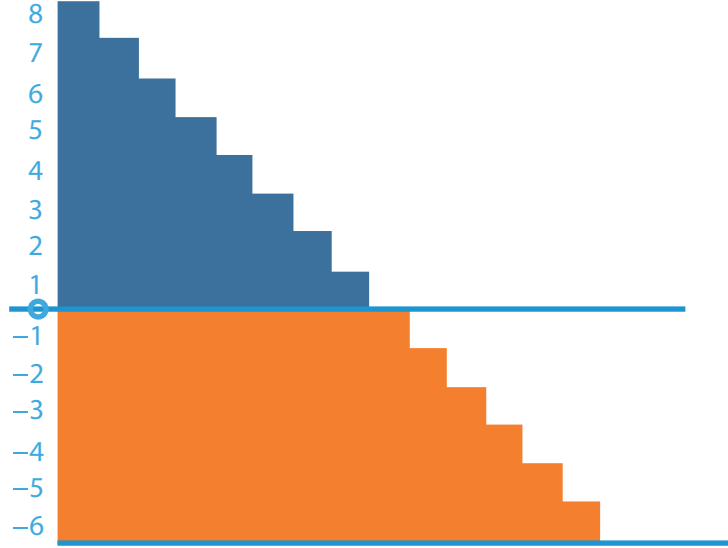
অনুরূপভাবে, $4 > 0$ অর্থাৎ 0 এর ডানে 4। আবার যেহেতু -3 এর ডানে 0, সুতরাং $0 > -3$

অনুরূপভাবে, -8 এর ডানে -3 হওয়ায় $-3 > -8$।

এভাবে আমরা দেখতে পাই, সংখ্যারেখায় আমরা ডান দিকে গেলে সংখ্যার মান বৃদ্ধি পায় এবং বাম দিকে গেলে হ্রাস পায়।

অতএব $\ldots -3 < -2,\ -2 < -1,\ -1 < 0,\ 0 < 1, 1 < 2,\ 2 < 3 \ldots$

অর্থাৎ আমরা পূর্ণসংখ্যাগুলোকে পর্যায়ক্রমে $\ldots -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots$ আকারে লিখতে পারি।

১) নিচের ছবিটা দেখো।

এবার ছবি থেকে পাওয়া ধারণা নিয়ে < অথবা > চিহ্ন দিয়ে নিচের খালি ঘরগুলো পূরণ করো:

(ক) $-1 \square 1$ (খ) $0 \square -1$ (গ) $-4 \square -9$

(ঘ) $-1987 \square -2999$ (ঙ) $-64 \square -59$, (চ) $9 \square -9$

(ছ) $-57 \square -59$, (জ) $-2 \square -159$

২) $-5, 7, 8, -3, -1, 2, 1, 0, 9, 3$ সংখ্যাগুলোকে সংখ্যারেখার সাহায্যে ছোট থেকে বড় অর্থাৎ উর্ধ্বক্রমে সাজাও।

৩) কোন একটি নির্দিষ্ট দিনে বিভিন্ন দেশের চারটি স্থানের তাপমাত্রা তালিকা নিম্নে উল্লেখ করা হলো:

স্থানের নাম	তাপমাত্রা	ফাঁকা কলাম
ঢাকা	0^0C এর উপরে 30^0C	
কাঠমুন্ডু	0^0C এর নিচে 2^0C	
শ্রীনগর	0^0C এর নিচে 6^0C	
রিয়াদ	0^0C এর উপরে 40^0C	

(ক) বিভিন্ন স্থানের তাপমাত্রা উপযুক্ত চিহ্নসহকারে পূর্ণসংখ্যায় উপরের ফাঁকা কলামে লেখো।

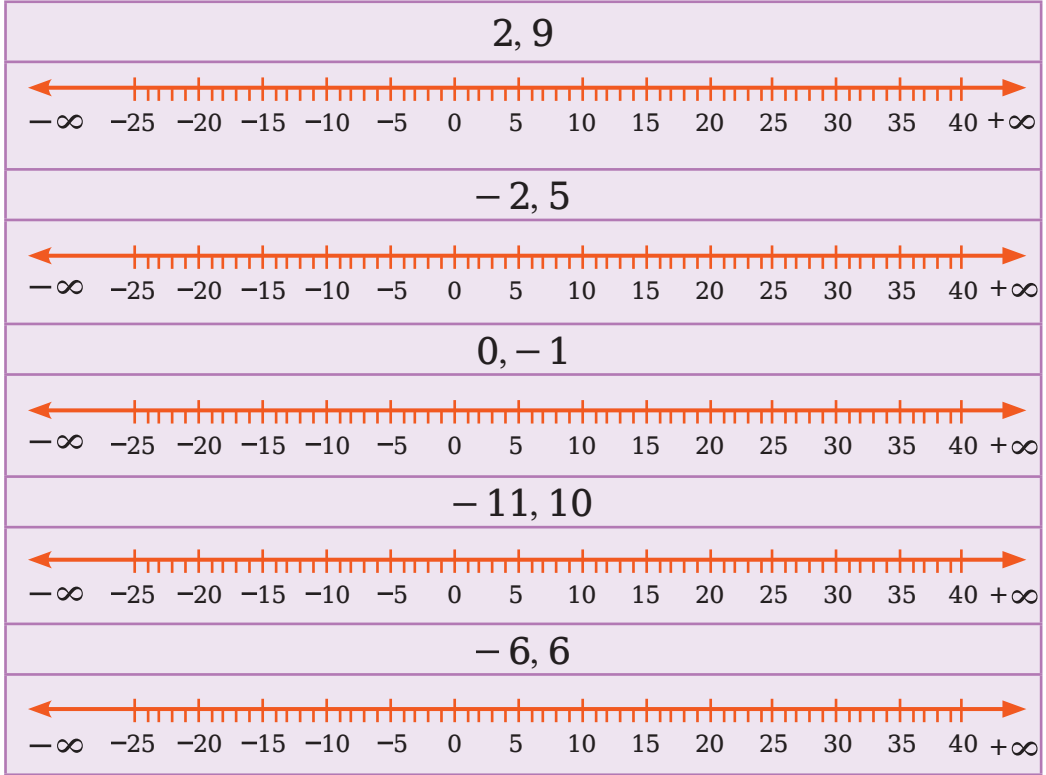
(খ) নিচের সংখ্যারেখায় উল্লিখিত সংখ্যাগুলো দ্বারা তাপমাত্রা বোঝানো হয়েছে।

(i) তাপমাত্রা অনুযায়ী উপরোক্ত স্থানগুলোর নাম সংখ্যারেখায় লেখো।

(ii) কোন স্থানটি সবচেয়ে শীতল?

(iii) যে সকল স্থানের তাপমাত্রা 10^0C এর বেশি সে সকল স্থানের নাম লেখো।

৪) নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে কোনটি অন্যটির ডানে অবস্থিত তা সংখ্যারেখায় দেখাও:

2, 9
−∞ −25 −20 −15 −10 −5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 +∞
− 2, 5
−∞ −25 −20 −15 −10 −5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 +∞
0, − 1
−∞ −25 −20 −15 −10 −5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 +∞
− 11, 10
−∞ −25 −20 −15 −10 −5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 +∞
− 6, 6
−∞ −25 −20 −15 −10 −5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 +∞

৫) নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যবর্তী পূর্ণসংখ্যাগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে লেখো:

(ক) 0 এবং −7 (খ) − 4 এবং 4

(গ) 0 এবং 7 (ঘ) 30 এবং − 23

৬) (ক) −20 হতে বড় চারটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা লেখো।

(খ) −10 ছোট চারটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা লেখো।

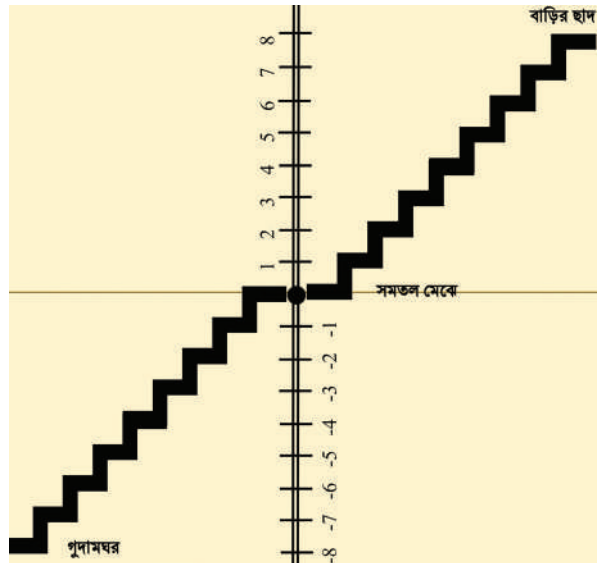
(গ) −10 এবং −5 এর মধ্যবর্তী চারটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা লেখো।

৭) নিচের বাক্যগুলোর পাশে সত্য হলে (√) এবং মিথ্যা (×) চিহ্ন দাও।
প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা হলে বাক্যটি শুদ্ধ করে লেখো।

প্রদত্ত বাক্য	বাক্যটি কি সত্য?	শুদ্ধ বাক্য (প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা হলে)
সংখ্যারেখায় −10 এর ডানে − 4	√	
সংখ্যারেখায় −10 এর ডানে − 70	×	
সবচেয়ে ছোট ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা −1		
− 20 এর চেয়ে − 26 বড়		
− 25 সংখ্যাটি − 5 এবং 15 সংখ্যাদুটির মধ্যবর্তী স্থানে অবস্থিত		
0 একটি ধণাত্মক সংখ্যা		
0 একটি ঋণাত্মক সংখ্যা		
একটি ঋণাত্মক সংখ্যা যেকোন অঋনাত্মক সংখ্যার চেয়ে বড়		

পূর্ণসংখ্যার যোগ

তারেকদের একতলা বাড়ির ছাদে এবং নিচের গুদামঘরে যাওয়ার জন্য একটি সিঁড়ি আছে।

এবারে, বাড়ির মেঝে থেকে উপরে ওঠার প্রত্যেকটি সিঁড়ি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা, নিচে গুদামঘরে যাওয়ার জন্য প্রত্যকটি সিঁড়ি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং সমতল মেঝে শূন্য (0) নির্দেশ করে।

■ এখন নিচের বাক্যগুলো পড় এবং খালিঘর পূরণ করো (দুইটি করে দেখানো হলো)

(ক) সমতল মেঝে থেকে 6টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:

+ 6

(খ) সমতল মেঝে থেকে 5টি সিঁড়ি নিচে নেমে তারপর সেখান থেকে 7টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:

$(-5) + 7 = 2$

গ) সমতল মেঝে থেকে 4টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে:

(ঘ) সমতল মেঝে থেকে 2টি সিঁড়ি উপরে উঠে তারপর সেখান থেকে 3টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:

(ঙ) সমতল মেঝে থেকে 4টি সিঁড়ি নিচে নেমে তারপর সেখান থেকে আরও 2টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে:

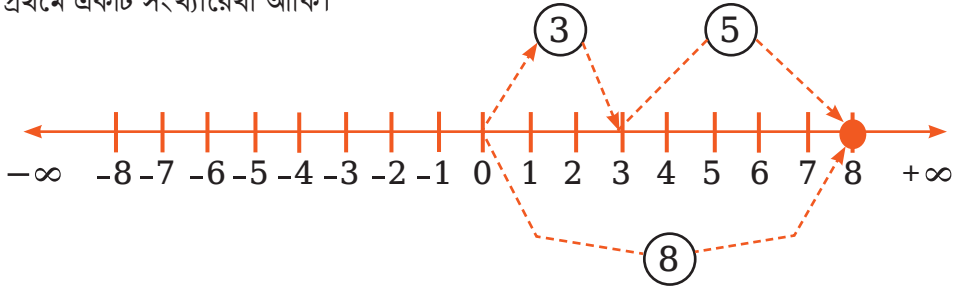
(চ) সমতল মেঝে থেকে 5টি সিঁড়ি নিচে নেমে তারপর সেখান থেকে 3টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:

(ছ) সমতল মেঝে থেকে 4টি সিঁড়ি উপরে উঠে তারপর সেখান থেকে 8টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে:

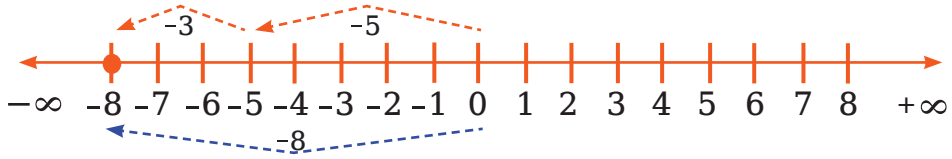
■ দলগতভাবে সংখ্যারেখা অঙ্কন করে উপরের বর্ণিত প্রশ্নের অনুরূপ কিছু প্রশ্ন ও উত্তর তৈরি করো এবং শিক্ষকদের নির্দেশে এক দলের কাজ অন্য দলের সাথে বিনিময় ও মূল্যায়ন করো।

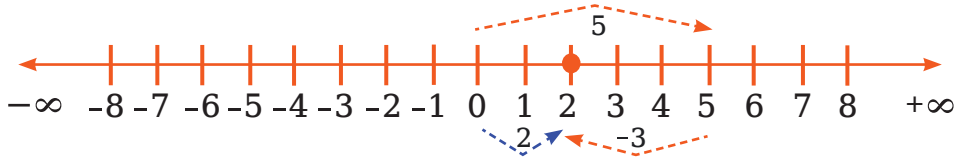
সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণ সংখ্যার যোগ

(ক) সংখ্যারেখার সাহায্যে 3 ও 5 এর যোগ অর্থাৎ 3 + 5 নির্ণয়:

প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।

সংখ্যারেখার 0 বিন্দু থেকে ডান দিকে প্রথমে 3 ধাপ অতিক্রম করে 3 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর 3 বিন্দুর ডান দিকে আরও 5 ধাপ অতিক্রম করি এবং 8 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তাহলে 3 ও 5 এর যোগফল হবে $3 + 5 = 8$

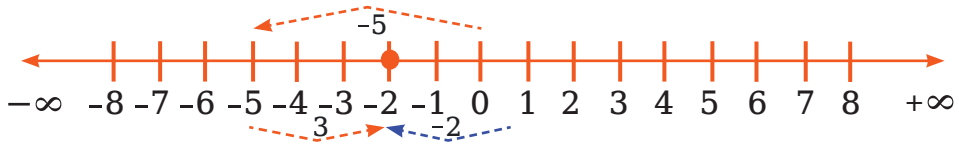
(খ) সংখ্যারেখার সাহায্যে -5 ও -3 এর যোগ অর্থাৎ $(-5) + (-3)$ নির্ণয়:

প্রথমে একটি সংখ্যা সংখ্যারেখা আঁকি।

সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বাম দিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে -5 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তারপর -5 বিন্দুর বাম দিকে আরও 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং -8 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তাহলে -5 ও -3 এর যোগফল হবে $(-5)+(-3) = -8$

(গ) সংখ্যারেখার সাহায্যে 5 ও -3 এর যোগ অর্থাৎ $5 + (-3)$ নির্ণয়:

প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।

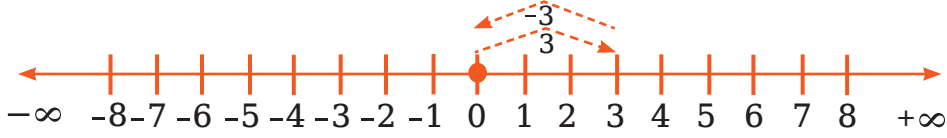
সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে ডান দিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে 5 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তারপর 5 বিন্দুর বাম দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং 2 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তাহলে 5 ও -3 এর যোগফল হবে $(+5) + (-3) = 2$

(ঘ) সংখ্যারেখার সাহায্যে -5 ও 3 এর যোগ অর্থাৎ $(-5) + 3$ নির্ণয়:

প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।

সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বাম দিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে -5 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তারপর -5 বিন্দুর ডান দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং -2 বিন্দুতে পৌঁছাই।
তাহলে -5 ও 3 এর যোগফল হবে $(-5) + (3) = -2$

উপরের আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে:

- যদি কোনো পূর্ণ সংখ্যার সাথে একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার যোগ করা হয় তবে যোগফল পূর্ণসংখ্যাটি থেকে বড় হয়।
- আবার, যদি কোনো পূর্ণসংখ্যার সাথে একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করা হয় তবে যোগফল পূর্ণসংখ্যাটি থেকে ছোট হয়।

এখন দুইটি পূর্ণ সংখ্যা 3 ও –3 এর যোগফল নির্ণয় করি প্রথমে সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে ডান দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করে +3 বিন্দুতে পৌঁছাই এবং তারপরে +3 বিদু থেকে বাম দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি। তাহলে আমরা কোন বিন্দুতে পৌছালাম?

উপরের চিত্র থেকে দেখতে পাই যে, $+3 + (-3) = 0$ অর্থাৎ 0 বিন্দুতে পৌছালাম।

সুতরাং দুইটি পূর্ণসংখ্যা $+ 3$ ও (-3) যোগ করলে আমরা পাই শূন্য অর্থাৎ একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সাথে তার ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করলে যোগফল শূন্য হয়।

এক্ষেত্রে –3 কে +3 এর যোগাত্মক বিপরীত এবং +3 কে –3 এর যোগাত্মক বিপরীত বলা হয়।

কাজ :

১) কয়েকটি ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখে তাদের যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা লেখো এবং এগুলোকে সংখ্যারেখায় দেখাও।

২) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে নিচের যোগফল নির্ণয় করো :

(ক) $(-2) + 6$ (খ) $(-6) + 2$ (গ) $(-9) + 6$

(ঘ) $5 + (-11)$ (ঙ) $(-1) + (-7)$ (চ) $(-7) + 20$

৩) এধরনের আরও দুইটি প্রশ্ন তৈরি করো এবং নিজে নিজে সংখ্যারেখা ব্যবহার করে সমাধান করো।

দুইয়ের বেশি পূর্ণসংখ্যার যোগফল নির্ণয়

তোমরা এতক্ষণ দেখেছ কীভাবে দুইটি পূর্ণসংখ্যার যোগফল নির্ণয় করা যায়।

চলো তাহলে এই ধারণা ব্যবহার করে দুইয়ের বেশি পূর্ণসংখ্যার যোগফল নির্ণয় করার চেষ্টা করি।

- আমরা শুরুতে – 9, + 4 এবং –6 এই তিনটি পূর্ণসংখ্যার যোগফল অর্থাৎ (–6–) + (4+) + (9) এর মান নির্ণয় করব।

সমাধান : প্রদত্ত রাশিমালার ঋণাত্মক সংখ্যাগুলোকে একত্রে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখে পাই,

$(-9) + (+4) + (-6)$

$= (-9) + (-6) + (+4)$

$= (-15) + (+4)$

$= -15 + 4$

$= -11$

■ এবার আমরা -63, -23, $+30$ এবং $+55$ এই চারটি পূর্ণসংখ্যার যোগফল অর্থাৎ $(+55) + (-63) + (-23) + (+30)$ এর মান নির্ণয় করব।

পাই,

$$\begin{aligned}
&(+30) + (-23) + (-63) + (+55) \\
&= (+30) + (+55) + (-23) + (-63) \\
&= (-63) + (-23) + (+30) + (+55) \\
&= (+85) + (-86) \\
&= 85 - 86 \\
&= -1
\end{aligned}$$

এখন নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো

১) সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে যোগ করো

(ক) 137 এবং -35 (খ) -52 এবং 52

(গ) $-31, 39$ এবং 19 (ঘ) $-50, -200$ এবং 300

২) সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে নিচের যোগফলগুলো নির্ণয় করো :

(ক) $(+7) + (-11)$ (খ) $(-13) + (-10)$ (গ) $(+10) + (-5)$

(ঘ) $11 + (-7)$ (ঙ) $(-13) + (+18)$ (চ) $(-10) + (19)$

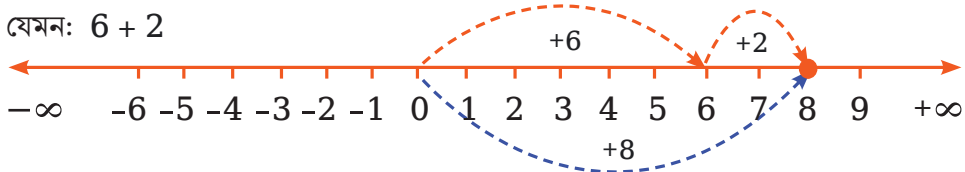
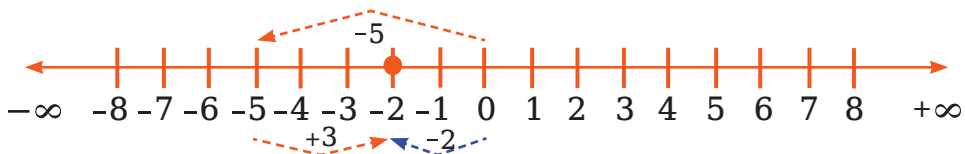
(ছ) $(-1) + (-2) + (-3)$ (জ) $(-2) + 8 + (-4)$ (ঝ) $(-7) + (-9) + 4 + 16$

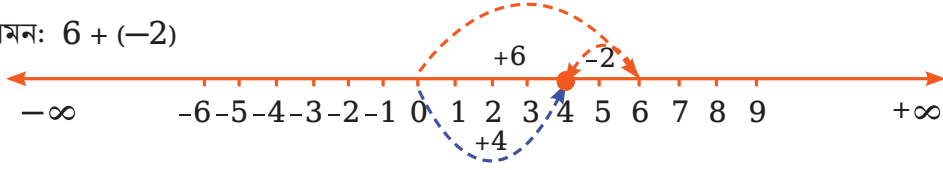
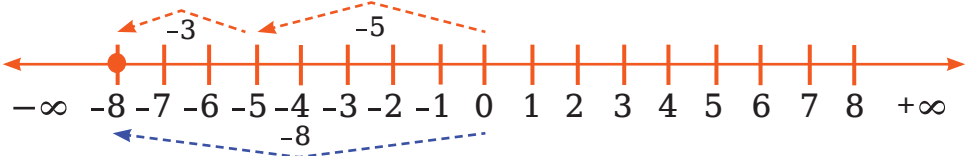
(ঞ) $37 + (-2) + (65) + (-8)$ (চ) $(-10) + 92 + 84 + (-15)$

৩) এ ধরনের আরও পাঁচটি প্রশ্ন তৈরি করো এবং নিজে নিজে সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে সমাধান করো।

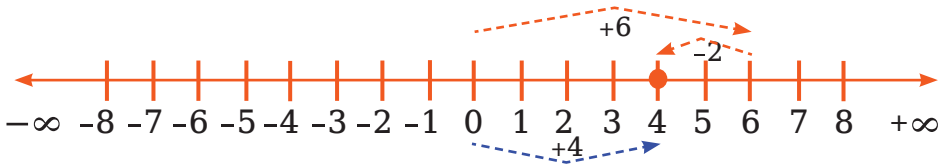
সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ

আমরা সংখ্যারেখার সাহায্যে যেকোনো সংখ্যার সাথে একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার যোগ শিখেছি। সে ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাই যে, কোনো সংখ্যার সাথে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করার জন্য ঐ সংখ্যার অবস্থানসূচক বিন্দু থেকে ডান দিকে যাই।

যেমন: $6 + 2$

$-5 + 3$

আবার ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করার জন্য ঐ সংখ্যার অবস্থানসূচক বিন্দু থেকে বাম দিকে যাই।

যেমন: $6 + (-2)$

এখন আমরা পূর্ণসংখ্যা থেকে পূর্ণসংখ্যা কীভাবে বিয়োগ করা হয় তা শিখব।

(ক) সংখ্যারেখার সাহায্যে 6 থেকে 2 বিয়োগ অর্থাৎ $6 - (+2)$ নির্ণয়:

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে পূর্ণসংখ্যা 6 থেকে 2 বিয়োগ করার জন্য 6 বিন্দু থেকে বাম দিকে 2 ধাপ অতিক্রম করি এবং 4 বিন্দুতে পৌঁছাই। সুতরাং আমরা পাই, $6 - (+2) = 6 - 2 = 4$

(খ) সংখ্যারেখার সাহায্যে 6 থেকে -2 বিয়োগ অর্থাৎ $6 - (-2)$ নির্ণয় :

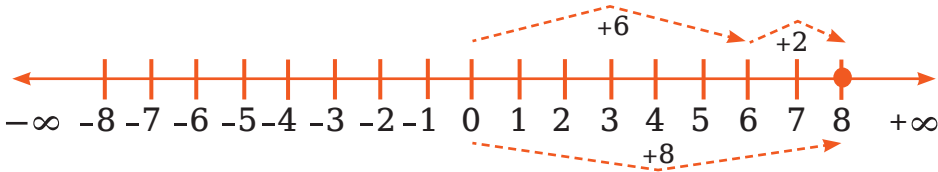
$6 - (-2)$ নির্ণয়ের জন্য আমরা কি 6 বিন্দু থেকে 2 ধাপ বাম দিকে যাব নাকি ডানদিকে যাব?

যদি, আমরা 2 ধাপ বাম দিকে যাই তবে 4 বিন্দুতে পৌঁছাব।

তাহলে আমাদের বলতে হবে $6 - (-2) = 4$

কিন্তু এটা সঠিক নয় কারণ আমরা জানি $6 - 2 = 4$, অতএব $6 - (-2) \neq 6 - 2$

যদি 0 থেকে 2 ঘর বামে যাওয়া -2 হয়, তবে 0 থেকে -2 ঘর বামে যাওয়া অর্থ হবে 0 থেকে 2 ঘর ডানে যাওয়া। তাই $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$

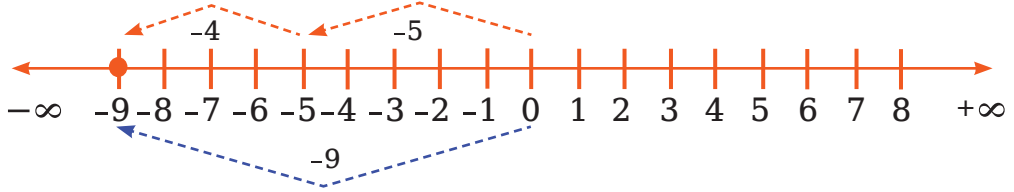
যেহেতু, সংখ্যারেখার উপর আমরা শুধু ডান বা বাম দিকে যেতে পারি সেহেতু আমাদেরকে 6 বিন্দুর ডান দিকে 2 ধাপ যেতে হবে এবং $6 - (-2) = 8$

লক্ষ করি: $-(-2) = +2$

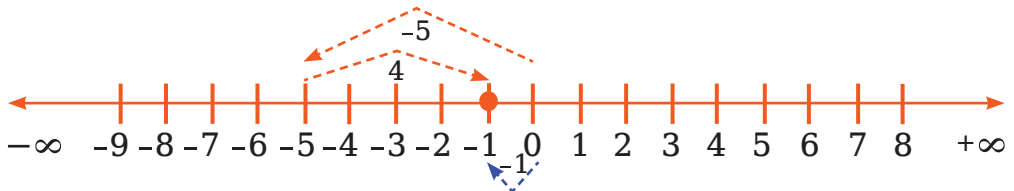
সমস্যাটির সমাধান অন্যভাবে বিবেচনা করা যাক। আমরা জানি যে, (-2) এর যোগাত্মক বিপরীত 2, সেজন্য 6 এর সাথে (-2) এর যোগাত্মক বিপরীতের যোগফল যা পাওয়া যায় তা 6 থেকে (-2) এর বিয়োগফলের সমান।

একটি সংখ্যা থেকে অপর একটি সংখ্যা বিয়োগ করার অর্থ হলো, প্রথম সংখ্যার সাথে দ্বিতীয় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করা।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি, $6-(-2) = 6+2 = 8$

উপরের উদাহরণ থেকে এটা স্পষ্ট যে, যখন কোনো সংখ্যা থেকে একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করা হয়, তখন ঐ সংখ্যা থেকে বড় কোনো সংখ্যা পাওয়া যায়।

(গ) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে $-5-(+4)$ এর মান নির্ণয়

তাহলে আমরা পাই, $-5+(-4) = -9$। সুতরাং $-5-(+4) = -9$

(ঘ) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে $-5-(-4)$ এর মান নির্ণয়

তাহলে আমরা পাই $-5+4 = -1$, সুতরাং $-5-(-4) = -1$

কাজ

১। $-8-(-10)$ এর মান নির্ণয় করো।

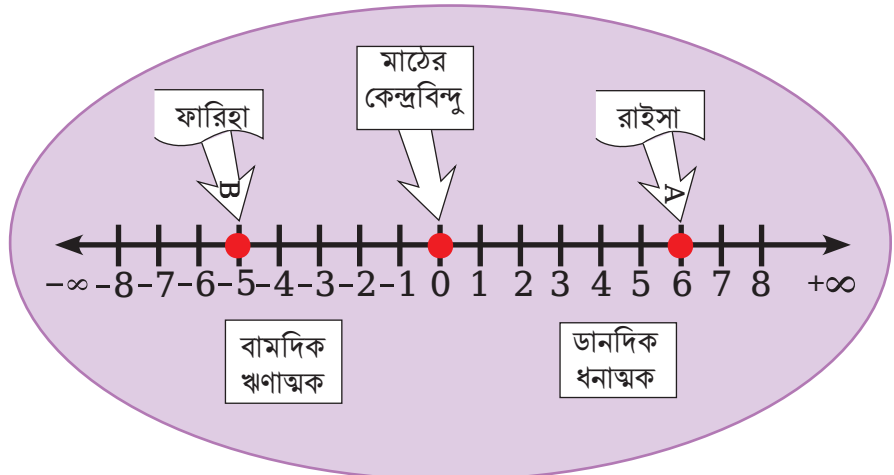
২। -10 থেকে -4 বিয়োগ করো।

৩। (-3) থেকে $(+3)$ বিয়োগ করো।

৪। ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রী রাইসা ও ফারিহা তাদের শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের মাঠের কেন্দ্রবিন্দু (শূন্য বিন্দু) থেকে ডান দিকে 6 ধাপ এবং বাম দিকে 5 ধাপ অতিক্রম করে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে অবস্থানে পৌঁছে। ডান দিকে ধনাত্মক বিবেচ্য।

(ক) A ও B এর অবস্থান সূচক সংখ্যা চিহ্নসহ লেখো।

(খ) রাইসা ও ফারিহার অবস্থান সংখ্যারেখায় দেখাও।

(গ) রাইসা ও ফারিহার আরও এক ধাপ করে অগ্রসর হলে তাদের অবস্থান সূচক সংখ্যারেখা ব্যবহার করে যোগ করো।

অনুশীলনী

১) $-a$ যোগাত্মক বিপরীত রাশি কোনটি?

(ক) $+a$ (খ) $-a$ (গ) $\frac{1}{a}$ (ঘ) $\frac{-1}{a}$

২) 12 এর সাথে, এর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে হয়-

(ক) -24 (খ) -12 (গ) 0 (ঘ) 24

৩) $\square - 15 = -10$ হলে $\square$ চিহ্নিত স্থানের সংখ্যাটি কত?

(ক) -25 (খ) -5 (গ) 25 (ঘ) 5

নিচের তথ্য আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নরে উত্তর দাও।

$-7, -8, -9$ তিনটি পূর্ণসংখ্যা।

৪) প্রথম সংখ্যার সাথে ২য় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে হয় -

(ক) -15 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) 15

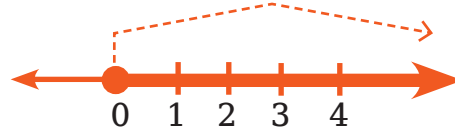
৫) ১ম ও ৩য় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যার যোগফলের সাথে ২য় সংখ্যা যোগ করলে যোগফল A হলে

(ক) $A < -15$ (খ) $A > -90$ (গ) $A > 97$ (ঘ) $A < -97$

৬) $A = 45 - (-11)$ এবং $B = 57 + (-4)$ হলে

(i) $A = 56$ (ii) $B = -53$ (iii) $A - B = 3$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) (i) ও (ii) (খ) (i) ও (iii) (গ) (ii) ও (iii) (ঘ) (i), (ii) ও (iii)

৭) চিত্রের চিহ্নিত অংশে আছে

(i) অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (ii) সকল মৌলিক সংখ্যা (iii) সকল জোড় সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i ও ii ও iii

৮) বিয়োগফল নির্ণয় করো

(ক) $35 - 20$ (খ) $72 - 90$ (গ) $(-20) - 13$

(ঘ) $(-15) - (-18)$ (ঙ) $(-32) - (-40)$ (চ) $23 - (-12)$

৯) নিচের ফাঁকা ঘরগুলোতে $>$, $<$ বা $=$ চিহ্ন বসাও:

(ক) (-3) $(-3) + (-6)$ ☐ $(-3) - (-6)$

(খ) $(-21) - (-10)$ ☐ $(-31) + (-11)$

(গ) $45 - (-11)$ ☐ $57 + (-4)$

(ঘ) $(-25) - (-42)$ ☐ $(-42) - (-25)$

১০) নিচের ফাঁকাগুলো পূরণ করো।

(ক) $(-8) +$ ☐ $= 0$

(খ) $13 +$ ☐ $= 10$

(গ) $12 + (-12) =$ ☐

(ঘ) $(-4) +$ ☐ $= -12$

(ঙ) ☐ $- 15 = -10$

১১) মান নির্ণয় করো।

(ক) $(-7) - 8 - (-25)$

(খ) $(-13) + 32 - 8 - 1$

(গ) $(-7) + (-8) + (-90)$

(ঘ) $50 - (-40) - (-2)$

১২) $A = (-9) + 4 + (-6), B = 7 + (-4)$

(ক) B এর মান নির্ণয় করো।

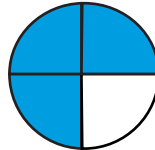
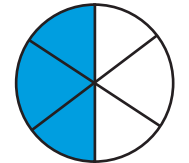
(খ) দেখাও যে $A < B$

(গ) A ও B এর মান সংখ্যারেখায় বসিয়ে $(A + B)$ নির্ণয় করো।

ভগ্নাংশের খেলা

রাতুল আদর্শগ্রাম উচ্চ বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থী। চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণিতে রাতুল ভগ্নাংশ সম্পর্কে জেনেছিল, তাই যখনই সম্ভব হয়, রাতুল ভগ্নাংশের ধারণা ব্যবহার করে হিসাব করে। কারণ ভগ্নাংশের মাধ্যমে আমরা খুব সহজেই নিজেদের মধ্যে জিনিস ভাগাভাগি করে নিতে পারি আবার পূর্ণ সংখ্যায় প্রকাশ করা যায় না এমন বিষয়গুলো বোঝার ক্ষেত্রে ভগ্নাংশ আমাদের সাহায্য করে। যেমন সেদিন রাতুলের মা পিঠা তৈরি করেছিলেন, সেখানে পাঁচটি পিঠা ছিল। রাতুল ঐ পাঁচটি পিঠা তার বোন রিয়ার সাথে ভাগ করে নিল। রিয়া তৃতীয় শ্রেণির শিক্ষার্থী। প্রথমে রাতুল নিজে দুইটি পিঠা নিল এবং রিয়াকেও দুইটি পিঠা দিল। এরপর ৫নং পিঠাটি রাতুল দুইটি সমান ভাগে ভাগ করে নিল। তারপর অর্ধেক পিঠা রিয়াকে দিল এবং বাকি অর্ধেক নিজের জন্য রাখল। রাতুল আর রিয়ার এই পিঠার ভাগাভাগি দেখে মা খুব খুশি হলেন।

চিন্তা করে বলো তো রাতুলের মতো কোন কোন ক্ষেত্রে তোমরা এভাবে ভগ্নাংশ ব্যবহার করেছ?

রাতুল আর রিয়া ভাগ করে যে পিঠা পেল তা যদি সংখ্যায় লিখে প্রকাশ করি কেমন হবে বলো তো? রাতুল জানত যে একটি পিঠার অর্ধেককে আমরা $\frac{১}{২}$ লিখতে পারি। এরপর পিঠা খাওয়ার সময় রাতুল রিয়াকে জিজ্ঞেস করল এখন যদি এই অর্ধেক পিঠাকে আবার সমান দুই ভাগ করি (ছবি ১) তাহলে তা একটি পূর্ণ পিঠার কত অংশ হবে?

রাতুলের প্রশ্ন শুনে রিয়া তার অর্ধেক পিঠাটিকে আবার সমান দুই ভাগে ভাগ করল এবং রাতুলের পিঠার পাশে রেখে দিল। দেখা গেল যে চারটি সমান ভাগ একসাথে করলে একটি

ছবি- ১

ছবি-২

$\frac{৩}{৪}$ ছবি- ৩

$\frac{৩}{৬}$ ছবি- ৪

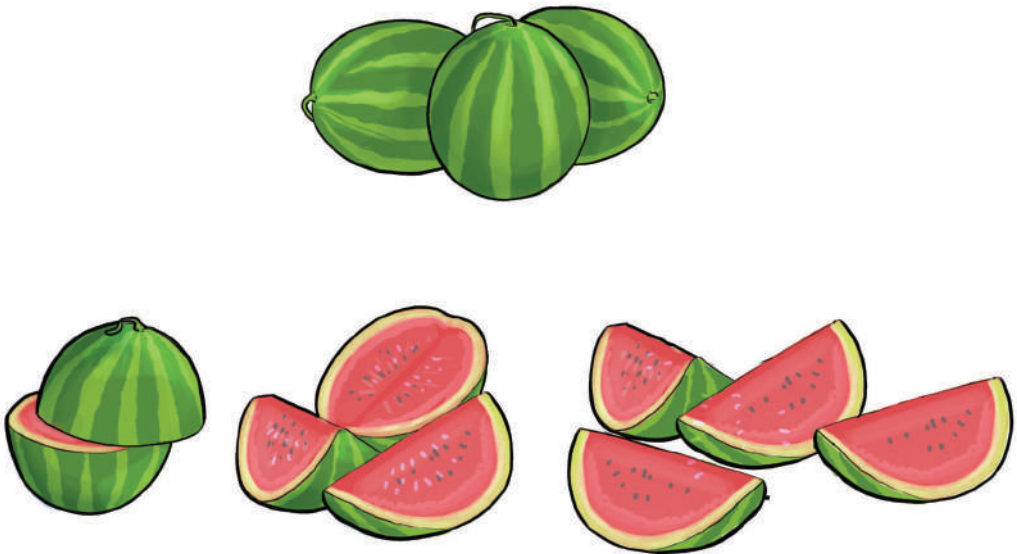
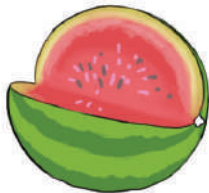
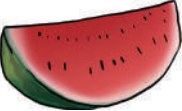
সম্পূর্ণ পিঠা পাওয়া যায় (ছবি ২)। সুতরাং আমরা বলতে পারি, এই প্রতিটি অংশ ঐ পিঠাটির চার ভাগের এক ভাগ অথবা $\frac{১}{৪}$ । আবার, এই চার ভাগ একসাথে করলে $\frac{৪}{৪}$ অথবা ১টি পূর্ণ পিঠা পাওয়া যায়।

রিয়া আর রাতুল পিঠা খেতে খেতে আরও আলোচনা করতে থাকল। আমরা যদি একটি পিঠার চারটি সমান ভাগের তিন ভাগ নেই তাহলে আমরা বলব $\frac{৩}{৪}$ (ছবি ৩)।

আবার যদি আমরা পিঠাকে ছয়টি সমান ভাগে ভাগ করে তিন ভাগ নেই তখন হবে $\frac{৩}{৬}$ (ছবি ৪)।

রিয়া তখন চিন্তা করে দেখল ভগ্নাংশ (Fraction) হলো এমন এক ধরনের সংখ্যা যা একটি পূর্ণ বস্তুর (Whole) (যেমন : এক্ষেত্রে পিঠা) অংশকে (Part) প্রকাশ করতে আমাদের সাহায্য করে। রাতুল খেয়াল করে দেখল যে, ভগ্নাংশে প্রকাশ করার জন্য পূর্ণ বস্তুর অংশগুলোকে সমান ভাগে ভাগ (equal) করা হয় যেমন: তারা পিঠাটিকে সমান দুই ভাগে এবং পরে সমান চার ভাগে ভাগ করেছিল।

ভগ্নাংশ এমন একটি সংখ্যা যা একটি পূর্ণ বস্তুর অংশকে বোঝায়। যেমন: উপরের (ছবি ৩) এ $\frac{৩}{৪}$ হলো একটি ভগ্নাংশ যা আমরা বলি '৪ ভাগের ৩ ভাগ'। এখানে, ৪ হলো পিঠার মোট সমান ভাগ বা অংশের সংখ্যা এবং ৩ হলো যে অংশটুকু কেটে নেয়া হলো। গণিতের ভাষায় ৪ কে বলা হয় থাকে 'হর' (Denominator) এবং ৩ কে বলা হয়ে থাকে 'লব' (Numerator)।

এখন মনে করো, তুমি আর তোমার ৫ জন বন্ধু মিলে বাজার থেকে একই আকারের তিনটি তরমুজ কিনলে। এরপর ছবির মতো করে তোমাদের কেনা তরমুজগুলো কাটা হলো।

এবার তোমার নাম এবং তোমার ৫ জন বন্ধুর নাম লেখো এবং একটি তরমুজকে সম্পূর্ণ বা ১ অংশ বিবেচনা করে নিচের ছবিতে কে কত অংশ তরমুজ পেল তা প্রতিটি ঘরে ভগ্নাংশ আকারে লেখো।

ছবি-৫

এখন তোমাকে যদি প্রশ্ন করা হয় তুমি ও তোমার ৫ বন্ধুর মধ্যে কোন বন্ধুকে বেশি তরমুজ দেয়া হলো?

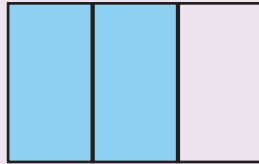
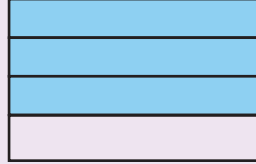
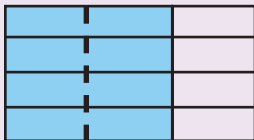
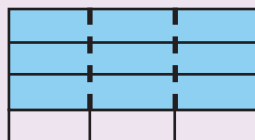
এই প্রশ্নের উত্তর খুব সহজেই তুমি খুঁজে বের করতে পারবে যদি নিচের খেলাটি নিয়ম মেনে খেলতে পারো।

খেলার নাম: ভগ্নাংশের তুলনা

প্রয়োজনীয় উপকরণ : ছক-কাটা কাগজ, রঙ পেন্সিল।

নির্দেশনা : খেলার ধাপগুলো বুঝে নিতে শ্রেণিকক্ষে শিক্ষকের সহায়তা নিতে পারো। যদি তুমি বাসায় খেলাটি খেলতে চাও বাবা/মা/বড় ভাইবোনের কাছ থেকেও নিয়মটি বুঝে নিতে পারো।

খেলার ধাপসমূহ :

- ছক কাটা কাগজ থেকে দুইটি স্ট্রিপ কেটে নাও। তারপর একটি স্ট্রিপকে সমান তিন ভাগে ভাগ করে দুই ভাগ রঙ করবে। অর্থাৎ, $\frac{২}{৩}$ অংশ রঙ করবে। একইভাবে, আরেকটি স্ট্রিপ সমান চার ভাগ করে তিন ভাগ খাতায় বসিয়ে রঙ করে ফেলবে। অর্থাৎ, $\frac{৩}{৪}$ অংশ রঙ করবে (নিচের ছবি লক্ষ করো)।
- এবার রঙ করা অংশ দুইটি তুলনা করো- কোনটি বড় কোনটি ছোট। দেখবে যে তুলনা করতে পারছ না। কারণ, দুইটি স্ট্রিপ্রেই ভাগ করা অংশ এবং রঙ করা অংশ আলাদা।
- এবার তাহলে সমান সাইজের দুইটি আয়তাকার ছক আঁকো। ছক দুইটিকে ছক ক ও ছক খ এই দুইটি নাম দাও। প্রয়োজনে শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসরণ করো। এরপর, ছক “ক” কে লম্বালম্বিভাবে তিন ভাগ করে তার দুই ভাগ রঙ করবে (অর্থাৎ, $\frac{২}{৩}$ অংশ)। ছক “খ” তে আড়াআড়িভাবে চারটি দাগ দিয়ে তার তিন ভাগ রঙ করবে (অর্থাৎ, $\frac{৩}{৪}$ অংশ)।

- এর পরের ধাপে ছক- ক এর দাগগুলোর সমান করে ছক- খ তে আঁকো এবং ছক- খ এর দাগগুলোর সমান করে ছক- ক তে আঁকো (পরের ছবি লক্ষ করো)। তোমরা পর্যবেক্ষণ করবে যে দুইটি ছকের ঘর সংখ্যা একই। যেমন: উপরিউক্ত চিত্রের ভাগসংখ্যা হয়ে যাবে ১২টি (নিচের ছবি)। মোট ঘর সংখ্যাকে হর বলতে পারি এবং এই সংখ্যাটিকে ছকের উপরে লেখা ভগ্নাংশের হরের স্থানে লিখে ফেলো।
- এবার তোমরা তোমাদের রঙ করা অংশের ঘর সংখ্যা গুনে বের করো। তোমরা গুনে যেই সংখ্যাটা পাবে সেই সংখ্যাটাকে উপরে লিখো। যেমন: নিচের ছবিতে ক ছকে রঙ করা অংশ ৮টি এবং খ ছকে রঙ করা অংশ ৯টি। এই সংখ্যা দুইটি, ভগ্নাংশ দুইটির লব। এবার নিচের ছবির মতো করে লেখো।

- দুইটি ভগ্নাংশের ভাগ সংখ্যা (হর) একই। তাহলে, শুধুমাত্র রঙ করা অংশ (লব) দেখেই বলে দেয়া যাচ্ছে কোন ভগ্নাংশটি বড় হবে। এখানে ৯ > ৮, সুতরাং $\frac{৯}{১২} > \frac{৮}{১২}$ হবে।
- এরকম আরও কয়েকটি উদাহরণ অনুশীলন করো। তোমার কাজটি শিক্ষককে দেখিয়ে নাও।

টিপস : আয়তাকার ঘর বা গ্রিডগুলো নির্দেশনা অনুসারে আঁকতে পারছ কি না তা অবশ্যই খেয়াল রাখতে হবে।

উপরের আলোচনা থেকে আগের প্রশ্নের উত্তর কী পেলে?

ছবি-৫ আরেকবার দেখো এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

প্রশ্ন- ১ : বন্ধু- ১ এবং বন্ধু- ৪ এর তরমুজের অংশ তুলনা করে বলো, কে বেশি অংশ পেলো?
উত্তর :

প্রশ্ন- ২ : বন্ধু- ২ এবং বন্ধু- ৫ এর তরমুজের অংশ তুলনা করে বলো, কে বেশি অংশ পেলো?
উত্তর :

প্রশ্ন- ৩ : বন্ধু- ১ এবং বন্ধু- ৫ এর তরমুজের অংশ তুলনা করে বলো, কে বেশি অংশ পেলো?
উত্তর :

এবার একটি মজার বিষয় খেয়াল করো, প্রশ্ন-১ ও প্রশ্ন-২ নং এ তোমরা খুব সহজেই উত্তর খুঁজে বের করতে পারলে, কিন্তু প্রশ্ন-৩ এর ক্ষেত্রে তোমরা একই নিয়মে উত্তর খুঁজে পেলে না, তাই না? প্রশ্ন-৩ এর ক্ষেত্রে কী পার্থক্য পেয়েছিলে চিন্তা করো।

পার্থক্যটি হলো এখানে প্রতিটি ভগ্নাংশের হর আলাদা। এদের মধ্যে তুলনা করতে হলে প্রতিটি ভগ্নাংশের হরকে একই হরে পরিণত করতে হবে। একই হরে পরিণত করতে হলে আমাদের প্রথমে ঐ দুইটি হরের লসাগু বের করতে হবে। কীভাবে লসাগু. হিসাব করতে হয় তা তোমরা আগের শ্রেণিতে জেনে এসেছো।

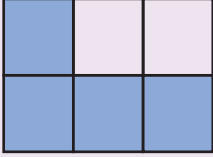
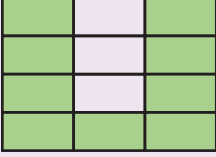
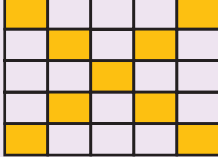
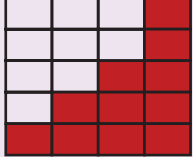
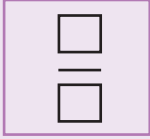
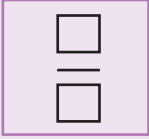
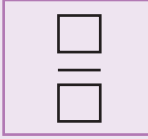
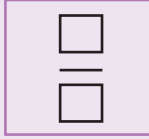
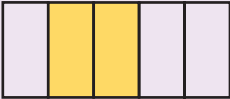
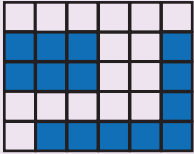
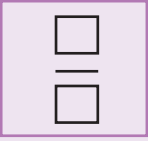
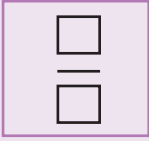
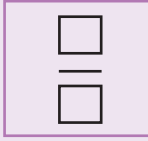
উদাহরণস্বরূপ, $\frac{২}{৩}$ এবং $\frac{৬}{১০}$ ভগ্নাংশ দুইটির হর আলাদা। এই দুইটির মধ্যে কোনটি বড় আমরা যদি বের করতে চাই তাহলে প্রথমে আমাদের ৩ ও ১০ এর লসাগু বের করতে হবে। ৩ ও ১০ এর লসাগু হলো ৩০। তাহলে প্রতিটি ভগ্নাংশের হরকে ৩০ বানাতে হবে। $\frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশের হরকে ৩০ বানানোর জন্য এর লব ও হরকে ১০ দ্বারা গুণ করতে হবে। তাহলে $\frac{২}{৩}$, $\frac{২০}{৩০}$ এ পরিণত হবে। একইভাবে, $\frac{৬}{১০}$ হবে $\frac{১৮}{৩০}$। এবার তুলনা করে দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{২০}{৩০}$ এবং $\frac{১৮}{৩০}$ এর মধ্যে $\frac{২০}{৩০}$ ভগ্নাংশটি বড়। সুতরাং, $\frac{২}{৩}$ এবং $\frac{৬}{১০}$ ভগ্নাংশ দুইটির মধ্যে $\frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশটি বড়।

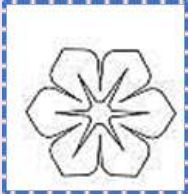
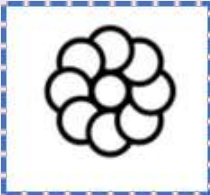
হর আলাদা হলে কীভাবে দুইটি ভগ্নাংশের মধ্যে তুলনা করা যায় তা নিশ্চয় বুঝতে পারলে। এবার তাহলে উপরের ছকের প্রশ্ন-৩ সমাধান করো।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ও মিশ্র ভগ্নাংশ

এবার আমরা রাতুলের কাছে ফিরে যাই। রাতুল পরের দিন স্কুলের টিফিনে মায়ের তৈরি ৫টি পিঠা নিয়ে গেল। টিফিনের সময় তার বন্ধু মিলি, হারুন, তানিয়ার সাথে পিঠা ভাগ করে খাবে। কিন্তু এই ৫টি পিঠাকে ৪ জনের মধ্যে কীভাবে ভাগ করবে – রাতুল ভাবতে লাগল। তখন তানিয়া বলল, এখানে ৫টি পিঠা আছে এবং আমরা ৪ জন এর মধ্যে ভাগ করব, তাহলে আমরা প্রত্যেকে ১টি করে পিঠা নিব এবং সর্বশেষ পিঠাটি ৪ ভাগ করে প্রত্যেকে ১ ভাগ করে নিব। তাহলে তারা প্রত্যেকে পিঠার কত অংশ পাবে সেটা কি যোগ করে বের করা সম্ভব? তোমরা পঞ্চম শ্রেণিতে ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ সম্পর্কে জেনেছ। সেই অনুসারে নিচের যোগটি করে খালি ঘরে লেখো।

উপরের আলোচনা থেকে আমরা বুঝতে পারলাম যে রাতুল ও তার বন্ধুরা প্রত্যেকে পিঠার $\frac{৫}{৪}$ অংশ পাবে। এখানে একটি বিষয় খেয়াল করে দেখো, $\frac{৫}{৪}$ ভগ্নাংশটির লব হরের চেয়ে বড়। এ ধরনের ভগ্নাংশ অপ্রকৃত ভগ্নাংশ (Improper fraction) নামে পরিচিত। আবার $\frac{৫}{৪}$ ভগ্নাংশটিকে আমরা ভেঙ্গে $১\frac{১}{৪}$ আকারে লিখতে পারি, যেখানে ভগ্নাংশটিকে একটি পূর্ণ সংখ্যা ও একটি ভগ্নাংশের সমন্বয়ে লেখা হয়েছে। এরূপ, একটি পূর্ণ সংখ্যা এবং একটি ভগ্নাংশ মিলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তা হলো মিশ্র ভগ্নাংশ (Mixed fraction)। $১\frac{১}{৪}$ ভগ্নাংশটি একটি মিশ্র ভগ্নাংশ । সুতরাং আমরা বুঝতে পারলাম যে মিশ্র ভগ্নাংশ আলাদা কিছু নয়।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে ($\frac{৫}{৪}$) আমরা মিশ্র ভগ্নাংশ আকারে ($১\frac{১}{৪}$) প্রকাশ করতে পারি।

এবার চলো মিশ্র ভগ্নাংশ থেকে কীভাবে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তা দেখে নেই।

$$১\frac{২}{৫} = \frac{৫\times১+২}{৫} = \frac{৫+২}{৫} = \frac{৭}{৫}$$

একক কাজ : নিচের সমস্যাগুলো তোমার খাতায় করে শিক্ষকের কাছে জমা দাও।

১। নিচের রঙ করা অংশগুলো ভগ্নাংশ আকারে লিখে প্রকাশ করো।

২। ছবির পাশে দেয়া ভগ্নাংশগুলো প্রকাশের জন্য ছবির নির্দিষ্ট অংশ রঙ করো। একটি করে দেখানো হলো।

৩। নিচের ৪ জোড়া ভগ্নাংশের মধ্যে কোনটি বড় এবং কোনটি ছোট খুঁজে বের করো।

$\frac{৩}{১০}$ এবং $\frac{২}{৫}$ $\frac{৫}{৯}$ এবং $\frac{৪}{৭}$ $\frac{৪}{৯}$ এবং $\frac{২}{৩}$ $\frac{৭}{১৫}$ এবং $\frac{৯}{১২}$

৪) নিচের মিশ্র ভগ্নাংশগুলোকে কাগজে গ্রিড এঁকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

ক) ২ $\frac{৩}{৭}$ খ) ৫ $\frac{৫}{৮}$ গ) ৩ $\frac{২}{৫}$

ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ

চলো গ্রিডের সাহায্যে ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগের কৌশল জেনে নেই।

ক)

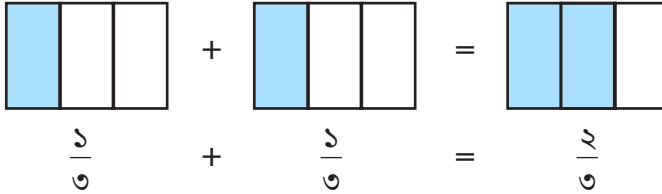
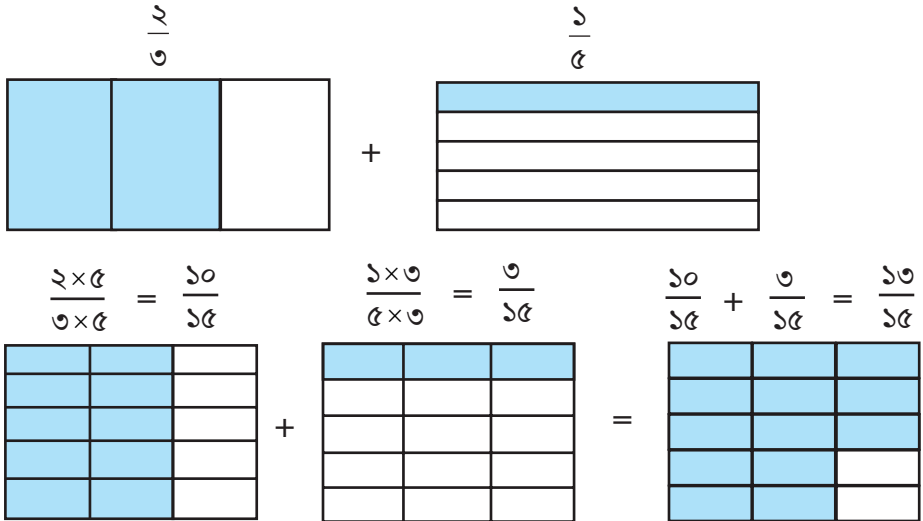
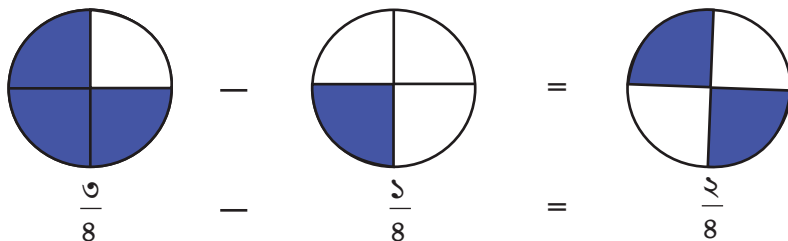
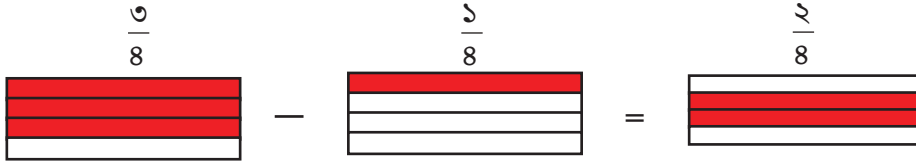
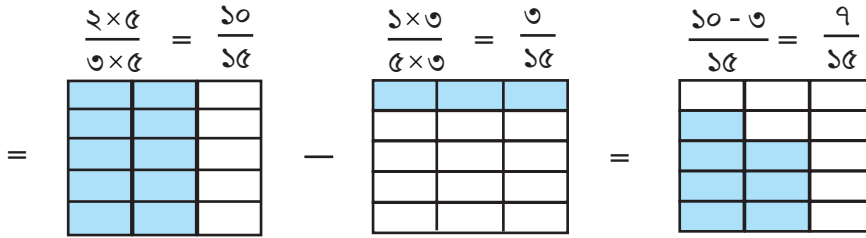
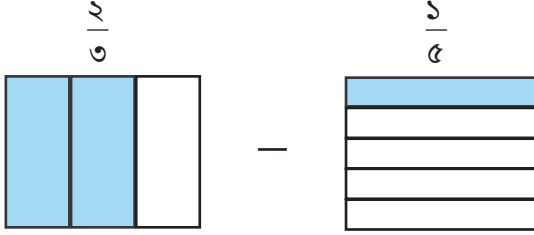
$\frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} = \frac{২}{৩}$

খ)

$\frac{২}{৩}$ + $\frac{১}{৫}$

$\frac{২\times৫}{৩\times৫} = \frac{১০}{১৫}$ $\frac{১\times৩}{৫\times৩} = \frac{৩}{১৫}$ $\frac{১০}{১৫} + \frac{৩}{১৫} = \frac{১৩}{১৫}$

গ)

$\frac{৩}{৪} - \frac{১}{৪} = \frac{২}{৪}$

ঘ)

ঙ)

একক কর্মপত্র : কর্মপত্রটি সম্পন্ন করো এবং পরবর্তী দিনে শিক্ষকের কাছে জমা দাও।

গ্রিড এঁকে নির্দিষ্ট অংশ রঙ করে ভগ্নাংশের যোগ অথবা বিয়োগের ফলাফল খাতায় লেখো।

ক) $\frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}$ খ) $\frac{১}{৫} + \frac{২}{৫}$ গ) $\frac{৪}{৫} + \frac{৬}{৫}$ ঘ) $\frac{৩}{৭} + \frac{১}{৩}$

ঙ) $\frac{৫}{৭} - \frac{২}{৭}$ চ) $\frac{১}{৫} - \frac{১}{১০}$ ছ) $\frac{৪}{৫} - \frac{২}{৩}$ জ) $\frac{৫}{৬} - \frac{১}{৪}$

ভগ্নাংশ ও পূর্ণসংখ্যার গুণ

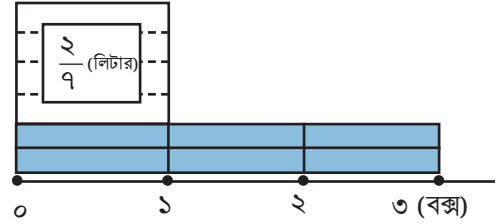
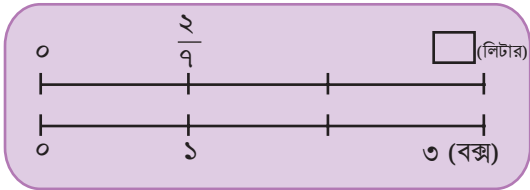
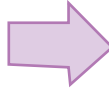
এক বক্স আইসক্রিম তৈরিতে $\frac{২}{৭}$ লিটার দুধ প্রয়োজন হয়। এরকম ৩ বক্স আইসক্রিম তৈরিতে কত লিটার দুধ প্রয়োজন?

মোট পরিমাণ বের করার জন্য আমরা নিচের বাক্যটি ব্যবহার করতে পারি।

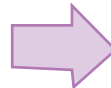
এখানে,

$\frac{২}{৭} = \frac{১}{৭}$ এর ২ একক

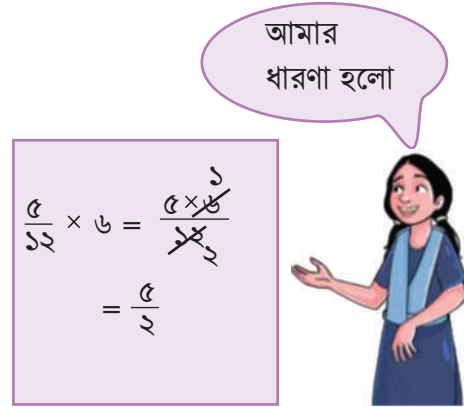
$\frac{২}{৭} \times ৩ = \frac{১}{৭}$ এর (২ × ৩) একক

$\frac{২}{৭} \times ৩ = \square$

চলো হিসাব করি,

$$\frac{২}{৭} \times ৩ = \frac{২ \times ৩}{৭} = \frac{৬}{৭}$$ লিটার।

কোনো ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করার সময় হরকে ঠিক রেখে লবকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হয়।

$$\frac{A}{B} \times C = \frac{A \times C}{B}$$

এবার চলো $\frac{৫}{১২} \times ৬$ কীভাবে হিসাব করা যায় চিন্তা করি।

নিচের গুণগুলো তুলনা ও ব্যাখ্যা করি।

একক কাজ: খাতায় গ্রিড এঁকে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো এবং শিক্ষককে দেখাও।

ক্রমিক নম্বর	সমস্যা	সমাধান
১।	একটি বোর্ডের $\frac{৭}{১৫}$ বর্গমিটার রঙিন করতে ১ ডেসিলিটার রং লাগে। ৫ ডেসিলিটার রং দ্বারা কত বর্গমিটার রঙিন করা যাবে?	
২।	এক বাটি পায়েস তৈরি করতে $\frac{৩}{৮}$ কিলোগ্রাম চিনি লাগে। এরূপ ১৬ বাটি পায়েস তৈরি করতে কত কিলোগ্রাম চিনি লাগবে?	
৩।	তুমি তোমার অভিভাবকের কাছে জেনে নাও, তোমার পরিবারে প্রতিদিন কত কেজি চাল লাগে। সে হিসেবে এক মাসের চালের পরিমাণ হিসাব করো।	
৪।	১ মিটার লম্বা একটি ধাতব নলের ওজন $\frac{৫}{৩}$ কেজি। এরূপ ৬ মিটার লম্বা ধাতব নলের ওজন কত হবে?	
৫।	তোমার ক্লাসে কতজন গণিত, কতজন ইংরেজি এবং কতজন গণিত ও ইংরেজি উভয় বিষয়ই পছন্দ করে, সেই তথ্যগুলো জেনে নাও। তারপর প্রতিটি তথ্য তোমাদের শ্রেণির মোট শিক্ষার্থীর কত অংশ নির্ণয় করো।	

গুণের অর্থ:

তোমরা চিন্তা করে বলো তো $\frac{২}{৫} \times ৩$ এর অর্থ কী? এ ধরনের গুণ অঙ্ক আমরা কীভাবে করতে পারি?
তোমাদের নিশ্চয়ই 'বার বার যোগ করে গুণফল বের করার পদ্ধতি' এর কথা মনে আছে। তাই না?

আচ্ছা চলো $\frac{২}{৫} \times ৩$ এর অর্থ খোঁজার চেষ্টা করি,

$\frac{২}{৫} \times ৩$ এর অর্থ হচ্ছে $\frac{২}{৫}$ কে ৩ বার নেয়া। অর্থাৎ $\frac{২}{৫}$ কে ৩ বার যোগ করলেই আমরা গুণফল পেয়ে যাব।

অর্থাৎ $\frac{২}{৫} + \frac{২}{৫} + \frac{২}{৫} = \frac{২ \times ৩}{৫} = \frac{৬}{৫}$

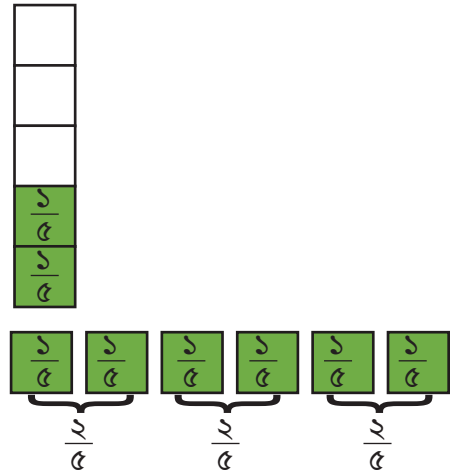
এবার চলো অন্যভাবে সমস্যাটির সত্যতা যাচাই করি :
কাগজের স্ট্রিপ কিংবা বৃত্তাকার কাগজ ব্যবহার করে এই সমস্যাটির সমাধান করার চেষ্টা করি। তোমরা সবাই নিজেদের মতো করে কাগজের স্ট্রিপ নিয়ে এই কাজটি করার চেষ্টা করবে।

১টি স্ট্রিপ নিয়ে প্রত্যেকটিকে প্রথমে সমান ৫ ভাগ করে ২টি ভাগ নাও। তাহলে, এই ২ ভাগ হবে $\frac{২}{৫}$ সমান। তারপর, $\frac{২}{৫}$ এর ৩টি গুচ্ছ তৈরি করো [২টি $\frac{১}{৫}$ এর টুকরা নিয়ে $\frac{২}{৫}$ এর একটি গুচ্ছ তৈরি হবে, এরকম মোট ৩টি গুচ্ছ হবে]। $\frac{১}{৫}$ এর স্ট্রিপ ব্যবহার করলে সমাধানটি দেখতে নিচের চিত্রের মতো হবে।

এবার, টুকরোগুলো গুণে দেখো, মোট ৬টি $\frac{১}{৫}$ –এর টুকরা আছে বা $\frac{২}{৫}$ এর ৩টি গুচ্ছ আছে।

অর্থাৎ $\frac{২}{৫} \times ৩ = \frac{৬}{৫}$ ।

আমরা চাইলে, গুণফলটিকে নিচের মতো করেও লিখতে পারি –

$\frac{২}{৫} = \frac{১}{৫}$ এর ২ একক

তাহলে, $\frac{২}{৫} \times ৩ = \frac{১}{৫}$ এর (২ × ৩) একক $= \frac{১}{৫}$ এর ৬ একক $= \frac{৬}{৫}$ একক

তাহলে আমরা বলতে পারি, ভগ্নাংশের সাথে পূর্ণসংখ্যার গুণ করার সময় মূলত ভগ্নাংশের লবের সাথে পূর্ণসংখ্যার গুণ করলেই গুণফল পাওয়া যায়, হরের কোনো পরিবর্তন হয় না।

একক কাজ : খাতায় গ্রিড এঁকে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো এবং শিক্ষককে দেখাও।

ক) $\frac{২}{৭} \times ৭$ খ) $\frac{৩}{৫} \times ১৫$ গ) $\frac{৭}{৩} \times ৯$ ঘ) $\frac{৫}{৬} \times ৮$ ঙ) $৩ \times \frac{২}{৩}$

ভগ্নাংশ ও পূর্ণসংখ্যার ভাগ

$\frac{৪}{৫}$ লিটার শরবত ২ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত লিটার শরবত পাবে?

মোট শরবতের পরিমাণ	÷	লোক সংখ্যা	=	১ জনের জন্য শরবতের পরিমাণ

সমস্যাটিকে গাণিতিক বাক্যের মাধ্যমে প্রকাশ করো :

এখানে, $\frac{৪}{৫} = \frac{১}{৫}$ এর ৪ একক

সুতরাং $\frac{৪}{৫} \div ২ = \frac{১}{৫}$ এর (৪ ÷ ২) একক

$\frac{৪}{৫} \div ২ =$ ☐

চলো হিসাব করি : $\frac{৪}{৫} \div ২ = \frac{৪ \div ২}{৫} = \frac{২}{৫}$

∴ প্রত্যেকে শরবত পাবে ....লিটার।

এবার ভেবে দেখো তো, $\frac{৪}{৫}$ লিটার শরবত যদি ৩ জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করি, তাহলে কীভাবে করতে হবে?

গাণিতিক বাক্য : $\frac{৪}{৫} \div ৩$

$\frac{৪}{৫} \div ৩ = \frac{৪ \div ৩}{৫}$

কিন্তু ৪ কে সরাসরি ৩ দিয়ে ভাগ যাচ্ছে না।

আমরা ৩ দিয়ে ভাগ করার জন্য লবকে পরিবর্তন করতে পারি।

$\frac{৪}{৫} = \frac{৪ \times ৩}{৫ \times ৩}$

$$\frac{৪}{৫} \div ৩$$
$$= \frac{৪ \times ৩}{৫ \times ৩} \div ৩$$
$$= \frac{৪ \times ৩ \div ৩}{৫ \times ৩}$$
$$= \frac{৪}{৫ \times ৩}$$
$$= \frac{৪}{১৫}$$

কোনো ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করার সময় লবকে ঠিক রেখে হরকে ঐ পূর্ণসংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হয়।

$$\frac{A}{B} \div C = \frac{A}{B \times C}$$

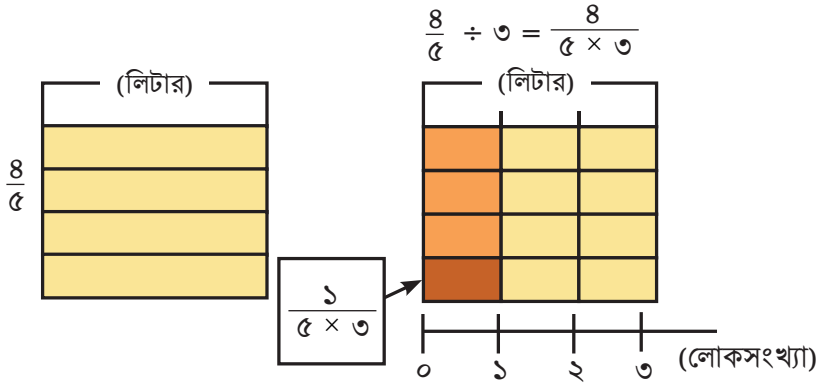
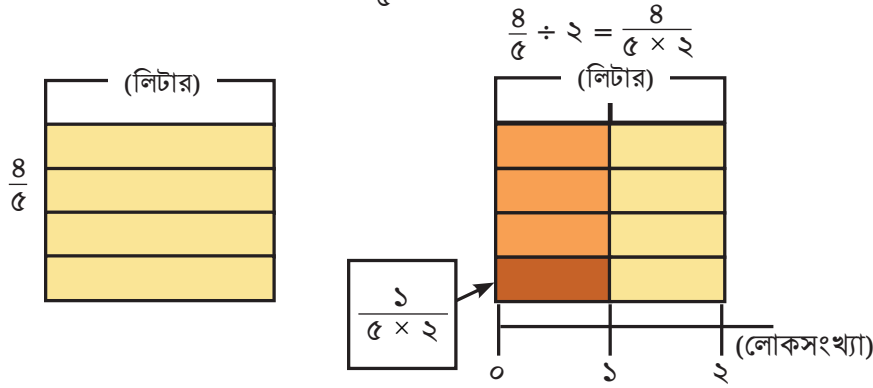
আমি হিসাবের শেষে ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করব।

আমি হিসাবের সময় এটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করব।

$$\frac{২০}{৯} \div ৫ = \frac{২০}{৯ \times ৫}$$
$$= \frac{\cancel{২০}^{৪}}{\cancel{৪৫}_{৯}}$$
$$= \frac{৪}{৯}$$

$$\frac{২০}{৯} \div ৫ = \frac{\cancel{২০}^{৪}}{৯ \times \cancel{৫}_{১}}$$
$$= \frac{৪}{৯}$$

হিসাবের সময় ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করলে হিসাব সহজ হয়।

চলো এখন গ্রিডের সাহায্যে $\frac{৪}{৫} \div ৩ = \frac{৪}{৫ \times ৩}$ কেন হয় তার কারণ চিন্তা করি।

এবার, একইভাবে গ্রিডের সাহায্যে $\frac{৪}{৫} \div ২$ নির্ণয়ের চেষ্টা করি।

একক কাজ : খাতায় গ্রিড এঁকে সমাধান করো এবং শিক্ষককে দেখাও।

ক্রমিক নম্বর	সমস্যা	সমাধান
১	$\frac{৫}{৬}$ লিটার দুধ ৫ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত লিটার করে পাবে?	
২	তোমার পরিবারের সবার জন্য চা তৈরি করতে $\frac{৭}{৩}$ গ্রাম চিনি লাগে। তোমার একার জন্য চা তৈরি করতে কত গ্রাম চিনি লাগবে?	
৩	$\frac{১৫}{৪}$ কেজি আলু ৫ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত কেজি করে পাবে?	
৪	$\frac{৭}{৩}$ বর্গমিটার দেয়াল রঙিন করার জন্য ২ ডেসি লিটার রং লাগে। ১ ডেসি লিটার রং দ্বারা কত বর্গমিটার দেয়াল রঙিন করা যাবে?	

একক কাজ : গ্রিড এঁকে সমাধান করো

ক) $\frac{৪}{৩} \div ৬$ খ) $\frac{৮}{৭} \div ৪$ গ) $\frac{১৮}{১১} \div ৪$ ঘ) $\frac{৫}{২} \div ১০$ ঙ) $\frac{৪}{৯} \div ৫$

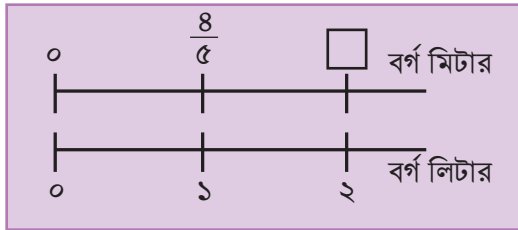
জোড়ায় কাজ : A4 কাগজ বা পোস্টার পেপারে, কাগজের স্ট্রিপ দিয়ে $\frac{৪}{৫}$ অংশ চিহ্নিত করো। চিহ্নিত অংশটুকুকে ২ দ্বারা ভাগ করে ভাগফল বের করো। একই রকম আরও কয়েকটি সমস্যা তৈরি করো এবং এভাবে কাগজের স্ট্রিপ ব্যবহার করে সমাধান করো। সহপাঠীর সাথে খাতা বিনিময় করে একে অপরের ভুল-ত্রুটি চিহ্নিত করো এবং আলাপ-আলোচনা করে সমাধান করার চেষ্টা করো। প্রয়োজনে শিক্ষকের পরামর্শ নিতে পারবে।

ভগ্নাংশে ভগ্নাংশে গুণ

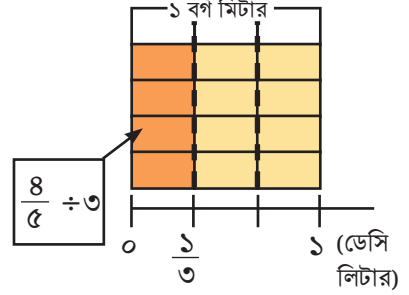
একটি রং এর কথা চিন্তা করি যার ১ ডেসি লিটার দ্বারা $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রঙিন করা যায়

(১) ২ ডেসি লিটার রং দ্বারা কত বর্গমিটার জায়গা রঙিন করা যায়?

১ ডেসি লিটার রং দ্বারা রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল	×	রং এর পরিমাণ	=	মোট রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল

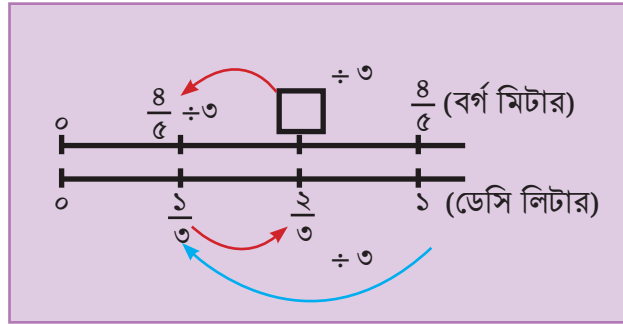
চলো হিসাব করি : $\frac{৪}{৫} \times ২ = \frac{৮}{৫}$ বর্গমিটার

(২) $\frac{১}{৩}$ ডেসি লিটার রং দ্বারা কত বর্গমিটার জায়গা রঙিন করা যাবে?

সংখ্যারেখায় দেখা যায় $\frac{৪}{৫} \times \frac{১}{৩} = \frac{৪}{৫} \div ৩$ এর সমান।

এবার গ্রিডের সাহায্যে $\frac{৪}{৫} \div ৩$ নির্ণয় করি।

__________ বর্গমিটার

(৩) $\frac{২}{৩}$ ডেসি লিটার রং দ্বারা কত বর্গমিটার ক্ষেত্রফল রঙিন করা যাবে? এখানে,

গাণিতিক বাক্য : $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$

প্রথমে চলো সংখ্যারেখার মাধ্যমে বোঝার চেষ্টা করি :

$\therefore$ $\frac{২}{৩}$ ডেসি লিটার দ্বারা রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল = ২ × ($\frac{১}{৩}$ ডেসি লিটার দ্বারা রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল)

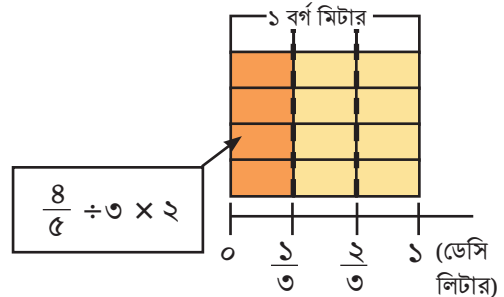
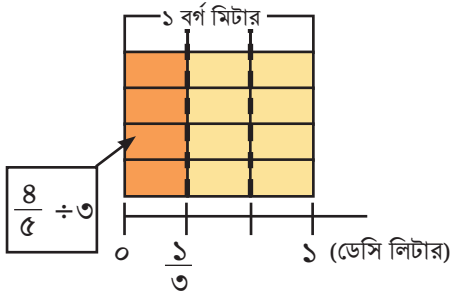
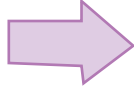
এখানে, নিচের গ্রিডের সাহায্যে চিন্তা করো :

গ্রিড থেকে দেখা যাচ্ছে :

$$\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩} = \left(\frac{৪}{৫} \div ৩\right) \times ২$$

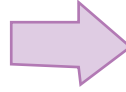
$$= \frac{৪}{৫ \times ৩} \times ২$$

$$= \frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$$

$$= \frac{৮}{১৫}$$

তাহলে আমরা নিচের মতো করে হিসাব করতে পারি :

$$\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩} = \frac{৪ \times ২}{৫ \times ৩} = \frac{৮}{১৫}$$

______________ বর্গমিটার

কোনো ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করার সময় লবকে লব দ্বারা এবং হরকে হর দ্বারা গুণ করতে হয়।

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$$

∴ $\frac{৩}{৫} \times ২$ এবং $৩ \times \frac{৪}{৭}$ কীভাবে হিসাব করব তা চিন্তা করি

পূর্ণসংখ্যাকে একটি ১ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত করে আমরা হিসাব করতে পারি।

$$\frac{৩}{৫} \times ২ = \frac{৩}{৫} \times \frac{২}{১}$$

$$= \frac{৩ \times ২}{৫ \times ১}$$

$$= \frac{৬}{৫}$$

$$২ \times \frac{৪}{৭} = \frac{২}{১} \times \frac{৪}{৭}$$

$$= \frac{২ \times ৪}{১ \times ৭}$$

$$= \frac{৮}{৭}$$

অবশ্যই এটি সঠিক : $\frac{৩}{৫} \times ২ = \frac{৩ \times ২}{৫} = \frac{৬}{৫}$

* $২\frac{১}{৩} \times ১\frac{২}{৫}$ কীভাবে হিসাব করব চিন্তা করি।

আমরা মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে প্রকাশ করে হিসাব করতে পারি

$$২\frac{১}{৩} \times ১\frac{২}{৫} = \frac{\boxed{৭}}{৩} \times \frac{\boxed{৭}}{৫}$$

$$= \frac{৪৯}{১৫} \text{ (অথবা } ৩\frac{৪}{১৫}\text{)}$$

* $\frac{১২}{২৫} \times \frac{৫}{৬}$ কীভাবে হিসাব করা যায় তা তুলনা ও ব্যাখ্যা করি।

$$\frac{১২}{২৫} \times \frac{৫}{৬} = \frac{৬০}{১৫০}$$

$$= \frac{\overset{২}{\cancel{৬০}}}{\underset{৫}{\cancel{১৫০}}}$$

$$= \frac{২}{৫}$$

$$\frac{১২}{২৫} \times \frac{৫}{৬} = \frac{\overset{২}{\cancel{১২}}}{\underset{৫}{\cancel{২৫}}} \times \frac{\overset{১}{\cancel{৫}}}{\underset{১}{\cancel{৬}}}$$

$$= \frac{২}{৫}$$

আবার,

$$\frac{২}{৫} \times \frac{১০}{৩} \times \frac{৯}{৮} = \frac{\overset{১}{\cancel{২}}}{\underset{১}{\cancel{৫}}} \times \frac{\overset{\cancel{২}}{\cancel{১০}}}{\underset{১}{\cancel{৩}}} \times \frac{\overset{৩}{\cancel{৯}}}{\underset{\cancel{৪}\ ২}{\cancel{৮}}} = \frac{৩}{২} = ১\frac{১}{২}$$

বাহ! যদিও এটি একটি গুণের সমস্যা, তবুও আমরা কোনো গুণ করছি না, শুধু ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করছি।

একক কাজ : সংখ্যারেখা ও গ্রিডের সাহায্যে সমাধান করো।

১। ক) $\frac{৪}{৩} \times \frac{৩}{৪}$ খ) $\frac{৩}{৫} \times \frac{১০}{৭}$ গ) $\frac{৫}{১২} \times \frac{৫}{১০}$

ঘ) $\frac{৭}{৪} \times \frac{৩}{৫}$ ঙ) $\frac{৯}{৮} \times \frac{৩}{৫} \times \frac{২}{২৭}$

২। খাতায় গ্রিড এঁকে সমাধান করো এবং খালি ঘর পূরণ করে শিক্ষককে দেখাও।

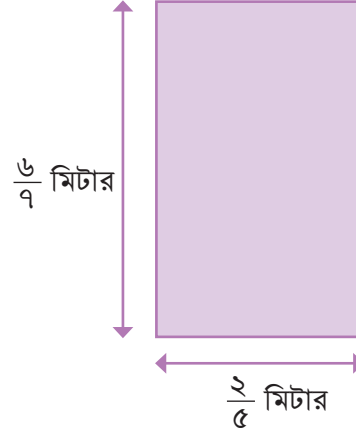
ক্রমিক নং	খালি ঘর পূরণ করো	ক্রমিক নং	খালি ঘর পূরণ করো
১.	$\frac{২}{৫} \times \frac{১}{৩} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}$	৫.	$\frac{১১}{১৩} \times \frac{২১}{৩২} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}$
২.	$\frac{৫}{৯} \times \frac{৪}{৯} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}$	৬.	$\frac{২}{৫} \times \frac{\square}{\square} = \frac{২ \times \square}{৫ \times \square} = \frac{৮}{১৫}$
৩.	$\frac{১}{৬} \times ৩\frac{১}{২}$ $= \frac{১}{৬} \times \frac{\square}{২} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}$	৭.	$১\frac{২}{৫} \times \frac{২}{১৭}$ $= \frac{\square}{\square} \times \frac{২}{১৭} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}$
৪.	$২\frac{২}{৩} \times ৩\frac{২}{৩}$ $= \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square}$ $= \frac{\square}{\square}$	৮.	$= \frac{\square}{৫} \times \frac{৩}{\square} = \frac{\square \times ৩}{৫ \times \square} = \frac{১২}{৩৫}$

দলগত কাজ : গ্রিডের সাহায্যে ভগ্নাংশের সাথে ভগ্নাংশের গুণের সঠিকতা যাচাই

উপকরণ : পোস্টার পেপার, A4 কাগজ, মার্কার, রঙ পেন্সিল।

* শিক্ষকের নির্দেশনা অনুযায়ী দল গঠন করো।

* ভগ্নাংশের গুণের পদ্ধতি ব্যবহার করে নিচের সমস্যাটির সমাধান করো।

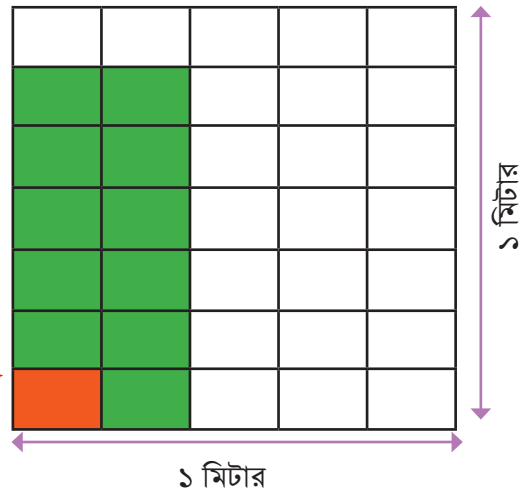
$\frac{৬}{৭}$ মি. দৈর্ঘ্য এবং $\frac{২}{৫}$ মি. প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বোর্ডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

A4 কাগজ ব্যবহার করে গ্রিড এঁকে ভগ্নাংশকে প্রকাশ করো এবং দুইটি ভগ্নাংশের গুণের পদ্ধতিটি পর্যবেক্ষণ করো।

নিচের রেখাচিত্রের সাহায্যে আয়তাকার বোর্ডের ক্ষেত্রফল যে $\frac{১২}{৩৫}$ বর্গমিটার তা যাচাই করি।

এখানে $\frac{৬}{৭} \times \frac{২}{৫} =$

$(৬ \times ২) \times \left(\frac{১}{৭ \times ৫}\right)$ বর্গমিটার

সুতরাং এটি হলো $\frac{৬ \times ২}{৭ \times ৫}$ বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হলো $\frac{১২}{৩৫}$ বর্গমিটার

- গুণ না করে কীভাবে গ্রিডের সাহায্যেই ভগ্নাংশের গুণ দেখানো যায় তা দলগত আলোচনার মাধ্যমে বের করো। প্রয়োজনে শিক্ষককে প্রশ্ন করো।
- শিক্ষকের প্রদত্ত গাণিতিক সমস্যাগুলো সমাধান করে দলের মধ্যে খাতা বদল করে সঠিকতা যাচাই করো।

একক কাজ : A4 কাগজে গ্রিড এঁকে সমস্যাগুলো সমাধান করো।

ক) $২\frac{৩}{৫}$ মি দৈর্ঘ্য এবং $\frac{৫}{৬}$ মি প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তাকার দেয়ালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

খ) ১ টি বর্গাকার বাগানের এক পাশের দৈর্ঘ্য $৩\frac{২}{৩}$ মি হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

গ) গ্রিডের সাহায্যে ক ও খ নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান যাচাই করো।

বিপরীত ভগ্নাংশ (Reciprocal of Fraction)

রিয়া এবং রাতুল একটি মজার খেলা খেলছে। রিয়া রাতুলকে বলল, আমি একটি ভগ্নাংশ আমার খাতায় লিখব। তোমাকে এমন একটি ভগ্নাংশ লিখতে হবে যেন ভগ্নাংশ দুইটির গুণফল ১ হয়।

তোমরা রাতুলের মতো একটু চিন্তা করে বল তো রাতুলের লেখা ভগ্নাংশটি সঠিক কিনা? আচ্ছা চলো আমরা হিসাব করে দেখি:

$$\frac{\cancel{৩}}{\cancel{৭}} \times \frac{\cancel{৭}^{১}}{\cancel{৩}} = ১$$

দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল ১ কেন হতেই হবে?

খেলাটির একটি নাম দেয়া দরকার। এই খেলাটির নাম হলো বিপরীত ভগ্নাংশের (Reciprocal of Fraction) খেলা। একটু ভেবে দেখো তো, খেলাটির আর কোনো নাম দেয়া যায় কিনা। আমরা খেলাটির আরও একটি নাম দিতে পারি। নামটি হলো- গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশের (Multiplicative Inverse) খেলা।

তাহলে আমরা বলতে পারি,

শূন্য নয় এরূপ দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল ১ হলে তাদের যেকোনো একটি ভগ্নাংশ, অপরটির বিপরীত ভগ্নাংশ বা গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ।

তবে খেয়াল রেখো তোমরা ঋণাত্মক সংখ্যার ধারণা থেকে 'যোগাত্মক বিপরীত' (Additive Inverse) এর যে ধারনা পেয়েছ সেটা কিন্তু আলাদা। দুইটি ভগ্নাংশের যোগফল শূন্য (০) হলে একটিকে অপরটির 'যোগাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ' বলতে পারো।

জোড়ায় খেলা: রিয়া ও রাতুলের মতো তুমি তোমার সহপাঠীর সাথে কমপক্ষে ১০টি ভগ্নাংশ নিয়ে বিপরীত ভগ্নাংশ বা গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশের খেলাটি খেল।

গ্রিডে বিপরীত ভগ্নাংশ

চলো গ্রিডের সাহায্যে ভগ্নাংশের গুণফলের ধারণা ব্যবহার করে ভগ্নাংশগুলোর বিপরীত ভগ্নাংশ নির্ণয় করি।

২/৩
১
২/৩ এর বিপরীত ভগ্নাংশ =
২/৩ ÷ ২
১/৩
১
(২/৩ ÷ ২) × ৩
১/৩
১ ১ ১
৩
১
১
(২/৩ × ১/২) × ৩ = ১
২/৩ × ৩/২ = ১

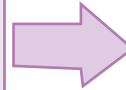
আবার,

২/৩
১
২/৩ এর বিপরীত ভগ্নাংশ =
২/৩ ×
২/৩ + ২/৩ + ২/৩
১ ১ ১
১
১ ১
২
১
১
১
২/৩ × [ ] = [ ]
(২/৩ × [ ]) ÷ [ ] = ১
২/৩ × [ ]/[ ] = ১

একক কাজ : গ্রিডের সাহায্যে নিচের ভগ্নাংশগুলোর বিপরীত ভগ্নাংশ নির্ণয় করো।

ক) ১ খ) ৫ গ) $\frac{২}{৫}$ ঘ) $\frac{৩}{৭}$ ঙ) $\frac{৯}{৭}$ চ) ২ $\frac{৩}{৮}$

রাতুল ও রিয়ার খেলাটি বিশ্লেষণ করে এবং গ্রিডের উদাহরণের মাধ্যমে আমরা নিচের সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারি –

কোনো ভগ্নাংশের লব ও হর পরস্পর স্থান বিনিময় করলেই প্রদত্ত ভগ্নাংশটির বিপরীত বা গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।

এখন রাতুল এবং রিয়ার প্রশ্ন দুইটির উত্তর খোঁজার চেষ্টা করো। দুই বা ততোধিক উদাহরণের মাধ্যমে প্রশ্ন দুইটির উত্তর ব্যাখ্যাসহ নির্ণয় করে শিক্ষককে দেখাও।

পূর্ণসংখ্যার বিপরীত ভগ্নাংশ কীভাবে নির্ণয় করা যায়?

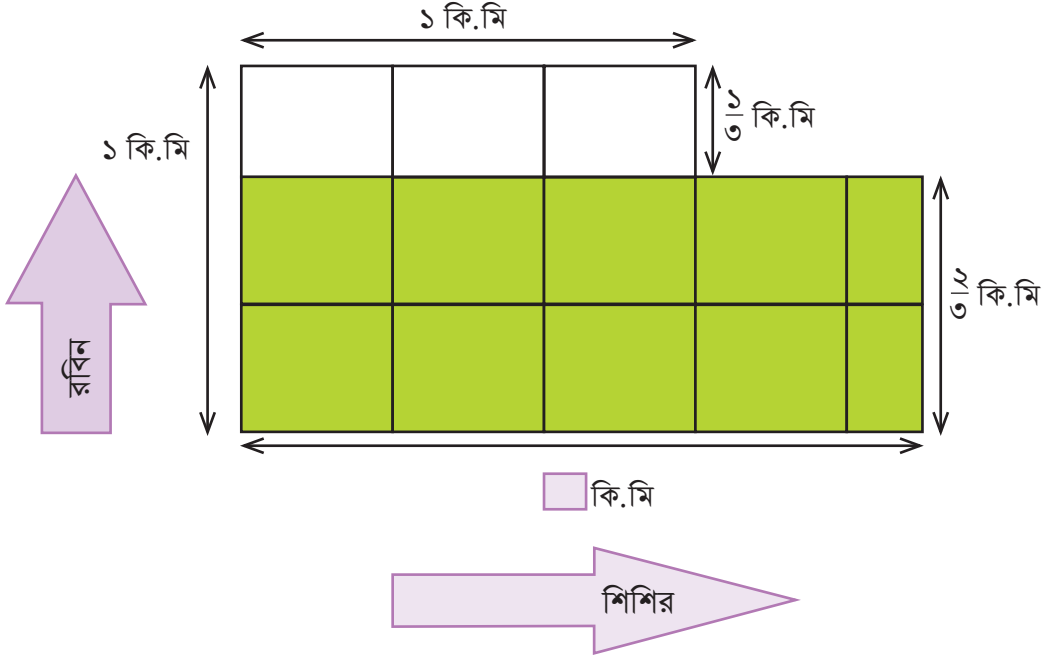
$\frac{৮}{১৫}$ এর যোগাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশটি কত হবে?

একক কাজ :

ক্রমিক নম্বর	ভগ্নাংশ	বিপরীত ভগ্নাংশ বা গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ	ক্রমিক নম্বর	ভগ্নাংশ	যোগাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ
১.	$\frac{৮}{৫}$		৬.	$\frac{১}{৩}$	
২.	$\frac{৩}{১১}$		৭.	$-\frac{২}{৩}$	
৩.	$\frac{৪}{৭}$		৮.	$\frac{০}{৫}$	
৪.	$\frac{৮}{১৭}$		৯.	৮	
৫.	২		১০.	$-$ ১২	

জাদুর মাঠ

রবিনদের বাড়ির পাশে একটা বিশাল বড় জাদুর মাঠ আছে। প্রতিদিন সকালেই মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ পরিবর্তন হয়ে যায় কিন্তু মাঠের আকৃতি আয়তাকারই থাকে এবং ক্ষেত্রফলেরও কোনো পরিবর্তন হয় না। তো একদিন রবিন হেঁটে হেঁটে মেপে দেখল মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুইটিই ১ কিলোমিটার। এবার রবিন নিশ্চিত হলো ঐদিন মাঠের আকৃতি বর্গাকার। তাহলে মাঠের ক্ষেত্রফল = ১ বর্গকিলোমিটার। আর যেহেতু মাঠের ক্ষেত্রফল পরিবর্তন হয় না তাহলে প্রতিদিনই মাঠের ক্ষেত্রফল ১ বর্গ কিলোমিটার থাকে। পরদিন রবিন জাদুর মাঠে গিয়ে দেখল মাঠের প্রস্থ কমে $\frac{২}{৩}$ কিলোমিটার হয়ে গেছে।

এবার সে ভাবতে লাগল দৈর্ঘ্য কত হতে পারে? নিশ্চয়ই ১ কিলোমিটার থেকে বেশি। কিন্তু দৈর্ঘ্য বরাবর এত দূর রবিন হাঁটতে চায় না। তোমরা যদি রবিনকে সাহায্য করতে চাও তাহলে বলো তো সেদিন মাঠের দৈর্ঘ্য কত ছিল?

রবিন এরপর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুইটাই জানার জন্য একটা সহজ বুদ্ধি বের করল।

সে তার বন্ধু শিশিরকে নিয়ে রোজ জাদুর মাঠে যেত। এরপর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ পরিমাপের জন্য ছবির মতো করে দুইজন মাঠের দুইদিক বরাবর একই গতিতে হাঁটা শুরু করত। যখনই যেকোনো একজন মাঠের শেষ প্রান্তে চলে যেত অর্থাৎ দৈর্ঘ্য অথবা প্রস্থ কোনো একটা পেয়ে যেত তখন সে জোরে চিৎকার করে অপর বন্ধুকে থামতে বলত। এরপর অপর বন্ধুকে আর সম্পূর্ণ দূরত্ব হাঁটতে হতো না। দৈর্ঘ্য অথবা প্রস্থ যেকোনো একটা দূরত্ব পাওয়া গেলেই সেখান থেকে তারা অন্য দূরত্বটি নির্ণয় করত। দেখত তোমরাও নিচের দিনগুলোর ঘটনাগুলোর ক্ষেত্রে একই বুদ্ধিতে বের করতে পারো কিনা।

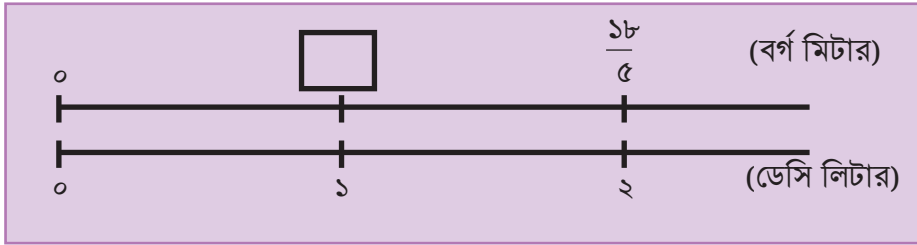
একক কাজ : এবার ভেবে দেখো তো জাদুর মাঠের দৈর্ঘ্য অনেক অনেক বড় হলে প্রস্থ কেমন হবে?

আবার প্রস্থ অনেক অনেক ছোট হয়ে শূন্যের কাছাকাছি হলে দৈর্ঘ্যের মান কেমন হবে?

দিন	রবিন যে দিকে হাঁটছিল সেদিকে মাঠের দুরত্ব (কি.মি.)	শিশির যে দিকে হাঁটছিল সেদিকে মাঠের দুরত্ব (কি.মি.)	কে সম্পূর্ণ দূরত্ব অতিক্রম করেছে এবং কেন
০১/০১/২০২২	$\frac{১}{২}$	২	রবিন কারণ $\frac{১}{২} < ২$
০২/০১/২০২২	৩	$\frac{১}{৩}$	শিশির কারণ $\frac{১}{৩} < ৩$
০৩/০১/২০২২	$\frac{১}{৪}$	☐	☐ কারণ ☐
০৪/০১/২০২২	$\frac{২}{৫}$	☐	☐ কারণ ☐
০৫/০১/২০২২	☐	$\frac{১}{১০}$	☐ কারণ ☐
০৬/০১/২০২২	$\frac{১}{১০০০০}$	☐	☐ কারণ ☐
০৭/০১/২০২২	১০০০০	☐	☐ কারণ ☐
০৮/০১/২০২২	$\frac{৭}{৩}$	☐	☐ কারণ ☐
০৯/০১/২০২২	☐	$৫\frac{২}{৩} = \frac{☐}{☐}$	☐ কারণ ☐

ভগ্নাংশে ভগ্নাংশে ভাগ

ঘরের দেয়াল রঙ করার জন্য তোমাদের বাড়িতে নীল রঙ কিনে আনা হলো। রঙটির ২ ডেসি লিটার দ্বারা $\frac{১৮}{৫}$ বর্গ মি. দেয়াল রঙ করা যায়। ১ ডেসি লিটার রঙ দ্বারা ঐ দেয়ালের কত অংশ রঙিন করা যাবে?

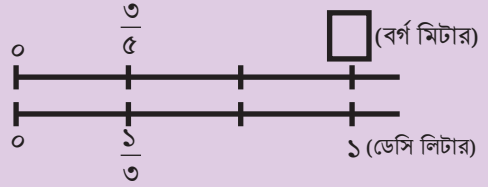
প্রথমে সংখ্যা রেখার সাহায্যে সমস্যাটিকে গাণিতিক বাক্যের মাধ্যমে প্রকাশ করি।

মোট রঙিন দেয়ালের ক্ষেত্রফল	÷	রঙ এর পরিমাণ	=	১ ডেসি লিটার রঙ দ্বারা রঙিন দেয়ালের ক্ষেত্রফল

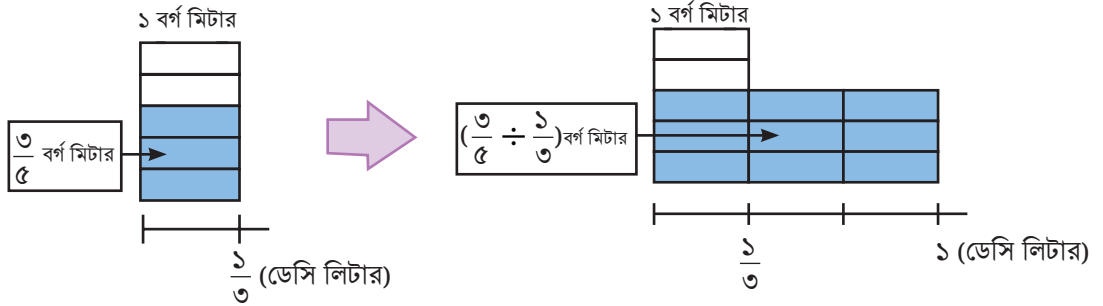
চলো হিসাব করি : $\frac{১৮}{৫} \div ২ = \frac{১৮}{৫ \times ২} = \frac{\square}{\square}$ .... বর্গমিটার

এবার আরেকটা সমস্যা সমাধান করি।

$\frac{৩}{৫}$ বর্গমিটার দেয়াল রঙিন করতে $\frac{১}{৩}$ ডেসি লিটার রং লাগে। ১ ডেসি লিটার রং দ্বারা ঐ জায়গাটির কত বর্গমিটার দেয়াল রঙিন করা যাবে?

মোট রঙিন দেয়ালের ক্ষেত্রফল	÷	রঙ এর পরিমাণ	=	১ ডেসি লিটার রঙ দ্বারা রঙিন দেয়ালের ক্ষেত্রফল

এবং আমরা নিচের নকশা দ্বারা এটি চিন্তা করতে পারি :

চিত্র ব্যবহার করে $\frac{৩}{৫} \div \frac{১}{৩}$ কীভাবে হিসাব করা যায় তা চিন্তা করি।

আমরা ১ ডেসি লিটার রং দ্বারা রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করব।

∴ ১ ডেসি লিটার হলো $\frac{১}{৩}$ ডেসি লিটার এর ৩ গুণ।

∴ $\frac{১}{৩}$ ডেসি লিটার রং দ্বারা যতটুকু অংশ রঙিন করা যায় তার ৩ গুণ রং করা যাবে ১ ডেসি লিটার রং দ্বারা।

$$\therefore \frac{৩}{৫} \div \frac{১}{৩} = \frac{৩}{৫} \times \frac{৩}{১} = \frac{৩ \times ৩}{৫} = \boxed{\quad}$$

__________ বর্গমিটার

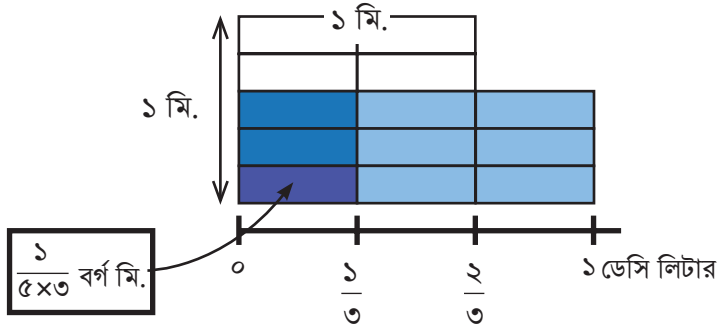
এবার উপরের দুইটি সমস্যা সমাধানের পদ্ধতির সাহায্য নিয়ে নিচের সমস্যাটি সমাধান করার চেষ্টা করা যাক।

নিচের সমস্যাটি সমাধান করো

$\frac{৩}{৫}$ বর্গমিটার দেয়াল রঙিন করার জন্য $\frac{২}{৩}$ ডেসি লিটার রং লাগে। ১ ডেসি লিটার রং দ্বারা কত বর্গমিটার দেয়াল রঙিন করা যাবে?

চলো এবার আমরা আরও কয়েকটি উপায়ে ভগ্নাংশের ভাগের সঠিকতা যাচাই করি।

গ্রিডের সাহায্যে ▭ আকারের অংশ/টুকরার সংখ্যা গণনা করে:

গ্রিডে ১ বর্গ মিটার ক্ষেত্রফলকে ৫×৩ টি আয়তাকার অংশে (▭) ভাগ করা হয়েছে।

▭ **আকারের (৩×৩) টি টুকরা আছে**

ফলে প্রত্যেকটি আয়তাকার অংশ, ▭ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{৫ \times ৩}$ বর্গ মিটার।

এখন, ১ ডেসি লিটার রং দিয়ে রং করা যাবে ▭ আকারের ৩×৩ টি টুকরা।

তাহলে, ১ ডেসি লিটার রং দিয়ে রং করা যাবে:

$$\frac{৩}{৫} \div \frac{২}{৩} = (৩ \times ৩) \times \frac{১}{৫ \times ২} = \frac{৩ \times ৩}{৫ \times ২} = \frac{\square}{\square}$$

বিপরীত ভগ্নাংশের মাধ্যমে :

ভাজ্য ও ভাজককে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করলে ভাগফলের কোনো পরিবর্তন হয় না।

যেমন: ৬÷২=৩ তাহলে, (৬×৫)÷(২×৫)=৩০÷১০=৩

আবার, (৬÷২)÷(২÷২)=৩÷১=৩

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রেও সমতুল ভগ্নাংশ নির্ণয়ে আমরা লব ও হরকে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করে থাকি। দুটি ভগ্নাংশের ভাগের ক্ষেত্রেও আমরা একই ধারণা ব্যবহার করতে পারি।

$$\frac{৩}{৫} \div \frac{২}{৩} = \left(\frac{৩}{৫} \times \frac{৩}{২}\right) \div \left(\frac{২}{৩} \times \frac{৩}{২}\right)$$

$$= \left(\frac{৩}{৫} \times \frac{৩}{২}\right) \div ১ = \frac{৩}{৫} \times \frac{৩}{২}$$

$$= \frac{৩ \times ৩}{৫ \times ২} = \frac{\square}{\square}$$

ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ ও ভাগের ধারণা এবং বিপরীত ভগ্নাংশের মাধ্যমে চাইলে আরও বেশ কিছু উপায়ে দুইটি ভগ্নাংশের ভাগ করা যায়। এমন একটি উপায় দেখানো হলো নিচে:

$$\frac{৪}{৯} \div \frac{২}{৩} = \left(\frac{(৪ \div ২) \times ২}{(৯ \div ৩) \times ৩}\right) \div \frac{২}{৩}$$

$$= \left(\frac{(৪ \div ২)}{(৯ \div ৩)} \times \frac{২}{৩}\right) \div \frac{২}{৩}$$

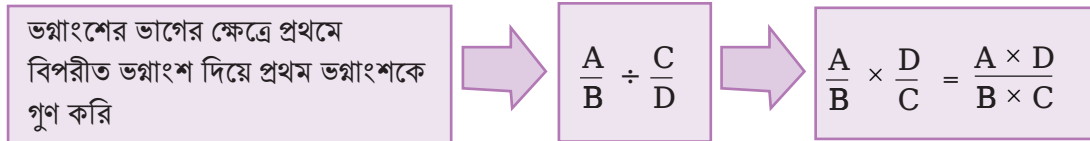
$$= \frac{(৪ \div ২)}{(৯ \div ৩)} \times \frac{২}{৩} \div \frac{২}{৩}$$

$$= \frac{(৪ \div ২)}{(৯ \div ৩)} \times \left(\frac{২}{৩} \div \frac{২}{৩}\right)$$

$$= \frac{(৪ \div ২)}{(৯ \div ৩)} \times ১$$

$$= \frac{(৪ \div ২)}{(৯ \div ৩)}$$

$$= \frac{\square}{\square}$$

তাহলে, উপরের সবগুলো পদ্ধতি অনুসারে আমরা বলতে পারি:

ভগ্নাংশের ভাগের ক্ষেত্রে প্রথমে বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে প্রথম ভগ্নাংশকে গুণ করি

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D}$$

$$\frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \times D}{B \times C}$$

এবার, $১\frac{৪}{৭} \div ২\frac{৫}{১৪}$ কীভাবে হিসাব করব তা চিন্তা করি।

$$১\frac{৪}{৭} \div ২\frac{৫}{১৪}$$

$$= \frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square}$$

এখন, $\frac{৫}{৮} \div \frac{১৫}{৩২} \times \frac{১}{১২}$ কীভাবে হিসাব করব তা চিন্তা করি।

প্রথমে, $\frac{১৫}{৩২}$ এর বিপরীত ভগ্নাংশ দ্বারা $\frac{৫}{৮}$ কে গুণ করি।

$$\frac{৫}{৮} \div \frac{১৫}{৩২} \times \frac{১}{১২} = \frac{৫}{৮} \times \frac{\square}{\square} \times \frac{১}{১২} = \frac{\square}{\square}$$

একক কাজ : গ্রিড এঁকে হিসাব করো এবং ছক পূরণ করে শিক্ষককে দেখাও।

ক্রমিক নম্বর	খালি ঘর পূরণ করো	ক্রমিক নম্বর	খালি ঘর পূরণ করো
১.	$\frac{৮}{৯} \div \frac{২}{৩} = \frac{৮ \div ২}{৯ \div ৩} = \frac{\square}{\square}$	৫.	$\frac{১১}{১৩} \div \frac{১১}{১৩} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$
২.	$\frac{১২}{২৫} \div ১\frac{১}{৫}$ $= \frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square}$ $= \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	৬.	$৩\frac{১}{৫} \div \frac{২}{৫}$ $= \frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square}$ $= \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$
৩.	$\frac{৮}{৫} \div \frac{৪}{১৫} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	৭.	$\frac{২০}{৪৫} \div \frac{\square}{\square} = \frac{২০ \div \square}{৪৫ \div \square} = \frac{৪}{৫}$
৪.	$\frac{৩২}{১২} \div ২\frac{২}{৩} = \frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square}$ $= \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	৮.	$\frac{\square}{\square} \div \frac{২}{৪৫} = \frac{\square}{\square} \times \frac{২৫}{২}$ $= \frac{\square \times ২৫}{\square \times ২} = \frac{৩}{৪}$

এবার সুবর্ণপুরের বাঁশিওয়ালার গল্পটি পড় এবং রাখাল বালকের পুরস্কার কীভাবে ভাগ করা যায় তা বের করো।

সুবর্ণপুরের বাঁশিওয়ালা

সুবর্ণপুর গ্রামে এক রাখাল ছিল, নাম তার বশির। বশির খুব ভোরে গরুর পাল নিয়ে মাঠে যায় আর সন্ধ্যা নামার আগে বাড়ি ফিরে আসে। গ্রামের সবাই অবশ্য বশিরকে বাঁশিবাদক রাখাল হিসেবে চেনে। কারণ বশির অবসর পেলেই বাঁশি বাজাত। অদ্ভুত সুন্দর তার বাঁশির সুর। দুপুরে গরুগুলো যখন মাঠে আপনমনে ঘাস খেতে থাকে। বশির তখন গাছের ছায়ায় বসে আর ঝুলি থেকে তার বাঁশি বের করে। বাঁশিতে ফু দিতেই বের হয়ে আসে জাদুকরি সব সুর, তখন পথ দিয়ে কেউ গেলে সে সুর শুনে দাঁড়াতে বাধ্য হয়। একদিন সুবর্ণপুরের রাজা ঐ মাঠের পাশ দিয়ে যাচ্ছিলেন। সময়টা দুপুরের দিকে, প্রতিদিনের মতোই বশিরের গরুর পাল মাঠে চরে বেড়াচ্ছিলো আর বশির আপনমনে বাঁশি বাজাচ্ছিলো। রাজা বাঁশির সুর শুনেই থমকে গেলেন, এতো সুন্দর সুর আগে কখনো তিনি শুনেননি! সাথে সাথে তিনি তার উজিরকে পাঠালেন খবর আনার জন্য, তাঁর রাজ্যে কে এতো সুন্দর বাঁশি বাজায়? উজির বশিরকে নিয়ে রাজার সামনে আসলো। বশির তো ভয়েই শেষ, রাজার সামনে তাকে নিয়ে আসা হলো, সে ভেবে পাচ্ছিলো না কি ভুল সে করেছে। রাজা তখন বশিরকে অভয় দিলেন, তার বাঁশির খুব প্রশংসা করলেন এবং পরদিন তাকে রাজদরবারে এসে সবার সামনে বাঁশি বাজানোর আমন্ত্রণ জানিয়ে সেখান থেকে বিদায় নিলেন।

- বশির খুব খুশি হলো কারণ সে রাজদরবারে এর আগে কখনো যায় নি। কিন্তু পরক্ষণেই সে চিন্তায় পড়ে গেলো। কারণ রাজদরবারে যাওয়ার মতো তার কাছে ভালো কোনো পোশাক নেই, জুতা নেই, এমনকি এতো দূরের পথ পাড়ি দেয়ার জন্য কোনো গাড়ি/বাহনও নেই! বশির মাঠ থেকে গরু নিয়ে দ্রুত তার বাড়িতে গেলো। এরপর আসেপাশের প্রতিবেশিদের ব্যাপারটি জানালো এবং তাদের কাছে সাহায্য চাইলো।
- একজন বুড়িমা এগিয়ে এলেন। তিনি বললেন, 'আমি তোমাকে সুন্দর একটা জামা বানিয়ে দিবো। কিন্তু এর বিনিময়ে তুমি যা পুরষ্কার পাবে তার দশ ভাগের এক ভাগ আমাকে দিতে হবে।' বশির মনে মনে হিসেব করলো, 'আমি যদি ৫০টি স্বর্ণমুদ্রা পাই তাহলে বৃদ্ধাকে দিতে হবে ☐ টি।' বশির বুড়িমার প্রস্তাবে রাজি হলো।
- এরপর একজন মুচি এগিয়ে এলেন। তিনি বললেন, 'আমি তোমাকে একটি জুতা তৈরি করে দিবো। কিন্তু এর বিনিময়ে তুমি যা পুরষ্কার পাবে তার দশ ভাগের দুই ভাগ আমাকে দিতে হবে।' বশির মনে মনে হিসেব করলো, 'আমি যদি ৫০টি স্বর্ণমুদ্রা পাই তাহলে মুচিকে দিতে হবে ☐ টি।' বশির মুচির প্রস্তাবেও রাজি হলো।
- সবশেষে, একজন কামার এগিয়ে এলেন। তিনি বললেন, 'আমি তোমাকে খুব মজবুত একটা বাহন তৈরি করে দিবো। কিন্তু এর বিনিময়ে তুমি যা পুরষ্কার পাবে তার পাঁচ ভাগের এক ভাগ আমাকে দিতে হবে।' বশির মনে মনে হিসেব করলো, 'আমি যদি ৫০টি স্বর্ণমুদ্রা পাই তাহলে কামারকে দিতে হবে ☐ টি।' বশির কামারের প্রস্তাবেও রাজি হলো।
- পরদিন বশির নতুন জামা-জুতা-বাহন নিয়ে রাজার দরবারে গেলো। রাজার অনুমতি নিয়ে সবাইকে বাঁশি বাজিয়ে শুনালো। রাজ দরবারে সবাই খুব খুশি হলো। রাজা খুশি হয়ে বশিরকে ১০০টি স্বর্ণমুদ্রা উপহার দিলেন। বশিরও এই উপহার পেয়ে খুব খুশি হলো।

এবার প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক) বুড়িমা কয়টি স্বর্ণমুদ্রা পাবে?

খ) মুচি কয়টি স্বর্ণমুদ্রা পাবে?

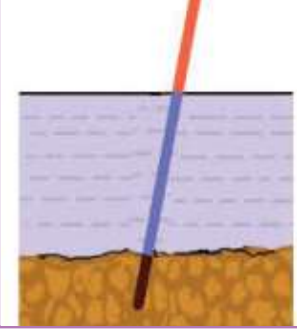
গ) কামার কয়টি স্বর্ণমুদ্রা পাবে?

ঘ) বশিরের কাছে অবশিষ্ট কয়টি স্বর্ণমুদ্রা থাকবে?

দলগত কাজ : প্রথমে দলের মধ্যে সকল সদস্য গল্পটি পড়।

“অচিনপুরের বৃদ্ধা ও তার ছাগলের পাল”

“অচিনপুর নামে এক গাঁয়ে এক বৃদ্ধা বাস করত। তার তিন কুলে কেউ ছিল না। কেবল ৩ মেয়ে ছিলো, আর ছিলো ১৯ টা ছাগল। সেই বৃদ্ধা একদিন ঠিক করলো।সবকটা ছাগল ভাগ করে সে তার মেয়েদের দিয়ে দিবে। বৃদ্ধা বললো,

- বড় মেয়ে পাবে আমার ছাগলের $\frac{১}{২}$ অংশ,
- মেজো মেয়ে পাবে আমার ছাগলের $\frac{১}{৪}$ অংশ,
- আর ছোট মেয়ে পাবে আমার ছাগলের $\frac{১}{৫}$ অংশ।

শুনে মেয়েরা একটু ঘাবড়ে গেলো। ১৯টা ছাগলকে না করা যায় ২ ভাগ, না ৪ ভাগ, না ৫ ভাগ! তারা কীভাবে এখন ছাগল ভাগ করে নিবে?

“বৃদ্ধার তিন মেয়ে কিভাবে ১৯টি ছাগলকে বৃদ্ধার দেয়া শর্ত অনুসারে ভাগ করবে তার কোনো কুল-কিনারা পাচ্ছিলনা। এমন সময় সেখান থেকে ঐ একই পাড়ার তাদের প্রতিবেশী ছোট্ট একটি ছেলে তার পোষা ছাগল নিয়ে যাচ্ছিল। ছোট্ট ছেলেটি বৃদ্ধার তিন মেয়েকে চিন্তিত দেখে তার কারণ জিজ্ঞেস করলো। ছোট্ট ছেলেটা তাদের কাছে সমস্ত ঘটনা শুনে বললো, এটা কোনো সমস্যাই না। তোমরা আমার ছাগলটা নাও, তাহলে মোট ছাগল হলো ২০টা। এবার তোমাদের মা যেমন চেয়েছেন সেভাবে ছাগলগুলো ভাগ করে নাও। তবে ভাগাভাগি শেষে আমার ছাগলটি ফেরত দিতে ভুলে যেও না কিন্তু।”

এবার তোমরা দলের মধ্যে আলোচনা করে বৃদ্ধা কিভাবে তার মেয়েদেরকে ছাগলগুলো ভাগ করে দিবে তা সিদ্ধান্ত নাও। দলের সকল সদস্য মিলে এ গল্পটি নাটকের মাধ্যমে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করো।

একক কাজ : A4 কাগজে গ্রিড এঁকে নিচের ছকের সমস্যাগুলো সমাধান করো।

ক্রমিক নম্বর	সমস্যা	সমাধান
১।	একটি খুঁটির $\frac{১}{৮}$ অংশ মাটিতে, $\frac{১}{৪}$ অংশ পানিতে এবং অবশিষ্ট অংশ পানির উপরে আছে। পানির উপরের অংশের দৈর্ঘ্য ১ $\frac{১}{৪}$ মিটার হলে বাঁশের কত মিটার পানিতে আছে?	
২।	একটি বাগানের ক্ষেত্রফল ৩০ বর্গ মি। এই বাগানের $\frac{৩}{৫}$ অংশতে ফল চাষ এবং $\frac{১}{১০}$ অংশে ফুল চাষ করা হয়েছে। চাষ করা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।	
৩।	মকবুল সাহেব তাঁর সম্পত্তির $\frac{১}{৫}$ অংশ নিজের জন্য রাখলেন এবং অবশিষ্ট সম্পত্তি দুই সন্তানের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। ক) প্রত্যেক সন্তান সম্পত্তির কত অংশ পেল? খ) মকবুল সাহেবের নিজের অংশের মূল্য ২,০০,০০০ টাকা হলে, প্রত্যেক সন্তান কত টাকার সম্পত্তি পেল?	ক) খ)
৪।	তোমার বাড়ি বা বাসা থেকে তোমার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে যাওয়ার ৫ দিনের সময় রেকর্ড করো। তারপর গড়ে তোমার এক দিনের গতিবেগ ঘণ্টায় নির্ণয় করো।	

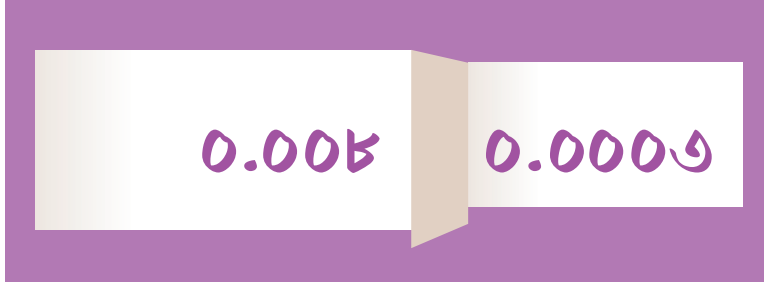
দশমিকের স্থানীয় মানের খেলা

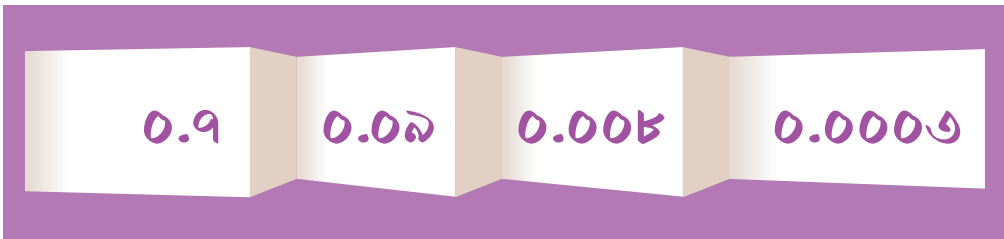
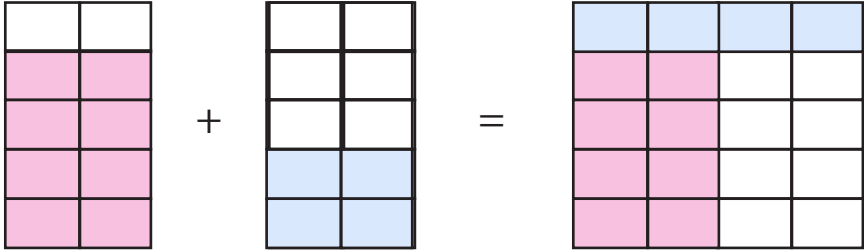
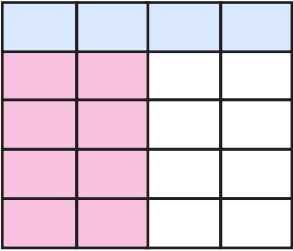
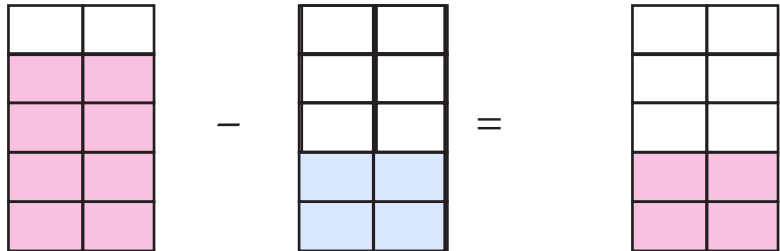
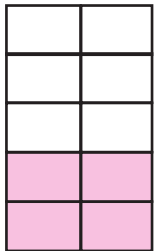
পূর্ববর্তী শ্রেণিতে তোমরা দশমিকের স্থানীয় মান সম্পর্কে জেনেছ। এ পর্যায়ে একটি খেলার মাধ্যমে তোমরা দশমিকের স্থানীয় মান খুব সহজে বের করতে পারবে। শিক্ষকের সহায়তায় নিচের নির্দেশনাগুলো অনুসরণ করে তোমার সহপাঠীর সাথে খেলাটি খেলবে। বাড়িতেও এ খেলাটি চেষ্টা করতে পারো।

খেলার ধাপ

- শিক্ষকের নির্দেশনা অনুযায়ী তোমার সহপাঠীর সাথে একটি জোড়া তৈরি করো।
- প্রথমে নিচের ছবির মতো করে একটি সাদা A4 সাইজের কাগজকে চারটি ভাগে ভাগ করো। এরপর তা থেকে একটি টুকরা নিয়ে তোমরা খেলাটি শুরু করবে।

- ছবির মতো কাগজে ভাঁজ করে সংখ্যা বানানোর পদ্ধতিটি শিক্ষকের কাছ থেকে দেখে নাও। তোমরা দশমাংশ থেকে সহস্রাংশ পর্যন্ত যেকোনো ঘর পর্যন্ত এই পদ্ধতিতে সিক্রেট নম্বর তৈরি করবে। যেমন: ০.৭৯৮৩ সংখ্যাটি কীভাবে তৈরি করা যায় তা ছবির মাধ্যমে দেখানো হল-
- প্রথমে কাগজের একদম ডান পাশে ০.০০০৩ সংখ্যাটি লিখতে হবে।

- বাম পাশের "০" এর প্রান্ত থেকে কাগজটি ভাঁজ করে দশমিকের পর "০" তিনটি ঢেকে শুধুমাত্র "৩" অঙ্কটি বের করা হবে।
- এরপর কাগজের উপর ০.০০৮ সংখ্যাটি লিখতে হবে।

- এরপর একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে এবং সংখ্যা লিখে কাগজে নিম্নের চিত্রের মতো সবশেষে ০.৭৯৮৩ সংখ্যাটি তৈরি করতে হবে।

- তোমার বানানো ভাঁজ করা কাগজটি তোমার শিক্ষককে দেখিয়ে নাও। যেমন উপরের চিত্রে ০.৭৯৩৮ দেখা যাচ্ছে। আবার, ভাঁজ খুলে প্রতিটি সংখ্যার স্থানীয় মান কত তা দেখা যায় কিনা পর্যবেক্ষণ করে দেখো। যেমন: নিম্নের চিত্রে ০.৭৯৩৮ সংখ্যাটির প্রতিটি ঘরের স্থানীয় মান দেখা যাচ্ছে।

- তোমরা নিজেদের তৈরি করা কাগজ সংরক্ষণ করবে এবং নিজেদের কাজ যাচাই করবে। সবশেষে, শিক্ষক তোমাদের কাজের সঠিকতা যাচাই করবেন।
- প্রতিবার সংখ্যা বানানোর পর সংখ্যাটি অবশ্যই খাতায় কথায় এবং অঙ্কে লিখে রাখবে।

একক কাজ : তোমরা পূর্বের শ্রেণিতে দশমিক সংখ্যা সম্পর্কে জেনেছ। চলো নিচের ছকটি পূরণ করে দশমিক সংখ্যার ধারণাটি মনে করার চেষ্টা করি।

স্থানের নাম						সংখ্যা
শতক (১০০)	দশক (১০)	একক (১)	দশমাংশ (০.১)	শতাংশ (০.০১)	সহস্রাংশ (০.০০১)	
৩	১	২	৪	৭	২	৩১২.৪৭২
৫	৩	৭	৯	১	৪	
০		৫		৪	৩	৮৫.১৪৩
৭	২			৫		৭২১.৬৫৪
						৬২০.৮০১

দশমিক ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগ এবং সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগের সম্পর্ক

ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগ	দশমিকের যোগ-বিয়োগ
$\frac{৪}{৫} + \frac{২}{৫} = \frac{৬}{৫}$	০.৮ +০.৪ = ১.২

+
=
$\frac{৪}{৫} = \frac{৮}{১০} = ০.৮$ $\frac{২}{৫} = \frac{৪}{১০} = ০.৪$ $\frac{৬}{৫} = \frac{১২}{১০} = ১.২$

$\frac{৪}{৫} - \frac{২}{৫} =$	০.৮ − ০.৪ =

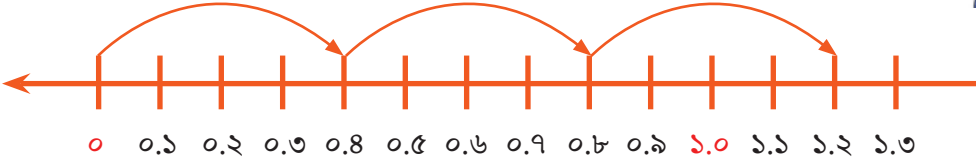
−
=
$\frac{৪}{৫} = \frac{৮}{১০} = ০.৮$ $\frac{২}{৫} = \frac{৪}{১০} = ০.৪$ $\frac{২}{৫} = \frac{৪}{১০} = ০.৪$

একক কাজ : ছবির মাধ্যমে নিচের সারণিটি পূর্ণ করো

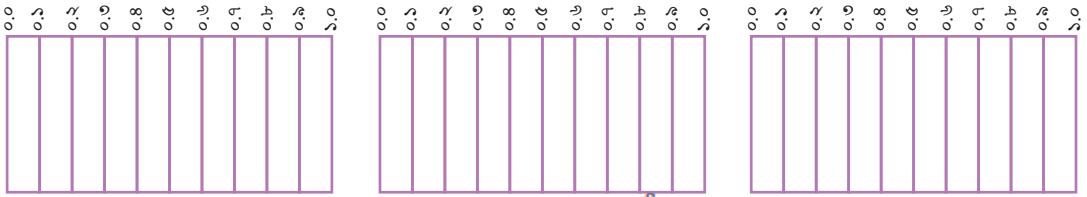
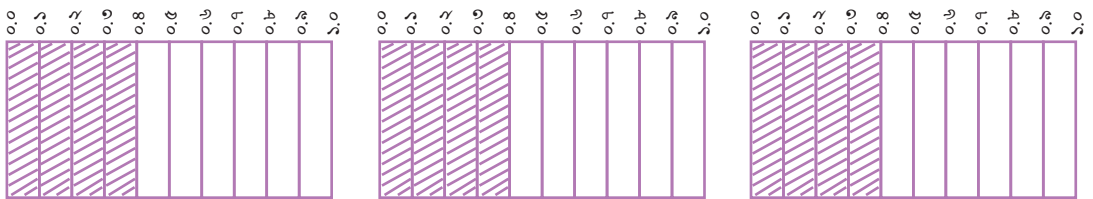
ভগ্নাংশের যোগ		দশমিকের যোগ	
$\frac{৪}{৫} + \frac{৩}{১০} =$		? + ? =	
$\frac{৪}{৫} - \frac{৩}{১০} =$		? − ? =	

দশমিক ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ

০.৪ × ৩ = ?

সংখ্যারেখা ও গ্রিডের মাধ্যমে সমাধান করো।

শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে নিজেদের খাতায় আঁকো এবং গুণফল খাতায় লেখো।

এবার গ্রিড বা আয়তাকার ঘরের মাধ্যমে উপরের গাণিতিক সমস্যাটি সমাধান করো।

এখন প্রত্যেকের খাতায় তিনটি গ্রিড আঁক যাদের প্রত্যেকটি দশ ভাগে ভাগ করা থাকবে।

এবার রঙ পেনসিল ব্যবহার করে প্রত্যেকটি গ্রিড থেকে ০.৪ = $\frac{৪}{১০}$ অংশ পূরণ করো।

এবার ০.৪ × ৩ = নির্ণয় করার জন্য ০.৪ কে ৩ বার নাও।

এরপর, গ্রিডের মাধ্যমে গুণে দেখো ০.৪ কে ৩ বার নিলে গুণফল কত হয়?

চলো গ্রিডের সাহায্যে কীভাবে গুণফল নির্ণয় করা হলো তা দেখি:

$$০.৪ \times ৩ = \frac{৪}{১০} \times ৩ = (৪ \times ৩) \times \frac{১}{১০} = ১২ \times \frac{১}{১০} = \frac{১২}{১০} = ১.২$$

গ্রিডের মাধ্যমে গুণ করার পদ্ধতি থেকে আমরা ০.৪ × ৩ = ১.২ এই গুণটি করার জন্য একটা সহজ উপায় খুঁজে পেলাম।

দশমিক বিন্দুর কথা চিন্তা না করে সংখ্যাগুলো সাধারণ গুণের মতো গুণ করতে হবে।
যেমন: ৪ × ৩ = ১২
গুণ্যের যে স্থানের দশমিক বিন্দু আছে গুণফলের সে স্থানে (ঘর গুণে) দশমিক বিন্দু বসাতে হবে অর্থাৎ
০.৪ × ৩ = ১.২

আর এটাই দশমিক ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করার প্রচলিত পদ্ধতি।

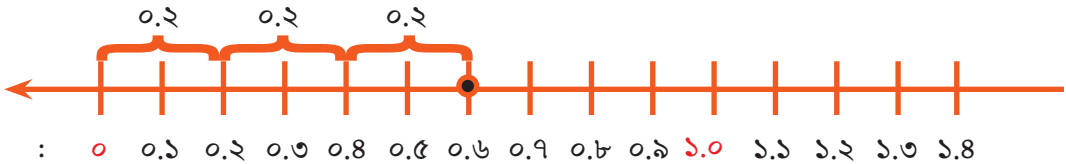
একক কাজ : গ্রিড এঁকে সমাধান করো।

ক) ০.৪ × ৫ খ) ০.৭ × ৯ গ) ০.২ × ১৩ ঘ) ০.৭২ × ৬ ঙ) ০.২৭ × ৩

দশমিক ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার ভাগ

০.৬ ÷ ৩ =?

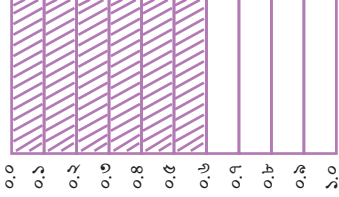
সংখ্যারেখা ও গ্রিডের মাধ্যমে সমাধান করো।

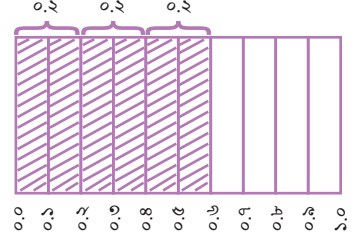
ছবি - ১

ছবি - ২

শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে নিজেদের খাতায় আঁকো এবং ভাগফল খাতায় লেখো।

এবার গ্রিড বা আয়তাকার ঘরের মাধ্যমে উপরের গাণিতিক সমস্যাটি সমাধান করো।

প্রত্যেকের খাতায় একটি গ্রিড এঁকে দশটি সমান ভাগে ভাগ করো।

এবার গ্রিড থেকে $০.৬ = \frac{৬}{১০}$ অংশ চিহ্নিত করো।

এখন $০.৬ \div ৩$ নির্ণয় করার জন্য ০.৬ কে তিন ভাগে ভাগ করো এবং প্রতি ভাগে কত অংশ করে পড়েছে দেখো।

গ্রিডে ভাগ করার পর সেটি নিম্নের চিত্রের মতো দেখাবে:

এরপর, গ্রিডের মাধ্যমে গুণে দেখো ০.৬ কে ৩ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল কত হয়?

এবার গ্রিডের সাহায্যে কীভাবে ভাগফল নির্ণয় করা হলো তা দেখি:

$$০.৬ \div ৩ = \frac{৬}{১০} \div ৩ = (৬ \div ৩) \times \frac{১}{১০} = ২ \times \frac{১}{১০} = \frac{২}{১০} = ০.২$$

গ্রিডের মাধ্যমে ভাগ করার পদ্ধতি থেকে আমরা $০.৬ \div ৩ = ০.২$ ভাগটি করার জন্য একটা সহজ উপায় খুঁজে পেলাম।

দশমিক বিন্দুর কথা চিন্তা না করে সংখ্যাগুলো সাধারণ ভাগের মতো ভাগ করতে হবে।

যেমন: ৬ ÷ ৩ = ২

ভাজ্যের যে স্থানে দশমিক বিন্দু আছে (কিংবা ভাজ্যের দশমিকের পর যতগুলো ঘর আছে) ভাগফলের সে স্থানে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে অর্থাৎ ০.৬ ÷ ৩ = ০.২

আর এটাই দশমিক ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করার প্রচলিত পদ্ধতি।

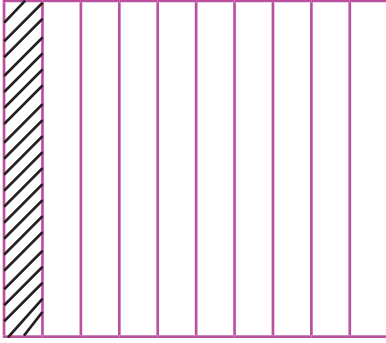
একক কাজ : গ্রিডের মাধ্যমে সমাধান করো।

ক) ৭.৫ ÷ ৫ খ) ৯.৬ ÷ ৮ গ) ১.৪ ÷ ৭ ঘ) ১.০৫ ÷ ৩ ঙ) ০.০৯ ÷৩

দশমিকে দশমিকে গুণ

চলো চিন্তা করে বের করি- দশমিক ভগ্নাংশের সাথে অন্য একটি দশমিক ভগ্নাংশ কীভাবে গুণ করা যায়? পূর্ণসংখ্যার গুণের মতোই নাকি অন্য কোনো উপায়ে? নিচের গাণিতিক সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করি।

$০.২ \times ০.৩ = ?$

প্রথমে নিচের চিত্রটি লক্ষ করো:

চিত্রের আয়তটিকে সমান ১০ ভাগে ভাগ করা হয়েছে। দাগাঙ্কিত অংশটি সম্পূর্ণ আয়তের $\frac{১}{১০}$ অংশ নির্দেশ করে। আমরা জানি, $\frac{১}{১০} = ০.১$

এবার সম্পূর্ণ আয়তের $\frac{১}{১০}$ অংশকে যদি নিচের চিত্রের মতো আরও ১০টি সমান ভাগে ভাগ করি, তাহলে ডট দেয়া বর্গটি হবে সম্পূর্ণ আয়তের $\frac{১}{১০}$ অংশের $\frac{১}{১০}$ অংশ। অর্থাৎ,

$$০.১ \times ০.১ = \frac{১}{১০} \times \frac{১}{১০} = \frac{১ \times ১}{১০ \times ১০} = \frac{১}{১০০} = ০.০১$$

এখন গ্রিডের মাধ্যমে ০.২×০.৩ এর গুণফল নির্ণয় করি।

$$০.২ \times ০.৩ = \frac{২}{১০} \times \frac{৩}{১০} = \frac{২ \times ৩}{১০ \times ১০} = (২ \times ৩) \times \frac{১}{১০০}$$

$$= ৬ \times \frac{১}{১০০} = \frac{৬}{১০০} = ০.০৬$$

তাহলে, গ্রিডের মাধ্যমে গুণ করার পদ্ধতি থেকে আমরা $০.২ \times ০.৩ = ০.০৬$ এই গুণফল নির্ণয়ের একটা সহজ উপায় খুঁজে পেলাম।

দশমিক বিন্দুর কথা চিন্তা না করে সংখ্যাগুলো সাধারণ গুণের মতো গুণ করতে হবে। যেমন: $২ \times ৩ = ৬$

গুণ্য ও গুণকের যে স্থানে দশমিক বিন্দু আছে তাদের ঘর সংখ্যা হিসাব করে দশমিকের পর কত ঘর পর্যন্ত অঙ্ক আছে তা গুণ্য ও গুণকের উভয়ের ক্ষেত্রে হিসাব করতে হবে) গুণফলের ডান দিক থেকে তত ঘর বামে এসে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে। অর্থাৎ $০.২ \times ০.৩ = ০.০৬$

আর এটাই দশমিক ভগ্নাংশকে অন্য একটি দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করার প্রচলিত পদ্ধতি।

একক কাজ : গ্রিড এঁকে সমাধান করো।

ক) ০.২×০.৪ খ) ০.৫×০.৮ গ) ০.৬×০.৪ ঘ) ০.৮×০.৫ ঙ) ০.৭×০.৩

দশমিকে দশমিকে ভাগ

চলো চিন্তা করে বের করি- দশমিক ভগ্নাংশের সাথে অন্য একটি দশমিক ভগ্নাংশ কীভাবে ভাগ করা যায়? পূর্ণসংখ্যার ভাগের মতোই, নাকি অন্য কোনো উপায়ে? নিচের গাণিতিক সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করি।

$১.২ \div ০.৩ = ?$

ইতোমধ্যেই তোমরা জেনেছ $১.২ = \frac{১২}{১০}$ এবং $০.৩ = \frac{৩}{১০}$

এখন, $১.২ \div ০.৩ = \frac{১২}{১০} \div \frac{৩}{১০} = \frac{১২}{১০} \times \frac{১০}{৩} = \frac{১২}{৩} = ৪$

আমরা আরও একটি উপায়ে দশমিকে দশমিকে ভাগের ব্যাপারে ধারণা পেতে পারি।

ভাজ্য ও ভাজককে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করলে ভাগফলের কোনো পরিবর্তন হয় না।

চলো এই নীতি ব্যবহার করে আমরা দশমিকে দশমিকে ভাগ করার চেষ্টা করি।

$১.২ \div ০.৩ = (১.২ \times ১০) \div (০.৩ \times ১০) = ১২ \div ৩ = ৪$

উপরের আলোচনা থেকে আমরা $১.২ \div ০.৩ = ৪$ এই ভাগফল নির্ণয়ের একটা সহজ উপায় খুঁজে পেলাম।

- ভাজ্য ও ভাজককে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ করে উভয়কেই পুর্ণ সংখ্যায় নেওয়ার চেষ্টা করতে হবে।
- এক্ষেত্রে ভাজ্য ও ভাজকের দশমিক বিন্দুর পর অংক সংখ্যা সমান আছে কিনা দেখতে হবে।
- তারপর সেই অনুসারে ১০, ১০০, ১০০০ ইত্যাদি দিয়ে ভাজ্য ও ভাজককে গুণ করতে হবে।
- এরপর সাধারণ ভাগের মতো ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় করতে হবে।

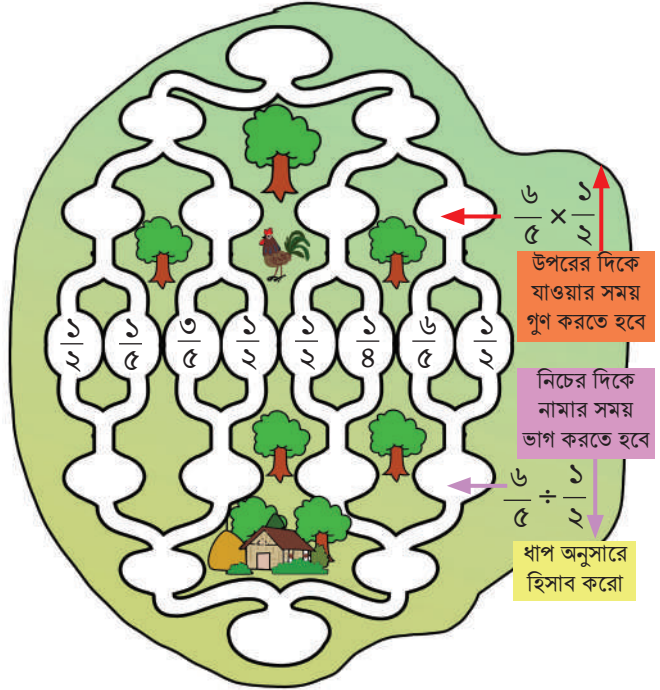
জোড়ায় কাজ : জোড়ার প্রত্যেকেই কমপক্ষে পাঁচটি করে এরকম সমস্যা তৈরি করো। তারপর সমস্যাগুলো সমাধান করে পরস্পর খাতা বিনিময় করো। একে অপরের ভুল-ত্রুটি চিহ্নিত করো। এবার দুজনে আলোচনার মাধ্যমে সংশোধন করো। প্রয়োজনে শিক্ষকের সহযোগিতা নাও।

একক কাজ : গ্রিডের মাধ্যমে সমাধান করো।

ক) $৪.৫ \div ১.৫$ খ) $৯.১২ \div ০.০৬$ গ) $১০.৪ \div ২.৬$ ঘ) $৯.৫ \div ০.৩৮$

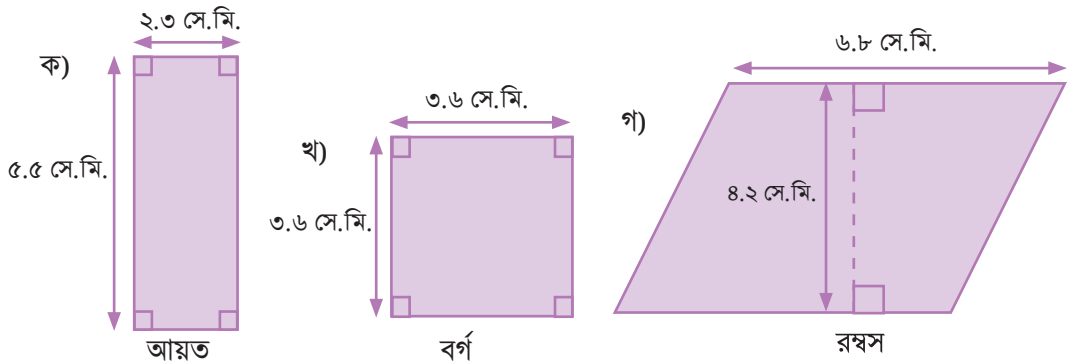
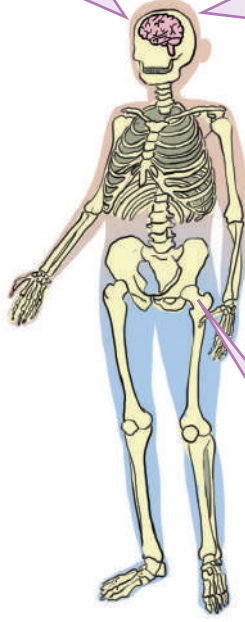
ঙ) $০.০৯ \div ০.০৩$

অনুশীলনী

১। চিত্রের মাঝের ভগ্নাংশগুলো ব্যবহার করো। উপরের দিকে যাওয়ার সময় প্রতি জোড়া গুণ করে খালি স্থান পূরণ করো এবং নিচের দিকে যাওয়ার সময় প্রতি জোড়ার বামের ভগ্নাংশটিকে ডানের ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করো। এভাবে উপরের ও নিচের সর্বশেষ ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো।

২। রিয়া তার বাড়ির সামনের বাগানের তিন দিকে বেড়া দিতে চায়। বাগানের তিন দিকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৫ মিটার, ১৩.৫ মিটার এবং ১২.৩ মিটার। বেড়া দিতে রিয়ার মিটারপ্রতি ৭৫.৭৫ টাকা খরচ হয়।

ক) রিয়াকে কত মিটার বেড়া দিতে হবে?

খ) বেড়া দিতে রিয়ার মোট কত টাকা খরচ হবে?

৩। নিচের চিত্রগুলোর পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

৪।

উপরের চিত্রটি লক্ষ করো এবং আমাদের শরীর সম্পর্কে ভাবো।

ক) তোমার মস্তিষ্কের ভর কত কেজি?

খ) মাথার হাড়ের সংখ্যা তোমার মোট হাড়ের সংখ্যার অংশ হলে, তোমার মোট কতগুলো হাড় আছে?

গ) সুস্থ থাকার জন্য তোমার শরীরে মোট কত কেজি পানি থাকা প্রয়োজন?

৫। রাতুল তার আয়তাকৃতি বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর প্রতিটি সারিতে যথাক্রমে চারটি ও তিনটি করে ফুলের চারা রোপণ করে। পাশাপাশি দুইটি চারার মধ্যকার দূরত্ব $\frac{২}{৩}$ মিটার। ছবি এঁকে চিন্তা করো।

ক) রাতুলের বাগানটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

খ) রাতুল বাগানে মোট কয়টি ফুলের চারা রোপণ করেছে?

৬। রিয়ার পরিবারের সদস্য সংখ্যা ৮। রিয়া সকলকে সমপরিমাণ চা পরিবেশন করার জন্য ০.৫৬ লিটার চা তৈরি করে। কিন্তু রিয়া চা পান করে না। প্রত্যেকের কাপে কত লিটার চা থাকবে?

৭। রাতুল বাজার থেকে ১০৫ টাকা কেজি দরে ১.৫ কেজি ডাল, ৪৫.৫০ টাকা কেজি দরে ৫ কেজি পিঁয়াজ ক্রয় করে। সে দোকানদারকে কত টাকা দিবে?

৮। সুমন সাইকেলে চড়ে প্রতি ঘণ্টায় ৮ কিলোমিটার পথ যেতে পারে।

ক) সুমন ৬ঘণ্টায় কত কিলোমিটার পথ যেতে পারবে?

খ) ৩০কিলোমিটার পথ যেতে সুমনের কত ঘণ্টা সময় লাগবে?

৯। অহনা ও তার ছোট ভাইয়ের জন্য সালাদ তৈরি করতে গিয়ে অহনা সালাদের উপকরণ হিসেবে নিচের জিনিসগুলো ব্যবহার করেছে।

উপকরণ	পরিমাণ
টমেটো	১/৫ কেজি
শসা	১/৪ কেজি
পিঁয়াজ	১/২০ কেজি
কাঁচা মরিচ	১/১০০ কেজি
ধনেপাতা	১/১২৫ কেজি
লবণ	১/৫০০ কেজি

ক) অহনার তৈরি করা সালাদের ওজন কত কেজি?

খ) মা-বাবাসহ পরিবারের মোট ৫ জন সদস্যের জন্য সালাদটি তৈরি করতে হলে সালাদের প্রয়োজনীয় উপকরণগুলো ছক আকারে উপস্থাপন করো এবং মোট কত কেজি সালাদ তৈরি করলে তা নির্ণয় করো।

অজানা রাশির জগৎ

গণিতবিদ আবু-আবদুল্লাহ মুহাম্মদ মুসা আল খোয়ারিজমি (৭৮০-৮৫০) খ্রিস্টাব্দ

আমরা সংখ্যা ও সংখ্যার বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে জেনেছি। সংখ্যা ব্যবহার করে নানারকম গাণিতিক সমস্যা সমাধান করাও শিখেছি। এছাড়া দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক বস্তুর আকৃতি সম্পর্কে জেনেছি। কিছু কিছু বস্তুর পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও আয়তন পরিমাপ করতে পারি। এবার আমরা গণিতের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ শাখা বীজগণিত সম্পর্কে জানব। "বীজগণিত" গণিত শাস্ত্রের প্রাচীন ও অন্যতম একটি মৌলিক শাখা। বীজগণিতের ইংরেজি শব্দ "Algebra"। এই Algebra শব্দটি একটি আরবি শব্দ "আল-জাবর" থেকে এসেছে। শব্দটি ৮২০ খ্রিস্টাব্দের দিকে বিখ্যাত ফার্সি গণিতবিদ আবু-আবদুল্লাহ মুহাম্মদ মুসা আল খোয়ারিজমি (৭৮০-৮৫০) তাঁর বিখ্যাত একটি বইতে ব্যবহার করেছিলেন।

আল খোয়ারিজমি ছিলেন একাধারে গণিতজ্ঞ, ভূগোলবিদ ও জ্যোতির্বিজ্ঞানী। তবে মূলত বীজগণিতের জন্যই তিনি সবচেয়ে বেশি আলোচিত হন। এজন্যই তাকে বীজগণিতের জনক বলা হয়ে থাকে।

বীজগণিতের ব্যবহার

তোমরা হয়তো ভাবছ, বীজগণিত কেন শিখব তাই না? আমাদের বাস্তব জীবনে কি বীজগণিতের ব্যবহার আছে? উত্তর হবে হ্যাঁ। বীজগণিতের ব্যবহার আমাদের দৈনন্দিন জীবনের সর্বত্র। আমাদের ঘরের রান্না থেকে শুরু করে ব্যবসা-বাণিজ্য, বিজ্ঞান, প্রকৌশলসহ নানাবিধ ক্ষেত্রে এর ব্যবহার রয়েছে।

তোমরা অনেকেই অবাক হচ্ছো, রান্নার ক্ষেত্রে বীজগণিতের ব্যবহার কোথায়? তোমার মা তোমাদের জন্য নিয়মিত যে রান্না-বান্না করেন, বাড়িতে অনেক মেহমান আসলেও কি তাই করেন? নাকি চেনা রান্নার উপকরণগুলোর অনুপাত পরিবর্তন করেন। তোমার কখনো কি মনে হয়েছে কীভাবে তোমার মা সেই রান্নার রেসিপিটির সামঞ্জস্য রক্ষা করেন? বিষয়টি মজার হলেও তোমার মা কিন্তু এখানে বীজগণিত ব্যবহার করেছে।

তুমি যদি কখনো কোনো আর্থিক প্রতিষ্ঠান থেকে লোন নাও বা টাকা বিনিয়োগ করো, তার জন্য তোমাকে সুদ বা মুনাফা গণনা করতে হবে। দীর্ঘ মেয়াদি এই মুনাফা নির্ণয়ের জন্য বীজগণিতের সূত্র ব্যবহার করা হয়।

আমরা এক কথায় বলতে পারি, বীজগণিত যেমন গণিতের সকল শাখার মধ্যে সেতুবন্ধ রূপে কাজ করে, তেমনি আমাদের দৈনন্দিন জীবনের প্রায় সকল ক্ষেত্রেই গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখছে।

একটি খেলা দিয়ে শুরু করলে কেমন হয় বলো তো?

খেলার নিয়মটি হলো:

- খাতায় তোমার পছন্দমতো একটি সংখ্যা লেখো। সংখ্যাটি পূর্ণসংখ্যা বা ভগ্নাংশ বা যেকোনো কিছুই হতে পারে।
- এবার খাতায় লেখা তোমার পছন্দের সংখ্যাটিকে 3 দ্বারা গুণ করো।
- গুণফলের সাথে 30 যোগ করো।
- যোগফলকে 3 দ্বারা ভাগ করো।
- প্রাপ্ত ভাগফল থেকে তোমার পছন্দ করা সংখ্যাটি বিয়োগ করো।

তোমার বন্ধু যদি খেলাটি জানে, তাহলে সে তুমি যে বিয়োগফলটি পেয়েছ বলে দিতে পারবে। যদিও তোমার পছন্দের সংখ্যাটি তোমার বন্ধু জানে না। সে তোমাকে বলে দিতে পারবে – বিয়োগফলটি হবে 10

খেলাটি কিন্তু খুব বেশি জটিল নয়। তুমি একটু ভাবলেই বুঝতে পারবে তোমার বন্ধু কীভাবে তোমার লেখা সংখ্যাটি না দেখে বিয়োগফল বলতে পারল।

$$\frac{\square \times 3 + 30}{3} - \square = 10$$

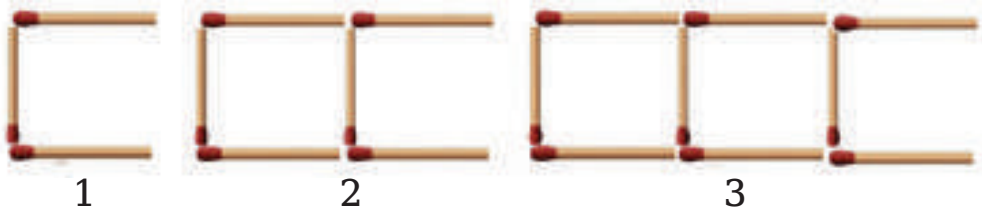
আচ্ছা দেখো তো, উপরের খেলার নিয়মগুলো এক সাথে সাজালে নিচের মতো হয় কিনা –
ফাঁকা ঘরে যেকোনো সংখ্যা নিয়ে অথবা অন্য সংখ্যা দ্বারা গুণ, যোগ ও ভাগ করেও খেলাটি খেলতে পারবে। চেষ্টা করে দেখবে নাকি?

জোড়ায় খেলা : সহপাঠীর সাথে একাধিকবার খেলাটি খেলো। পরিবারের সদস্য ও প্রতিবেশীদের সাথেও খেলতে পারো।

বীজগণিতীয় প্রতীক ও চলক

বীজগণিতের প্রধান বৈশিষ্ট্য হলো অক্ষর প্রতীকের ব্যবহার। অক্ষর প্রতীক ব্যবহার করে আমরা নির্দিষ্ট কোনো সংখ্যার বদলে যেকোনো সংখ্যা বিবেচনা করতে পারি।

তোমাদের নিশ্চয়ই মনে আছে, পাটিগণিতে বা সংখ্যার গল্পে আমরা সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্ক হিসেবে ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, ০ ব্যবহার করেছিলাম। বীজগণিতে সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্কগুলো হলো 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0। তাছাড়া বীজগণিতে সংখ্যা প্রতীকের সাথে অক্ষর প্রতীকও ব্যবহার করা হয়। আর ইংরেজি বর্ণমালাগুলোকে ছোট হাতের অক্ষর দ্বারা জানা বা অজানা সংখ্যা বা রাশিকে প্রকাশ করা হয়।

নিচের ছবিতে সামির ও অনন্যা দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে ইংরেজি বর্ণ C এর একটি প্যাটার্ন তৈরি করছে। প্রথম C তৈরিতে সামির ৩টি কাঠি (চিত্র–1) ব্যবহার করেছে। অনন্যা সামিরের তৈরি করা C এর সাথে আরও 3টি কাঠি দিয়ে চিত্র - 2 তৈরি করে। এই ভাবে উভয়ে মিলে চিত্র - 3 এবং আরও কিছু C তৈরি করতে থাকে।

এই সময়ে তাদের বন্ধু অমিয়া আসে। সে প্যাটার্নটি দেখে সামির ও অনন্যাকে প্রশ্ন করে 6 নং চিত্রটি তৈরি করতে কতগুলো কাঠি লাগবে? তখন সামির ও অনন্যা নিচের ছকটি তৈরি করে।

চিত্র নম্বর	1	2	3	4	5	6	7	-	-	-
প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা	3	6	9	12	15	18	21	-	-	-

ছক – ১

অমিয়া ছক দেখে তার উত্তর পেয়ে গেল। সে বলল প্যাটার্নের 6 নম্বর চিত্রে 18টি কাঠির প্রয়োজন হবে।

ছকটি তৈরির সময় সামির ও অনন্যা বুঝতে পারে প্রতিটি চিত্র তৈরি করতে চিত্রের সংখ্যার 3 গুণ কাঠির প্রয়োজন হচ্ছে। অর্থাৎ প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা = $3 \times$ চিত্রের নম্বর।

যদি চিত্রের সংখ্যাকে একটি অক্ষর n দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে প্রথম C এর জন্য $n = 1$, দ্বিতীয় C এর জন্য $n = 2$, তৃতীয় C এর জন্য $n = 3$, ...হবে। ফলে চিত্রের নম্বর $n = 1, 2, 3, 4,$ .... ইত্যাদি স্বাভাবিক সংখ্যা হবে। ছক অনুসারে প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা হবে $= 3 \times n$ বা $3n$ এবং এটি একটি নীতি বা সূত্র।

অনন্যা বলে, এই সূত্র ব্যবহার করে আমি অতি অল্প সময়েই 100 তম চিত্র তৈরি করতে কতগুলো দিয়াশলাইয়ের কাঠি লাগবে তা বলে দিতে পারব। এক্ষেত্রে আমার চিত্র বা ছক তৈরির প্রয়োজন হবে না। অমিয়া ও সামির উভয়েই অনন্যার সাথে সহমত পোষণ করে।

উপরের উদাহরণ থেকে আমরা দেখতে পাই, n পরিবর্তন হলে প্রযোজনীয় কাঠির সংখ্যাও পরিবর্তন হয়। অর্থাৎ n কোনো নির্দিষ্ট মান নয়। এটি যেকোনো মান গ্রহণ করতে পারে। n হলো চলকের (variable) একটি উদাহরণ। তোমাদের মনে প্রশ্ন জাগতে পারে, n ছাড়া অন্য কোনো অক্ষর কি চলক হিসেবে ব্যবহার করা যাবে না?

নিশ্চয়ই যাবে। n প্রতীকের পরিবর্তে $x, y, z,$ .... ইত্যাদি প্রতীকও ব্যবহার করা যাবে।

বাস্তব জীবনেও আমরা চলকের পরিচয় পেয়ে থাকি। চলো নিচের ছবিটি লক্ষ করি এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর খোঁজার চেষ্টা করি।

গাড়ির গতি

বিভিন্ন স্থানের তাপমাত্রা

সময়ের সাথে সাথে শিশুর বৃদ্ধি

- সময়ের সাথে সাথে গাড়ির গতিবেগ কি একই রকম থাকে?
- পৃথিবীর সকল স্থানের প্রতিদিনের তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হয় কি?
- সময়ের সাথে সাথে শিশুর বৃদ্ধির কোনো পরিবর্তন হয় কিনা?
- বছরের পর বছর মানুষের বয়স বাড়ে না কমে?

ছবির ঘটনাগুলোর কোনোটিই নির্দিষ্ট নয়। অর্থাৎ এখানে ব্যবহৃত সংখ্যাগুলোর সবগুলোই পরিবর্তনশীল। সুতরাং সংখ্যাগুলোকে আমরা চলক বলতে পারি। চলকের মান স্থান ও সময়ের সাথে সাথে পরিবর্তিত হয়।

জোড়ায় কাজ: সামিরা ও অনন্যার মতো দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে ইংরেজি F বর্ণের মতো প্যাটার্ন তৈরি করো। তারপর প্যাটার্নটিকে একটি ছকের মাধ্যমে দেখাও। ছক পর্যবেক্ষণ করে চিত্র ও প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যার মধ্যকার সম্পর্ক একটি সূত্র বা নীতির মাধ্যমে প্রকাশ করো। সূত্রটি ব্যবহার করে 120 তম চিত্রের কাঠির সংখ্যা নির্ণয় করো।

চলক বা Variable সম্পর্কে আরও জানি

এবার চলো একটি উদাহরণের মাধ্যমে চলক বুঝতে চেষ্টা করি। তোমাদের ক্লাসে প্রতিদিন উপস্থিতির সংখ্যাটা কেমন? নিশ্চয়ই সংখ্যাটি একটি ভবঘুরে সংখ্যা। অর্থাৎ সব দিন এক রকম থাকে না। ক্লাসের সবাই একসাথে যুক্তি করে না আসলে সংখ্যাটা 0 হতে পারে, পরীক্ষার দিন আসলে আবার দেখা যাবে ক্লাসের সবাই উপস্থিত। তোমাদের ক্লাসের শিক্ষার্থীর মোট সংখ্যাটি নির্দিষ্ট হলেও দৈনিক উপস্থিতি দিনভেদে পরিবর্তিত হবে। এই "উপস্থিতি" রাশিটাকে তাই আমরা চলক নাম দিতে পারি এবং মজা করে বলতে পারি "থেমে না থেকে চলতে থাকে বলে চলক, vary করে বলেই variable।"

চলক (Variable)

১। চলক এমন একটি প্রতীক যার মানের পরিবর্তন হয়।

২। চলকের মান নির্দিষ্ট নয়।

৩। চলক বিভিন্ন মান ধারণ করতে পারে।

ধ্রুবক (Constant)

আলো চিনলে যেমন অন্ধকারকেও চিনতে হয় ঠিক তেমনিভাবে চলককে চিনলে ধ্রুবক (Constant) সম্পর্কে আমাদের জানা প্রয়োজন। চলকের মতো ধ্রুবকও হলো পরিমাপযোগ্য রাশি। যার মান পরিবর্তনশীল নয়। আমরা যেসকল সংখ্যা নিয়ে কাজ করি : 1, 2, 3, 4, ... , 100, ... , 500, ... , 1000000, ... এরা সবাই একেকটা ধ্রুবক। কারণ এদের মানের কোনো পরিবর্তন ঘটে না। তোমার মন খারাপ করা বন্ধু সকালবেলা তোমাকে এসে "এক শালিক দেখেছি" বললে তুমি ঠিক 1টা শালিকই কল্পনা করে নেবে, 5টা কিংবা 10টা নয়।

এই সংখ্যাগুলো এককবিহীন, একক আছে এমন ধ্রুবক খুঁজে পাওয়াও খুব কঠিন কিছু নয়। এই যেমন ধরো $0°$ সেলসিয়াসে বাতাসে শব্দের বেগ $332\ m/s$ বললে তুমি এই নির্দিষ্ট গতিতেই শব্দকে চলতে কল্পনা করবে।

প্রক্রিয়া চিহ্ন:

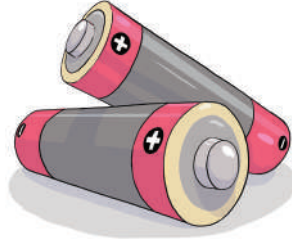
পূর্বে আমরা পাটিগণিতে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর সম্পর্কে জেনেছি। এগুলো যেসব চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে, তাদেরকে আমরা প্রক্রিয়া চিহ্ন বলে থাকি। নিচের ছকটি লক্ষ করো :

পাটিগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন	$+$	$-$	$\times$	$\div$	$>$	$<$
	যোগ	বিয়োগ	গুণ	ভাগ	বৃহত্তর	ক্ষুদ্রতর
বীজগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন	$+$	$-$	$\times, .$	$\div$	$>$	$<$
	plus	minus	into বা dot	division	grater than	less than

ছক -২

প্রক্রিয়া চিহ্নের প্রয়োগ

এমন একটি উপকরণের নাম বলতে পারবে যেখানে $+$ এবং $-$ চিহ্ন দুইটি ব্যবহার করা হয়।

ছবির বস্তু দুইটির নাম নিশ্চয়ই বলতে পারবে। ভেবে দেখো তো এটি কোথায় কোথায় ব্যবহার করা হয়? আর কোনো বস্তুর নাম বলতে পারবে যেখানে আমাদের প্রক্রিয়া চিহ্ন ব্যবহার করা হয়?

এবার চলো বিভিন্ন প্রক্রিয়া চিহ্ন ব্যবহার করে x ও y চলক দুইটির মধ্যে নানারকম সম্পর্ক নিচের ছকে তৈরি করি:

ক্রমিক নম্বর	x ও y এর মধ্যকার সম্পর্ক (কথার মাধ্যমে)	x ও y এর মধ্যকার সম্পর্ক (প্রক্রিয়া চিহ্নের মাধ্যমে)
(i)	x প্লাস y	$x+y$
(ii)	x মাইনাস y	$x-y$
(iii)	x ইন্টু y	$x \times y$ বা $x.y$ বা xy
(iv)	x ডিভিশন y	$x \div y$ বা $\frac{x}{y}$
(v)	x ইন্টু 5	$x \times 5$ বা $x.5$ বা $5x$; কিন্তু $x5$ লেখা হয় না। কারণ ইন্টু বা গুণের ক্ষেত্রে প্রথমে সংখ্যা প্রতীক ও পরে অক্ষর প্রতীক লেখা হয়। যেমন: $3x, 10y, 9z$ ইত্যাদি।
(vi)	x, y এর চেয়ে বৃহত্তর বা বড়	$x > y$
(vii)	x, y এর চেয়ে ক্ষুদ্রতর বা ছোট	$x < y$

ছক – ৩

বীজগণিতীয় রাশি, পদ ও সহগ

পাটিগণিত বা সংখ্যার গল্পে তোমরা দুই বা ততোধিক অঙ্ক বা সংখ্যার সমন্বয়ে অসংখ্য গাণিতিক সম্পর্ক তৈরি করেছ। যেমন: ৩ + (৪ × ৫) – ৬, ১০০ – ২৫ + ৮ ÷ ৭ ইত্যাদি। এই সম্পর্কগুলো ৩, ৪, ৫, ৬, ১০০, ২৫, ৮, ৭ ইত্যাদি অঙ্ক বা সংখ্যা দিয়ে তৈরি হয়েছে। লক্ষ করে দেখো অঙ্ক বা সংখ্যাগুলোর মাঝে +, –, ×, ÷ ইত্যাদি প্রক্রিয়া চিহ্ন ব্যবহার করে গাণিতিক সম্পর্ক তৈরি করা হয়েছে।

একইভাবে বীজগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন, সংখ্যাসূচক প্রতীক বা চলক, ধ্রুবক ইত্যাদি ব্যবহার করে এক ধরনের রাশি তৈরি করা হয়, যা বীজগাণিতিক রাশি (Algebraic expression) হিসেবে আমরা জানি। একটি কথা অবশ্যই মনে রাখতে হবে " বীজগাণিতিক রাশিতে অবশ্যই এক বা একাধিক চলক থাকতে হবে"।

যেমন: $2x + 5,\ 3x + 2y,\ 5x - 7y + z, 8x \div 12y - 16y \times 6z$ ইত্যাদি।

জোড়ায় কাজ : একাধিক চলক ব্যবহার করে কমপক্ষে 10টি টি বীজগাণিতিক রাশি তৈরি করে খাতায় লেখো। তারপর পরস্পর খাতা বিনিময় করে একে অপরের ভুল-ত্রুটি চিহ্নিত করো।

একক কাজ : নিচের ছকে প্রদত্ত সমস্যাগুলোর মধ্যে কোনটি বীজগাণিতিক রাশি এবং কোনটি পাটিগণিতীয় সম্পর্ক যৌক্তিক ব্যাখ্যাসহ লিখো।

ক্রমিক নম্বর	সমস্যা	বীজগাণিতিক রাশি অথবা পাটিগণিতীয় সম্পর্ক	যৌক্তিক ব্যাখ্যা
(i)	তোমার বয়স তুমি জানো। তোমার মায়ের বয়স তোমার বয়সের চার গুণ থেকে 2 বছর বেশি।		
(ii)	এক কেজি চালের মূল্যে এক কেজি ডালের মূল্য অপেক্ষা 30 টাকা কম।		
(iii)	শীলার বাবার বর্তমান বয়স শীলার বয়সের চার গুণ। শীলার দাদার বয়স শীলা ও তার বাবার বয়সের সমষ্টি অপেক্ষা পনের বছর বেশি। শীলার দাদার বয়স কত?		

ক্রমিক নম্বর	সমস্যা	বীজগাণিতিক রাশি অথবা পাটিগণিতীয় সম্পর্ক	যৌক্তিক ব্যাখ্যা
(iv)	প্রতিটি বাক্সে 50টি করে আপেল থাকলে মোট আপেল সংখ্যা।		
(v)	কোনো এক মহাসড়কে বাসের প্রতি ঘণ্টায় বেগ ট্রাকের বেগের চেয়ে 12 কিলোমিটার বেশি।		
(vi)	একটি সংখ্যার চার গুণ থেকে অপর একটি সংখ্যার তিন গুণ বিয়োগ		
(vii)	নাফিসা পরিমাণমতো পানি, গুড় ও লবণ ব্যবহার করে খাবার স্যালাইন তৈরি করল।		
$(viii)$	দশটি খাতা, পাঁচটি কলম ও তিনটি পেন্সিলের মোট দাম		
(ix)	আমেনার কাছে কিছু চকলেট আছে। লিয়ানার কাছে আমেনার চেয়ে 5টি বেশি আছে। লিটনের কাছে আছে 7টি চকলেট। তিন জনের কাছে মোট কতগুলো চকলেট আছে?		

ছক – 8

নিচের ছকটি পূরণ করো :

ক্রমিক নম্বর	সাধারণ বর্ণনা	চলক	বীজগাণিতীক রাশির মাধ্যমে প্রকাশ
(i)	মিতার চেয়ে ঐশির 5টি চকলেট বেশি আছে।	মনে করো মিতার xটি চকলেট আছে।	ঐশির চকলেট সংখ্যা $(x+5)$টি।
(ii)	বিনয় মানিকের চেয়ে 11 বছরের ছোট।	মনে করো মানিকের বয়স x বছর।	
(iii)	রিফার কাছে কাজলের টাকার দ্বিগুণ অপেক্ষা 15 টাকা বেশি আছে।	মনে করো কাজলের y টাকা আছে।	
(iv)	4 বছর পর বিকাশের বয়স কত হবে?	মনে করো বিকাশের বর্তমান বয়স x বছর।	
(v)	7 বছর পূর্বে লামিয়ার বয়স কত ছিল?	মনে করো লামিয়ার বর্তমান বয়স y বছর।	
(vi)	শিহাবের গণিতের প্রাপ্ত নম্বর মতিনের প্রাপ্ত নম্বরের অর্ধেক থেকে 3 বেশি।	মনে করো মতিনের প্রাপ্ত নম্বর x	
(vii)	একটি আয়তাকৃতি বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ হলে পরিসীমা কত?	মনে করো বাগানটির প্রস্থ y মিটার	
$(viii)$	তোমরা প্রতি বেঞ্চে 4 জন করে বসলে 3টি বেঞ্চ খালি থাকে। তোমাদের শ্রেণির বেঞ্চের সংখ্যা কত?	মনে করো শ্রেণিতে তোমাদের সংখ্যা x	
(ix)	প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে বসলে 6 জন শিক্ষার্থীকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। সেক্ষেত্রে তোমাদের শ্রেণির বেঞ্চের সংখ্যা কত হবে?		
(x)	রহিম সাহেব তার সঞ্চিত টাকা থেকে তার বন্ধুকে 500 টাকা দিলেন।		
(xi)	ব্যাংকে ডেবিড সাহেবের কিছু টাকা ছিল। তিনি ব্যাংকে আরও 1000 টাকা জমা রাখলেন।		

ছক – ৫

পদ (Term)

বীজগাণিতিক রাশির যে অংশ শুধু যোগের মাধ্যমে সংযুক্ত থাকে, এদের প্রত্যেকটিকে ঐ রাশির এক-একটি পদ (Term) বলা হয়।

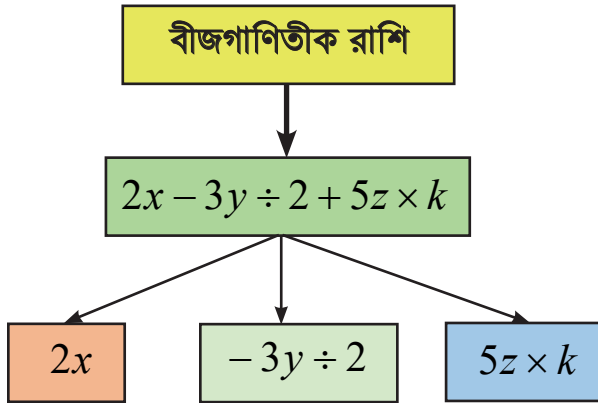
যেমন: $2x,\ 5x + 2yz, 3x - 2yz + 7a \div 9$ ইত্যাদি। এখানে, প্রথম রাশিতে একটি, দ্বিতীয় রাশিতে $5x$ ও $2yz$ দুইটি এবং তৃতীয় রাশিতে $3x, -2yz$ ও $7a \div 9$ তিনটি পদ রয়েছে।

তোমাদের মনে নিশ্চয়ই প্রশ্ন জেগেছে, $3x - 2yz + 7a \div 9$ রাশিতে $-2yz$ তো যোগের মাধ্যমে সংযুক্ত হয় নাই। তাহলে এটি পদ হলো কীভাবে?

রাশিটিকে চলো নিচের মতো করে পুনরায় সাজাই:

$3x + (-2yz) + (7a \div 9)$

তাহলে আমরা বলতে পারি, "বীজগণিতিক রাশিতে পদগুলো শুধুমাত্র যোগের মাধ্যমে সংযুক্ত থাকে"

একক কাজ : $(i)\ 2x + 4y - 5z\ \ (ii)\ 7a - 5bc + 8d \div m$ কোনো বীজগাণিতিক রাশির একাধিক পদ থাকলে তা আমরা নিচের চিত্রের (ট্রি) মতো করে আলাদা করতে পারি।

জোড়ায় কাজ : তিন পদ বিশিষ্ট কমপক্ষে ৩টি এবং চার পদ বিশিষ্ট কমপক্ষে ২টি বীজগাণিতীক রাশি লিখে পদগুলোকে ট্রি এর মাধ্যমে আলাদা করো।

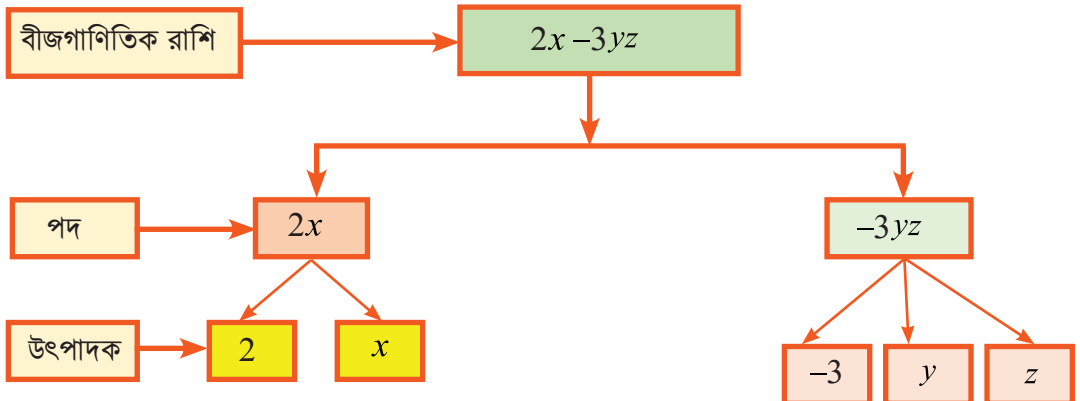
একক কাজ :

নিচের ছকটি পূরণ করো :

ক্রমিক নম্বর	সাধারণ বর্ণনা	$+, -, \times, \div$ চিহ্নের মাধ্যমে লেখো	পদ সংখ্যা	পদগুলো হলো
(i)	x এর পাঁচ গুণ থেকে y এর তিন গুণ বিয়োগ			
(ii)	a ও b এর গুণফলের সাথে c এর চার গুণ যোগ			
(iii)	x কে 12 দ্বারা গুণ করে গুণফল থেকে 3 বিয়োগ			
(iv)	3 কে x দ্বারা, 7 কে y দ্বারা এবং 9 কে z দ্বারা ভাগ করে প্রাপ্ত ভাগফলগুলোর যোগ			
(v)	p ও q এর যোগফলকে r দ্বারা ভাগ			

ছক – ৬

পদের উৎপাদক বা গুণনীয়ক (Factors of a term)

আমরা ইতিমধ্যেই জেনেছি $5x - 2yz$ রাশিতে $5x$ ও $-2yz$ পদ দুইটি রয়েছে। এখানে $5x$ পদটির উৎপাদক বা গুণনীয়ক হলো $5, x$ এবং $-2yz$ পদটি হলো $-2, y, z$ এর গুণফল। আমরা খুব সহজেই কোনো বীজগাণিতিক রাশির পদগুলোকে ট্রি এর মাধ্যমে নিচের মতো করে প্রকাশ করতে পারি:

সহগ (Coefficient)

আমরা জানতে পারলাম পদগুলো কীভাবে দুই বা ততোধিক উৎপাদকের গুলফলের মাধ্যমে লেখা যায়। আমরা আরও বুঝতে পারলাম পদের উৎপাদকগুলোর মধ্যে কোনোটি সংখ্যা আবার কোনোটি বীজগণিতীয় রাশি বা প্রতীক। কোনো পদের চলকের সাথে যখন সংখ্যা গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে, তখন ঐ গুণককে সাংখ্যিক সহগ বা সহগ বলব।

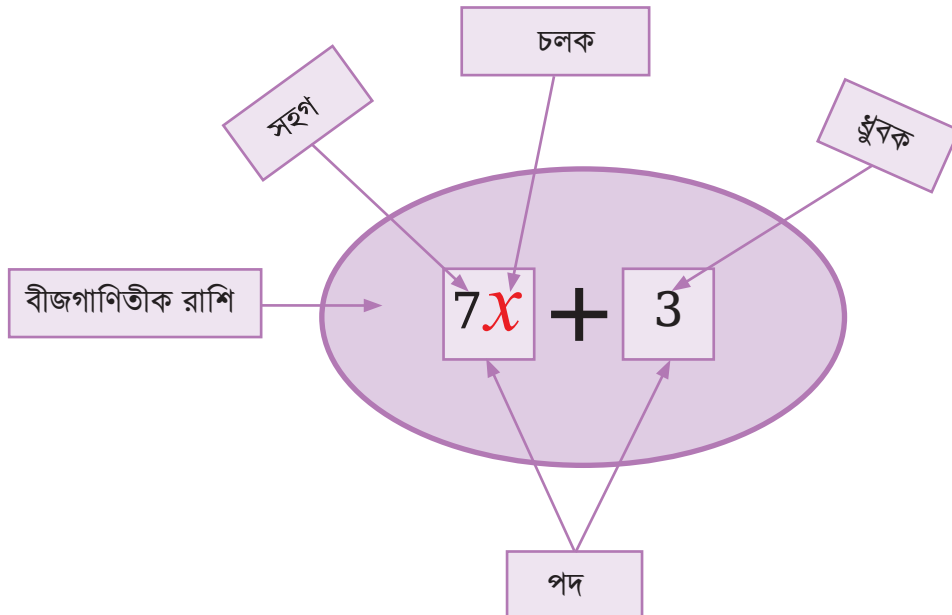
যেমন : $4x, 6xy, -15xyz$ এর সাংখ্যিক সহগ যথাক্রমে $4, 6, -15$

একক কাজ : একটি তিন পদ ও একটি চার পদ বিশিষ্ট বীজগণিতীয় রাশি লিখে প্রতিটি পদের উৎপাদকগুলো ট্রি এর মাধ্যমে দেখাও।

বীজগণিতীয় রাশির কোনো পদের সাথে যখন কোনো সংখ্যা গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে না, তখন ঐ রাশি বা পদের সহগ 1 ধরা হয়। কারণ $1x$ কে লেখা হয় শুধুমাত্র x, $-1xy$ কে লেখা হয় শুধুমাত্র $-xy$ ইত্যাদি। সুতরাং x, এবং $-xy$ এর সহগ যথাক্রমে 1 এবং -1

আর যখন কোনো চলকের সাথে কোনো অক্ষর প্রতীক গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে, তখন ঐ গুণককে রাশি বা পদের আক্ষরিক সহগ বলে থাকি।

মনে করো $10abc$ একটি একপদী রাশি। এখানে 10 হলো abc এর সাংখ্যিক সহগ, a হলো $10bc$ এর, b হলো $10ac$ এর এবং c হলো $10ab$ এর আক্ষরিক সহগ।

তাহলে একটি বীজগাণিতিক রাশিকে কাটাকুটি করলে কী কী পাওয়া যায়, তা একনজরে দেখে নিই

একক কাজ : নিচের ছকটি পূরণ করো:

ক্রমিক নম্বর	বীজগণিতীয় রাশি	x যুক্ত পদ	x এর সহগ	y যুক্ত পদ	y এর সহগ
(i)	$3x - 4yz$	$3x$	3	$-4yz$	$-4z$
(ii)	$5 - x + 7aby$	$-x$	-1	$7aby$	$7ab$
(iii)	$px - \frac{2}{3}y$				
(iv)	$abx + 23$				
(v)	$9 - 11bz$				
(vi)	$4x + 12y - 14z$				
(vii)	pxy				

ছক – ৭

সদৃশ ও বিসদৃশ পদ (LIKE AND UNLIKE TERMS)

সামিরা ও অনন্যা দোকানে গেল। দোকান থেকে সামিরা পাঁচটি কলম ও তিনটি খাতা এবং অনন্যা চারটি কলম ও দুইটি পেন্সিল ক্রয় করে।

তোমরা নিশ্চয়ই বলতে পারবে দু'জনের কেনা জিনিসগুলোর মধ্যে কোন জিনিসটি একই বা মিল রয়েছে? যে একই রকম জিনিস (কলম) দু'জনেই ক্রয় করেছে, ঐটিই হলো সদৃশ জিনিস। তারা দু'জনে আরও দুইটি ভিন্ন জিনিস (খাতা ও পেন্সিল) কিনেছে। তাহলে ঐ ভিন্ন জিনিস দু'টি হলো বিসদৃশ জিনিস।

তাহলে সদৃশ ও বিসদৃশ সম্পর্কে তোমাদের কিছুটা ধারণা হয়তো হয়েছে।

এবার চলো বীজগাণিতিক রাশির মধ্যে সদৃশ ও বিসদৃশ পদ খোঁজার চেষ্টা করি।

নিচের বীজগাণিতিক রাশিগুলো নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করো:

$(i)\ 2x + 3x \quad (ii)\ 5aby - 7yba \quad (iii) - xyz + 11yxz$

(i) নং এ $2x$ এর উৎপাদক $2, x$ এবং $3, x$ হলো $3x$ এর উৎপাদক। দেখা যাচ্ছে, উভয়ের বীজগণিতীয় উৎপাদক একই। অর্থাৎ পদ দুইটির একমাত্র পার্থক্য রয়েছে সাংখ্যিক সহগে। এই ধরনের পদগুলোকে সদৃশ পদ বলা হয়।

একইভাবে (ii) এবং (iii) নং রাশির পদগুলো সদৃশ পদ হবে কিনা ভেবে দেখো তো?

অপর দিকে $(iv)\ 3xy - 2y$ $(v)\ 13p + 13q$ $(vi)\ 2ab + 5a - 19c$ রাশিগুলো পর্যবেক্ষণ করে দেখা যায় যে, (iv) নং এর $3xy$ এবং $-2y$ পদ দুইটির বীজগণিতীয় উৎপাদক ভিন্ন। তাই এ ধরনের পদগুলোকে বিসদৃশ পদ বলে থাকি। একাধিক পদের বীজগণিতীয় উৎপাদক ভিন্ন হলে এবং তাদের সাংখ্যিক সহগ সমান হলেও পদগুলো বিসদৃশ পদ হবে। যেমন: $(v)\ 13p + 13q$ এর $13p$ এবং $13q$ পদদ্বয় বিসদৃশ পদ।

জোড়ায় কাজ : উভয়েই আলাদা আলাদাভাবে কমপক্ষে 5 টি করে সদৃশ ও 5 টি করে বিসদৃশ পদ লেখো। তারপর খাতা বিনিময় করে ভুল-ত্রুটি চিহ্নিত করো। উভয়ে আলোচনা করে ভুল হলে সংশোধন করো।

একক কাজ : নিচের ছকে প্রদত্ত পদ দুইটি সদৃশ পদ অথবা বিসদৃশ পদ কারণসহ ব্যাখ্যা করো

ক্রমিক নম্বর	পদ জোড়া	উৎপাদক	সদৃশ / বিসদৃশ	যৌক্তিক কারণ
(i)	$3x, 4x$	$3, x$ $4, x$	সদৃশ	উভয়ের বীজগণিতীয় উৎপাদক একই।
(ii)	$5ax, 7aby$	$5, a, x$ $7, a, b, y$	বিসদৃশ	উভয়ের বীজগণিতীয় উৎপাদক ভিন্ন।
(iii)	$11xy, -\frac{2}{3}yx$			
(iv)	$abx, 23axz$			
(v)	$-17bz, 25az$			
(vi)	$4x, 12y$			
(vii)	pab, qba			
$(viii)$	$\frac{7}{9}mn, -13nm$			

বীজগণিতীয় রাশির যোগ (Addition of Algebraic Expressions)

আমরা জেনেছি, দোকান থেকে সামিরা পাঁচটি কলম ও তিনটি খাতা এবং অনন্যা চারটি কলম ও দুইটি পেন্সিল ক্রয় করেছে। যদি প্রশ্ন করা হয়, তারা দু'জনে মোট কয়টি জিনিস ক্রয় করেছে? তোমরা সবাই হয়তো বলবে- নয়টি কলম, তিনটি খাতা ও দুইটি পেন্সিল ক্রয় করেছে। একবার ভেবে দেখো তো – তোমরা কিন্তু দু'জনের কেনা কলমগুলোই শুধু যোগ করে নয়টি বলেছ, বাকি দুইটি জিনিস আলাদা আলাদা বলেছ। অর্থাৎ একই রকম বা সদৃশ জিনিসগুলোর সংখ্যা যোগ করা যায় আর বিসদৃশ জিনিসগুলো আলাদাভাবে যোগ হয়।
এবার চলো দুই বা ততোধিক বীজগণিতিয় রাশি কীভাবে যোগ করতে হয় তা জেনে নিই। আর এর জন্য প্রয়োজন হবে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা যোগ করতে পারা।

আমরা অবশ্য পূর্বের অধ্যায়ে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা যোগ করা শিখেছি।

যেমন : $5 + 3 = 8$, $5 + (-3) = 2$, $-5 + 3 = -2$, $-5 + (-3) = -8$ ইত্যাদি।

আবার বীজগণিতীয় রাশির সহগ, সদৃশ পদ ও বিসদৃশ পদ নিয়েও আলোচনা হয়েছে।

এখন দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় রাশি যোগ করতে হলে প্রথমে সদৃশ পদের সহগগুলো চিহ্নযুক্ত সংখ্যার নিয়মে যোগ করতে হয়। এরপর প্রাপ্ত সংখ্যা বা সহগের ডান পাশে প্রতীকগুলো বসাতে হয়।

প্রশ্ন হলো বিসদৃশ পদ বা পদগুলোর কী হবে?

বিসদৃশ পদ বা পদগুলো তাদের চিহ্নসহ যোগফলে বসাতে হবে। তাহলেই দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় রাশি যোগফল পেয়ে যাব।

চলো উদাহরণের মাধ্যমে বিষয়টা আরও একটু বোঝার চেষ্টা করি :

- মনে করো $7x$ এবং $9x$ দুইটি পদ। বুঝতেই পারছ পদ দুইটি সদৃশ পদ।

  সুতরাং পদ দুইটির যোগফল $= 7x + 9x$
  $= (7 + 9)x$
  $= 16x$

- আরও একটি উদাহরণ দেয়া যাক। মনে করো $2xy, -3xy, 6xy$ এবং $11z$ চারটি পদ। এখানে সবগুলো পদই কি সদৃশ পদ? ভেবে দেখো তো?
  তাহলে পদগুলোর যোগফল হবে $= 2xy - 3xy + 6xy + 11z$
  $= (2 - 3 + 6)xy + 11z$
  $= (8 - 3)xy + 11z$
  $= 5xy + 11z$

এখন দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় রাশির যোগফল কীভাবে নির্ণয় করা হয়, সেটা নিয়ে আলোচনা করব।

মনে করো $20ab + 15b + 12a$ এবং $4ab - 11b - 14a$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। রাশি দুইটির যোগফল নির্ণয় করতে হবে।

প্রথম পদ্ধতি :

নির্ণেয় যোগফল $= (20ab + 15b + 12a) + (4ab - 11b - 14a)$

$$= (20ab + 4ab) + (15b - 11b) + (12a - 14a)$$
$$= (20 + 4)ab + (15 - 11)b + (12 - 14)a$$
$$= 24ab + 4b + (-2)a$$
$$= 24ab + 4b - 2a$$

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

সদৃশ পদগুলো তাদের স্ব-স্ব চিহ্নসহ নিচে নিচে সাজিয়ে লিখে পাই,

$$\begin{array}{r} 20ab + 15b + 12a \\ + \quad 4ab - 11b - 14a \\ \hline 24ab + 4b - 2a \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল : $24ab + 4b - 2a$

জোড়ায় কাজ: প্রত্যেকেই যোগ-বিয়োগ চিহ্ন সংবলিত তিন বা চার পদবিশিষ্ট কমপক্ষে তিনটি সদৃশ ও বিসদৃশ পদযুক্ত বীজগণিতিয় রাশি তৈরি করো। তারপর রাশিগুলোর যোগফল নির্ণয় করে খাতা বিনিময় করো। একে অপরের ভুল (যদি থাকে) চিহ্নিত করো এবং আলোচনার মাধ্যমে সংশোধন করো। প্রয়োজনে শিক্ষকের সহায়তা নিতে পারবে।

বীজগণিতীয় রাশির বিয়োগ (Subtraction of Algebraic Expressions)

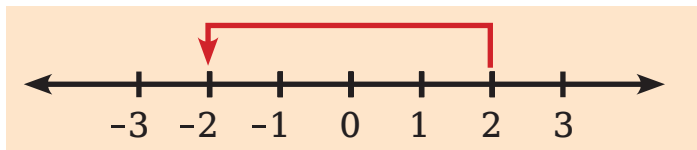
আমরা পূর্বের অধ্যায়ে যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা (Additive Inverse) সম্পর্কে জেনেছি। চলো আবার একটু মনে করে নিই।

দুইটি সংখ্যার যোগফল শূন্য (0) হলে, তাদের একটিকে অপরটির যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা বলব।

যেমন: $3 + (-3) = 0$, $7 + (-7) = 0$

এখানে 3 এর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা হলো -3। একইভাবে 7 এর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা হলো -7

চলো সংখ্যারেখার মাধ্যমে দেখি:

২ এর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা -২

বলো তো 0 এর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা কত ?

x একটি রাশি এবং যেহেতু $x+(-x)=0$, সুতরাং x এর যোগাত্মক বিপরীত রাশি $-x$

একইভাবে $a-b$ এর যোগাত্মক বিপরীত রাশি হবে $(-a+b)$।

কারণ $a-b+(-a+b)=a-b-a+b=(a-a)+(b-b)=0+0=0$

এবার একটি বীজগণিতীয় রাশি থেকে অপর একটি বীজগণিতীয় রাশি কীভাবে বিয়োগ করা যায়, তা নিয়ে আলোচনা করবো।

একটি বীজগণিতীয় রাশি থেকে অপর একটি বীজগণিতীয় রাশি বিয়োগ করা মানে, প্রথম রাশির সাথে দ্বিতীয় রাশির যোগাত্মক বিপরীত রাশি যোগ করা। অর্থাৎ দ্বিতীয় রাশির প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে যোগ করা। চলো উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি বোঝার চেষ্টা করি:

মনে করো $5x+4y-5z$ থেকে $3x-4y-6z$ বিয়োগ করতে হবে।

প্রথম পদ্ধতি: $3x-4y-6z$ এর যোগাত্মক বিপরীত রাশিটি হলো $-3x+4y+6z$

সুতরাং প্রথম রাশির সাথে দ্বিতীয় রাশির যোগাত্মক বিপরীত রাশির সদৃশ পদগুলো নিচে নিচে লিখে যোগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 5x+4y-5z \\ -3x+4y+6Z \\ \hline 2x+8y+z \end{array}$$

দ্বিতীয় পদ্ধতি:

$$\begin{array}{r} 5x+4y-5z \\ 3x-4y-6x \\ (-)\ \ (+)\ \ (+) \\ \hline 2x+8y+z \end{array}$$

এখানে দ্বিতীয় রাশির প্রতিটি পদের চিহ্ন পরিবর্তন করে সদৃশ পদগুলো নিচে নিচে লিখে যোগ করা হয়েছে।

জোড়ায় কাজ : প্রত্যেকেই যোগ-বিয়োগ চিহ্ন সম্বলিত তিন বা চার পদবিশিষ্ট দুইটি সদৃশ পদযুক্ত বীজগণিতীয় রাশি তৈরি করো। তারপর প্রথম রাশি থেকে দ্বিতীয় রাশি বিয়োগ করে খাতা বিনিময় করো। একে অপরের ভুল-ত্রুটি (যদি থাকে) চিহ্নিত করো এবং আলোচনার মাধ্যমে সংশোধন করো। প্রয়োজনে শিক্ষকের সহায়তা নিতে পারবে।

অনুশীলনী

১। নিচের বীজগণিতীয় রাশি দ্বারা কী বোঝায়?

$(i)\ 7x$ $(ii)\ 3x+5$ $(iii)\ 4x-11y$ $(iv)\ \frac{1}{2}(2x+3y)$ $(v)\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{5}$

$(vi)\ 12x-13y+15z$ $(vii)\ \frac{2}{3}(x+y+z)$

২। প্রক্রিয়া চিহ্ন ব্যবহার করে নিচের সম্পর্কগুলোকে বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করো।

(i) x এর পাঁচ গুণের সাথে y এর চার গুণ যোগ

(ii) একটি সংখ্যার দ্বিগুণ থেকে অপর একটি সংখ্যার তিনগুণ বিয়োগ

(iii) স্বপ্না দোকান থেকে প্রতি ডজন কমলা x টাকা, প্রতি হালি কলা y টাকা দরে, এক হালি কমলা ও এক ডজন কলা ক্রয় করে। স্বপ্নার কত টাকা খরচ হলো?

(iv) a কে b দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফলকে c এর সাত গুণ দ্বারা ভাগ

(V)

প্রতি প্যাকেটে x সংখ্যক বাবল গাম থাকলে, পাশের চিত্রে মোট কতগুলো বাবল গাম আছে?

(vi) রবিন তার বোনের জন্য পাঁচটি এবং বন্ধুদের প্রত্যেকের জন্য তিনটি করে চকলেট ক্রয় করে। সে মোট কতগুলো চকলেট ক্রয় করে।

৩। একটি খাতার দাম x টাকা, একটি পেন্সিলের দাম y টাকা এবং একটি রাবারের দাম z টাকা।

ক) মিতা এক ডজন খাতা ও অর্ধ-ডজন পেন্সিল ক্রয় করায় তার কত টাকা খরচ হলো?

খ) সজীব আটটি পেন্সিল ও দুইটি রাবার ক্রয় করেছে। সে কত টাকা ব্যয় করে?

গ) প্রিয়াংকা তিনটি খাতা, চারটি পেন্সিল ও একটি রাবার ক্রয় করে দোকানদারকে 100 টাকার একটি নোট দিল। দোকানদার প্রিয়াংকাকে কত টাকা ফেরত দিল?

৪। যোগ করো:

$(i)\ 2a+3b, -a-2b$

$(ii)\ 4x-5y, -2x+y, 6x+7y$

$(iii)\ 7x+5y+2z, 3x-6y+7z, -9x+4y+z$

$(iv)\ 5ax+3by-14cz, -11by-7ax-9cz, 3ax+6by-8cz$

$(v)\ 12x+15y-10z,\ 15z-24x-9y, -6y+12x-5z$

৫। প্রথম রাশি থেকে দ্বিতীয় রাশি বিয়োগ করো:

(i) $12a + 23b, 7a - 2b$

(ii) $4x - 5y,\ 6x + 7y$

(iii) $10x + 5y + 20z,\ -9x + 4y + 25z$

(iv) $5px + 8qy - 14rz, -11qy - 7px + 9crz$

(v) $20x - 5y + 30z,\ 15z + 4x - 9y$

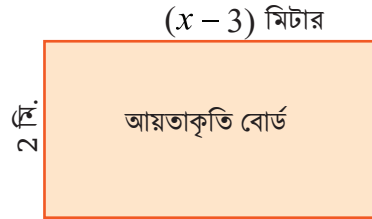
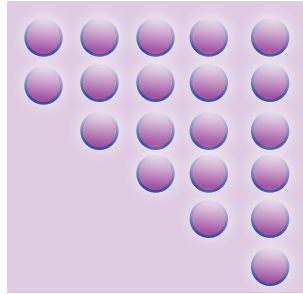
৬।

ক) বোর্ডটির পরিসীমা নির্ণয় করো।

খ) বোর্ডটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

$(x - 3)$ মিটার

2 মি.

আয়তাকৃতি বোর্ড

৭। নিচের চিত্রটি মার্বেল দ্বারা তৈরি একটি প্যাটার্ন। এর 100 তম কলাম বানাতে মোট কতগুলো মার্বেল লাগবে?

৮। ধরো, তুমি তোমার বাড়িতে তোমার পছন্দমতো তোমার জন্য স্যুপ বানাতে চাও। তার জন্য যে সকল জিনিসপত্র লাগবে তার একটি তালিকা তৈরি করো। যদি অধিক সংখ্যক লোক ঐ স্যুপ খেতে চায়, তাহলে স্যুপ তৈরির জিনিসপত্র ও লোকের সংখ্যাকে একটি বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করো।

৯। যদি $x = 5a + 7b + 9c,\ y = b - 3a - 4c,\ z = c - 2b + a$ হয়, তবে দেখাও যে, $x + y + z = 3(a + 2b + 2c)$

সরল সমীকরণ

পাশের ছবিতে যে জিনিসটা দেখতে পাচ্ছ তার নাম কী?

এই জিনিসটার নাম হচ্ছে 'দাঁড়িপাল্লা'। যেকোনো দোকানে দেখতে পাবে এই জিনিসটা নিয়ে ওজন মেপে বিভিন্ন মালামাল বিক্রি করা হয়। আমরা আপাতত প্রচলিত অর্থে কোনো বস্তুর ওজন ১ কেজি, ২ কেজি এভাবেই বলি। আসলে কিন্তু ওজন ১ কেজি' কথাটা ঠিক নয়। খেয়াল করে দেখবে মাপা হয় কিন্তু গ্রাম, কেজি (kilogram, সংক্ষেপে kg) এককে। কাজেই বুঝতে পারছ আসলে ওজন নয়, মাপা হয় ভর।

এই ব্যাপারটা আরও সুন্দর করে বুঝতে চাইলে ষষ্ঠ শ্রেণির বিজ্ঞান পাঠ্যপুস্তকের 'অধ্যায় ১- বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি' এর 'বিভিন্ন রাশির পরিমাপ' অংশটা পড়ে নাও। আচ্ছা, দাঁড়িপাল্লা দিয়ে কীভাবে ওজন মাপে সেটা কী জানো? দাঁড়িপাল্লার দুইটা পাল্লা থাকে একটা বামে এবং একটা ডানে। দুইটা পাল্লার যেদিকে বেশি ওজনের জিনিস থাকে সেটার ভর বেশি। তাই সেটা নিচে নেমে যায়। তার মানে যে পাল্লায় কম ওজনের জিনিস থাকে সেটা উপরের দিকে উঠে যায়। যেমন :

একজন দোকানদার দাঁড়িপাল্লার বাম পাল্লায় 5 কেজি ওজনের একটি বাটখারা ও ডান পাল্লায় কিছু পরিমাণ আলু রাখলেন। পাল্লা দুইটির জিনিসের ওজন কি সমান হয়েছে?

এখানে আলুর ওজন কত তা নির্দিষ্টভাবে বলা সম্ভব?

তাহলে আমরা বলতে পারি আলুর ওজন অজানা বা অজ্ঞাত।

এবার দোকানদার ডান পাল্লায় আলুর সাথে 2 কেজি ওজনের একটি বাটখারা দিলেন। ফলে দুই পাল্লার জিনিসের ওজন সমান হয়েছে।

এখন আলুর অজানা ওজন x কেজি ধরা হলে, ডান পাল্লায় বাটখারাসহ জিনিসের মোট ওজন হবে $(x + 2)$ কেজি।

তাহলে, দুই পাল্লার এই সমতাটিকে একটি বীজগাণিতিক সম্পর্কের মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি এবং তা হলো:

$$x + 2 = 5$$

এটি হলো একটি গাণিতিক বাক্য ও সমতা। আর সমান চিহ্ন সংবলিত গাণিতিক বাক্যকে আমরা সমীকরণ বলে থাকি। এখানে অজানা বা অজ্ঞাত রাশি x কে চলক (variable) বলি। সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের অক্ষরগুলোকে অজ্ঞাত রাশি বা চলক হিসেবে ব্যবহার করা হয়।

এখন একটু চিন্তা করে দেখো 'দাঁড়িপাল্লা' ও 'সমীকরণ' এর মধ্যে কোনো মিল খুঁজে পাও কিনা। দাঁড়িপাল্লায় দুইটি পাল্লা থাকে। একটি বাম পাল্লা ও অপরটি ডান পাল্লা। উভয় পাল্লার ওজন সমান হলে দাঁড়িপাল্লাটি সমতায় আসে। যেকোনো একটি পাল্লা থেকে ওজন কমিয়ে নিলে অপর পাল্লাটি নিচের দিকে নেমে যায়। অর্থাৎ ঐ দিকের ওজন বেশি হয়। সেক্ষেত্রে দাঁড়িপাল্লাটি সমতায় থাকে না।
ভেবে দেখো তো কি করলে দাঁড়িপাল্লাটিকে আবার সমতায় আনা যাবে? তোমরা ঠিকই ভাবছ– দুটি কাজ করে দাঁড়িপাল্লাটি সমতায় আনা যাবে।

১. দাঁড়িপাল্লাটির যে পাল্লা নিচে নেমে গেছে, সেটি থেকে ওজন কমিয়ে অথবা
২. দাঁড়িপাল্লাটির যে পাল্লা উপরে উঠে গেছে সেই পাল্লাটিতে ওজন বাড়িয়ে।

অপরদিকে একটি সমীকরণেরও দুইটি পক্ষ থাকে। একটি বামপক্ষ ও অপরটি ডানপক্ষ। উভয় পক্ষের মাঝে একটি সমান (=) চিহ্ন থাকে। সমান চিহ্নের বাম পাশের রাশিকে আমরা বামপক্ষ এবং ডান পাশের রাশিকে ডানপক্ষ বলে থাকি। চলকের নির্দিষ্ট মানের জন্য সমীকরণের বামপক্ষ ও ডানপক্ষ অবশ্যই সমান হতে হবে।

$2x + 3 \quad = \quad x + 6$

উদাহরণ সরূপ আমরা বলতে পারি: $x + 4 = 13$, $x + 6 = 9$, $2y - 1 = 5$, $3 - z = 10$ ইত্যাদি সমীকরণ। এখানে চলক হিসেবে x, y, z ব্যবহার করা হয়েছে এবং চলকের নির্দিষ্ট মানের জন্য সমীকরণগুলোর বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান।

একক কাজ : তোমরা প্রত্যেকে x, y এবং z সংবলিত পাঁচটি করে সমীকরণ লেখো।

সমীকরণ সম্পর্কে আরও জানি

তোমাদের অনেকের মধ্যেই সমীকরণ সম্পর্কে প্রশ্ন আছে মনে হচ্ছে। তাহলে চলো একটি গল্পের মাধ্যমে বিষয়টি বোঝার চেষ্টা করি। মনে করো স্বপ্নীল মিতার চেয়ে 2 বছরের ছোট। যদি মিতার বয়স x বছর হয়, তবে স্বপ্নীলের বয়স হবে $(x - 2)$ বছর তাই না? এখন ধরো স্বপ্নীলের বয়স 12 বছর। তাহলে, $(x - 2)$ এবং 12 এর মধ্যে নিশ্চয়ই একটি সম্পর্ক আছে। সম্পর্কটি হলো: $x - 2 = 12$

এটিই হলো x চলকবিশিষ্ট একটি সমীকরণ।

এবার চলো x এর বিভিন্ন মানের জন্য $(x-2)$ এর মানগুলো বের করে নিচের ছকটি পূরণ করি:

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$x-2$	0	–	–	–	–	–	–	–	–	–	10	11	12	13	–	–

টেবিলের খালি ঘরগুলো পূরণ করো। টেবিলটি লক্ষ করো, দেখতে পাবে একমাত্র $x = 14$ এর জন্য $x - 2 = 12$ সম্পর্কটির বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান হয়। x এর অন্য কোনো মান যেমন: $x = 12$, $x = 16$ ইত্যাদি এর জন্য $x - 2 = 12$ সম্পর্কটির বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান হয় না। সবশেষ আমরা বলতে পারি, সমীকরণ তাকেই বলব যা চলকের নির্দিষ্ট মানের জন্য বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান হয়।

তোমরা নিশ্চয়ই জানো চলকযুক্ত বীজগাণিতিক রাশিকে বৃহত্তর $(>)$ বা ক্ষুদ্রতর $(<)$ চিহ্নের মাধ্যমেও প্রকাশ করা যায়।

যেমন: $x - 1 > 8, 2y + 7 < 13, z > 15$ ইত্যাদি। তবে এই ধরনের চলকযুক্ত বীজগাণিতিক সম্পর্ককে সমীকরণ বলা যাবে না। একটু চিন্তা করে দেখো তো, কেন তাদেরকে সমীকরণ বলা যাবে না? এই সম্পর্কগুলোর মধ্যে কি $(=)$ চিহ্ন আছে? এগুলো কি চলকের নিদিষ্ট মানের জন্য সিদ্ধ হয়? নিশ্চয়ই না, তাই না? বৃহত্তর $(>)$ বা ক্ষুদ্রতর $(<)$ চিহ্নযুক্ত রাশিগুলো চলকের অসংখ্য মানের জন্য সঠিক হয়ে থাকে।

নিচের সম্পর্কটি লক্ষ করো:

$15 + 7 = 21$, এটি কি সমীকরণ? সম্পর্কটিতে কিন্তু $(=)$ চিহ্ন আছে। চিন্তা করে উত্তর দাও।

নিচের ছকটি পূরণ করো :

ক্রমিক নম্বর	বীজগাণিতিক সম্পর্ক	অজ্ঞাত রাশি বা চলক	সমীকরণ হলে (✓) আর না হলে (×) চিহ্ন দাও	যৌক্তিক কারণ বা ব্যাখ্যাসহ মন্তব্য
(i)	$x + 20 = 60$			
(ii)	$2z > 14$			
(iii)	$5y = 100$			
(iv)	$\frac{x}{3} < 1$			
(v)	$7 - z = 0$			
(vi)	$\frac{x}{0} = 2$			
(vii)	$9 - 3 = 6$			

একক কাজ : তোমরা প্রত্যেকে খাতায় উপরের ছকটির অনুরূপ একটি ছক তৈরি করো। তারপর কমপক্ষে পাঁচটি বীজগাণিতিক সম্পর্ক লিখে ছকটি পূরণ করে তা উপস্থাপন করো।

সরল সমীকরণ (Linear Equation)

অজ্ঞাত রাশি বা চলকের একঘাতবিশিষ্ট সমীকরণই হলো সরল সমীকরণ। যেমন: $2x - 5 = 0, y + 3 = 10, 2x - 1 = x + 4$ ইত্যাদি। কেননা এদের প্রত্যেকটি এক চলকবিশিষ্ট ও একঘাতবিশিষ্ট।

একক কাজ: তোমরা প্রত্যেকে কমপক্ষে পাঁচটি করে এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ লেখো। তোমার লেখা সমীকরণটি কেন সরল সমীকরণ তার যৌক্তিক ব্যাখ্যা প্রদান করো।

বাস্তব সমস্যাকে এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ

নিচের ছকের বাস্তব সমস্যাগুলোকে এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করে ছকটি পূরণ করো। এক্ষেত্রে তুমি তোমার পছন্দমতো অজানা রাশি বা চলক ব্যবহার করতে পারবে।

ক্রমিক নম্বর	বাস্তব সমস্যা	অজানা রাশি বা চলক	সমীকরণ
১.	রাজুর বয়স 12 বছর। মিতা, রাজুর চেয়ে তিন বছরের ছোট।	মিতার বয়স x বছর	$x + 3 = 12$
২.	একটি সংখ্যার দ্বিগুনের সাথে 7 যোগ করলে যোগফল 21 হবে।	সংখ্যাটি y	
৩.	তোমার কাছে থাকা কিছু চকলেট থেকে তুমি তোমার ছোট বোনকে 5টি চকলেট দেয়ায় তোমার 4টি থাকল।		
৪.	তোমার আয়তাকার শ্রেণিকক্ষের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 60 মিটার।		
৫.	সাদিয়ার কাছে কিছু এবং অপুর কাছে 20 টাকা আছে। দু'জনের কাছে মোট 45 টাকা আছে।		
৬.	তোমার কাছে 15টি বরই ছিল যা থেকে কিছু বরই বন্ধুরা খেয়ে ফেলায় আর 7টি বরই অবশিষ্ট আছে।	খেয়ে ফেলা বরই এর সংখ্যা x	

দলগত কাজ : দলনেতা তার খাতায় উপরের ছকটির অনুরূপ একটি ছক তৈরি করবে। তারপর দলের সকল সদস্য পরস্পরের সাথে আলাপ আলোচনা করে কমপক্ষে পাঁচটি বাস্তব সমস্যা লিখে ছকটি পূরণ করবে।

সরল সমীকরণের সমাধান

একটি সমীকরণ থেকে এর অজানা রাশি বা চলকটির মান বের করার প্রক্রিয়াকে আমরা সমীকরণের সমাধান বলে থাকি। আর চলকের মান হলো সমীকরণের মূল। এই মূল সমীকরণটির উভয় পাশে বসালে বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান হয়।

সমীকরণ সমাধান করতে হলে জানতে হবে

১. সমীকরণের পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটির সাথে একই রাশি যোগ করলে যোগফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

২. পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটির সাথে একই রাশি বিয়োগ করলে বিয়োগফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

৩. সমীকরণের পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটিকে একই রাশি দ্বারা গুণ করলে গুণফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

৪. পরস্পর সমান রাশির প্রত্যেকটিকে অশূন্য একই রাশি দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলগুলো পরস্পর সমান হবে। শূন্য দিয়ে ভাগ করা কেন যায় না ব্যাপারটা ভেবে দেখতো?

ট্রায়াল এন্ড এরোর প্রক্রিয়ায় সমাধান যাচাই করে সরল সমীকরণের সমাধানে পৌঁছাই

একক কাজ : তোমরা প্রত্যেকে উপরের চারটি তথ্যের প্রত্যেকটির জন্য একটি করে সমীকরণ লেখো এবং সরল করে সমীকরণগুলো সমাধান করো।

ক্রমিক নম্বর	সমীকরণ	চলকের মান	শুদ্ধি পরীক্ষা	সমাধান শুদ্ধ হলে হলে (✓) আর না হলে (×) চিহ্ন দাও
১.	$x + 5 = 9$	$x = 14$		
		$x = 4$		

ক্রমিক নম্বর	সমীকরণ	চলকের মান	শুদ্ধি পরীক্ষা	সমাধান শুদ্ধ হলে হলে (✓) আর না হলে (×) চিহ্ন দাও
২.	$y - 6 = 11$	$y = 17$		
		$y = 5$		
৩.	$2x + 1 = 25$	$x = 12$		
		$x = 13$		
৪.	$\frac{y}{3} = 12$	$y = 54$		
		$y = 36$		
৫.	$4 - x = 10$	$x = 14$		
		$x = -6$		
৬.	$3z - 8 = z + 2$	$z = 5$		
		$z = 4$		

অনুশীলনী

১। ছক তৈরি করে নিচের কোনগুলো সমীকরণ এবং কোনগুলো সমীকরণ নয় যুক্তিসহ উপস্থাপন করো।

$(a)\ 15 = x + 5$ $(b)\ (y - 6) < 3$ $(c)\ \frac{6}{3} = 2$

$(d)\ z - 4 = 0$ $(e)\ (4 \times 3) - 12 = 0$ $(f)\ 2x + 3 = x - 15$

$(g)\ y + 25 > 30$ $(h)\ 8 - x = 11$ $(i)\ 20 - (10 - 5) = 3 \times 5$

$(j)\ \frac{5}{0} = 5$ $(k)\ 15y = 45$ $(l)\ 7 = (11 \times 2) + x$

২। নিচের ছকের সমস্যাগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ করো।

ক্রমিক নম্বর	সমস্যা	সমীকরণ	সমীকরণের মূল
(i)	একটি সংখ্যা x এর দ্বিগুণের সাথে 7 যোগ করলে যোগফল 23 হবে।		
(ii)	দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল 36 এবং ছোট সংখ্যাটি y		
(iii)	একটি সংখ্যা x এর চার গুণ থেকে 5 বিয়োগ করলে প্রাপ্ত বিয়োগফল সংখ্যাটির দ্বিগুণ অপেক্ষা 19 বেশি।		
(iv)	একটি আয়তাকার পুকুরের দৈর্ঘ্য x মিটার, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ 3 মিটার কম এবং পুকুরটির পরিসীমা 26 মিটার।		
(v)	পুত্রের বর্তমান বয়স y বছর, পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ছয় গুণ। তাদের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 35 বছর।		

৩। প্রতিটি সমীকরণের পাশে থাকা কলামের ভিতরের মানগুলো থেকে সঠিক মূলটি বেছে নাও। অবশিষ্ট মানগুলো কেন সমীকরণটির মূল হবে না ব্যাখ্যা করো।

ক্রমিক নম্বর	সমীকরণ	মান
(i)	$2x + 5 = 15$	10, 5, – 5
(ii)	$5 - y = 7$	12, 2, -2
(iii)	$5x - 2 = 3x + 8$	5, 1, -5
(iv)	$2y + 2 = 16$	18, 9, 7
(v)	$4z - 5 = 2z + 19$	12, 7, 4

৪। মীনা 100 টাকার একটি নোট নিয়ে বাজারে গেল। সে একটি দোকান থেকে প্রতিটি x টাকা দামের এক ডজন কলম কিনল। দোকানদার তাকে 40 টাকা ফেরত দিলেন। মীনা অন্য একটি দোকান থেকে প্রতিটি 12 টাকা দামের yটি খাতা কেনায় 4 টাকা অবশিষ্ট রইল।

ক) প্রতিটি কলমের মূল্য নির্ণয় করো। খ) মীনা কয়টি খাতা কিনেছিল?

৫। করিম সাহেব তাঁর 56000 টাকার কিছু টাকা বার্ষিক 12% মুনাফায় ও বাকি টাকা বার্ষিক 10% মুনাফায় বিনিয়োগ করলেন। এক বছর পর তিনি মোট 6400 টাকা মুনাফা পেলেন। তিনি 10% মুনাফায় কত টাকা বিনিয়োগ করেছেন?

৬। কোনো এক ক্রিকেট ম্যাচে সাকিব, মুশফিকুর রহিমের দ্বিগুণ রান করে। মাত্র ২ রানের জন্য দুজনের রানের সমষ্টি ডাবল সেঞ্চুরি হয় নাই। কে কত রান করেছে?

৭। খালি ঘর পূরণ করো।

ক)

□	+	□	= 10
+		+	
□	−	□	= 12
=		=	
17		10	

খ)

□	+	□	= 15
+		−	
□	+	□	= 15
=		=	
12		2	

৮। পানির একটা বোতলের ওজন 150 গ্রাম। মিনা 50 গ্রাম ওজনের একটা ব্যাগের মধ্যে কিছু সংখ্যক পানির বোতল রাখল। বোতলের সংখ্যাকে x দ্বারা এবং পানির বোতলগুলোর ওজন ও ব্যাগের ওজনের যোগফল y দ্বারা প্রকাশ করা হলো।

ক) x এবং y এর সম্পর্ক সমীকরণের মাধ্যমে লেখো।

খ) y এর মান নির্ণয় করো যখন $x = 15$

গ) x এর মান নির্ণয় করো যখন $y = 1100$

৯। x প্যাকেট বিস্কুট এবং এক বোতল পানীয়ের মূল্য একত্রে y টাকা । এক প্যাকেট বিস্কুটের মূল্য 20 টাকা এবং এক বোতল পানীয়ের মূল্য 15 টাকা।

ক) x এবং y এর সম্পর্ক সমীকরণের মাধ্যমে লেখো

খ) y এর মান নির্ণয় কর যখন $x = 25$

গ) x এর মান নির্ণয় কর যখন $y = 255$

১০। তোমার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের খেলার মাঠটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 16 মিটার বেশি।

ক) খেলার মাঠটির প্রস্থ x মিটার হলে, মাঠটির পরিসীমা x এর মাধ্যমে নির্ণয় করো।

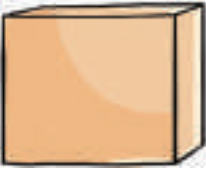
খ) মাঠটির পরিসীমা 120 মিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

ত্রিমাত্রিক বস্তুর গল্প

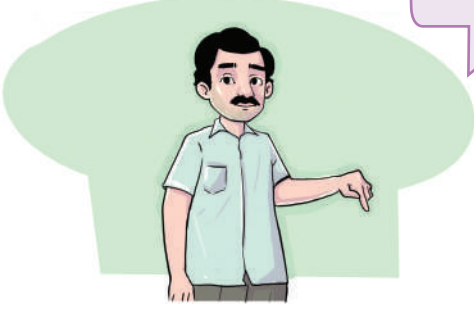
আমাদের চারপাশে দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক নানা আকৃতির বস্তু আছে। যেমন : বিভিন্ন আকৃতির বাক্স, ইট, ফুটবল, ক্রিকেট বল, আলমারি, কাগজ, খাতার পৃষ্ঠা, সংবাদপত্র, ম্যাচ বাক্স, পাইপ, আপেল, কমলা, বই ইত্যাদি। সবগুলো বস্তু দেখতে একরকম নয়, তাদের বৈশিষ্ট্যগুলোও ভিন্ন ভিন্ন।

তোমরা কি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক বস্তুর বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে বলতে পারবে?

এই দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকৃতিগুলোর মধ্যে পার্থক্য কী কী?

কোনটি দ্বিমাত্রিক এবং কোনটি ত্রিমাত্রিক নিচের ছকের নির্ধারিত ঘরে নাম লিখে আপাত ছবি অঙ্কন করো।

নাম	দ্বিমাত্রিক	ত্রিমাত্রিক
কাগজ		

একক কাজ: নিকট পরিবেশে পাওয়া যায় এরূপ কমপক্ষে ১০টি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক জ্যামিতিক আকৃতির বস্তুর নামসহ চিত্র এঁকে পরবর্তী ক্লাসে নিয়ে আসবে।

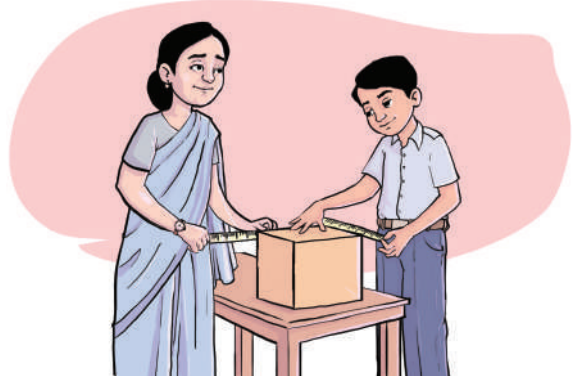
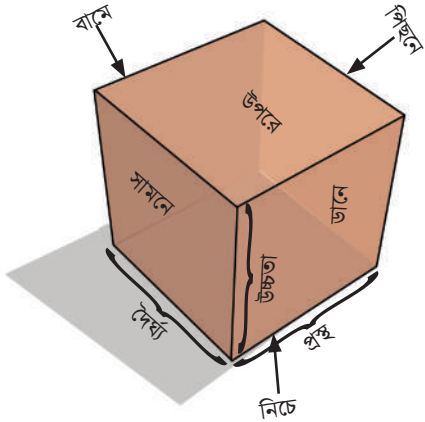
নিচের সারণিটি পূরণ করো

ছবি	নাম	বাহু	কোণ	তল	অন্যান্য বৈশিষ্ট্য (যদি থাকে)	জ্যামিতিক আকৃতির নাম

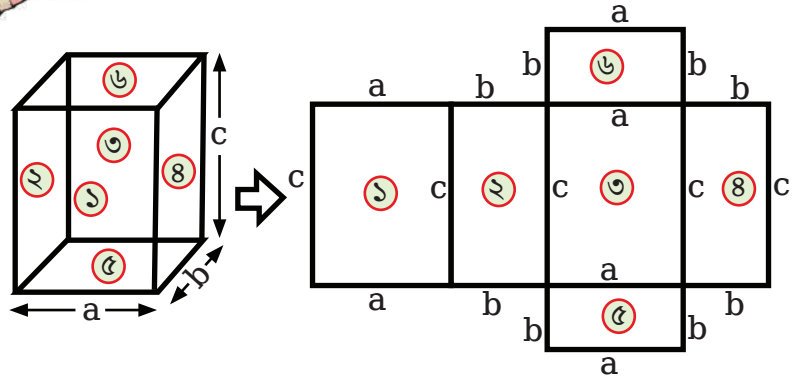
বাক্সের তল পরিমাপ করি

নিচের ছবিটি লক্ষ করো

আমরা দ্বিমাত্রিক আকৃতির বস্তুর তলের ক্ষেত্রফল পরিমাপের বিভিন্ন প্রক্রিয়া সম্পর্কে জেনেছি। এখন আমরা একাধিক উপায়ে ত্রিমাত্রিক আকৃতির বস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করব।

নিচের ছবিতে একটি ঘনকের (cube) দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা এবং ৬টি তল চিহ্নিত করে দেখানো হবে।

বামে
পিছনে
উপরে
সামনে
ডানে
উচ্চতা
দৈর্ঘ্য
প্রস্থ
নিচে

চলো বাক্সটির তলগুলো খুলে ফেলি। এখন বাক্সটির আকৃতি কিরূপ এই আকৃতিটি কীভাবে পরিমাপ করা যায়?

প্রতিটি তল দ্বিমাত্রিক??

- বাক্সটির প্রতিটি তল ও তার বিপরীত তলের মধ্যে কোন ধরনের সম্পর্ক বিদ্যমান?
- সবগুলো তলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ না করে অন্য কোনো উপায়ে বাক্সটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে কি?
- শুধুমাত্র ১, ২, ৩ নং তলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করে বাক্সটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে কিনা? যদি না পাওয়া যায় তবে কোন তিনটি তলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করে বাক্সটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।

- নির্দেশনা –

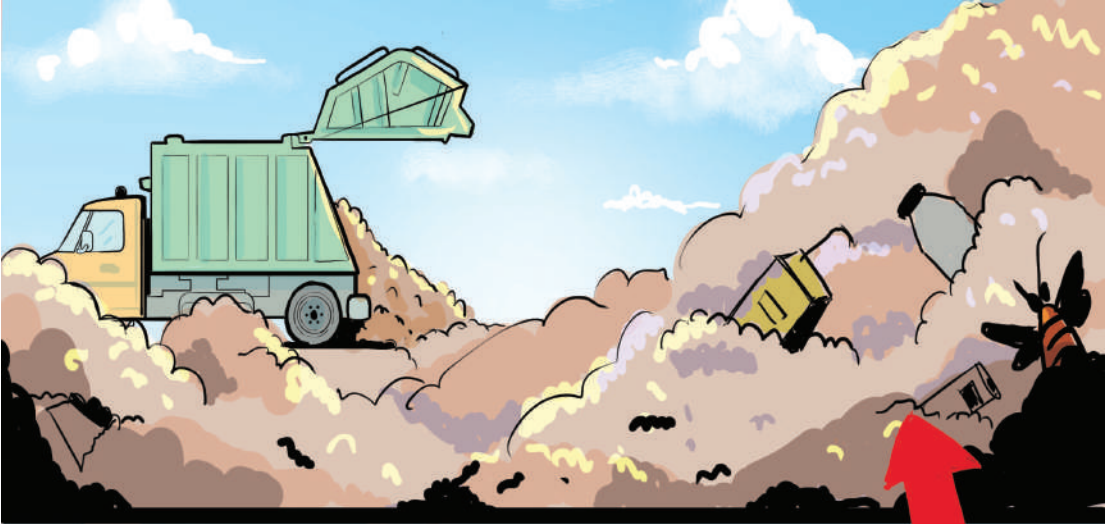
১. তলগুলো চিহ্নিত করো।

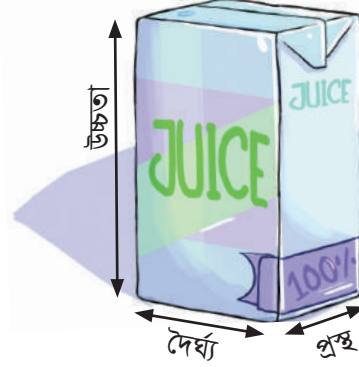
২. প্রতিটি তলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করে খাতায় লেখো।

৩. প্রাপ্ত ক্ষেত্রফলগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করো।

৪. প্রাপ্ত ফলাফলই তোমার বই/খাতা/ডায়েরির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের পরিমাণ।

বাস্তব সমস্যার নমুনা:

চলো আমরা পরের ছবিটি দেখি

- অধিক পরিমাণে কাগজ/প্লাস্টিক/পলিথিন ব্যবহারের ফলে পরিবেশের কী ক্ষতি হয় বলতে পারো?

একক কাজ : এবার ছবিটি লক্ষ করো।

তোমার বাড়িতে থাকা এরকম কয়েকটি প্যাকেট/বাক্স নিয়ে নিচের ছকটি পূরণ করো:

পণ্যের নাম	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	উচ্চতা	সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল	পরিবেশে ক্ষতির প্রভাব (বেশি/ মাঝারি/কম)
ম্যাংগো জুসের প্যাকেট					
টিস্যু বাক্স					
...					
...					

বাস্তব সমস্যা:

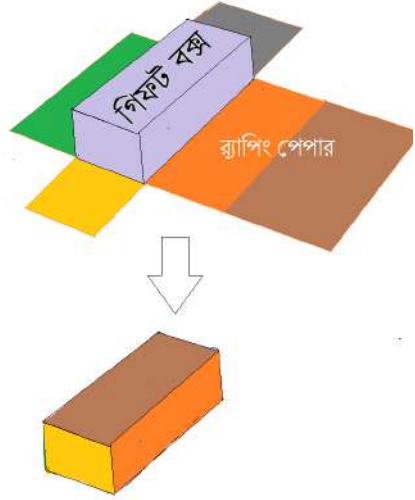
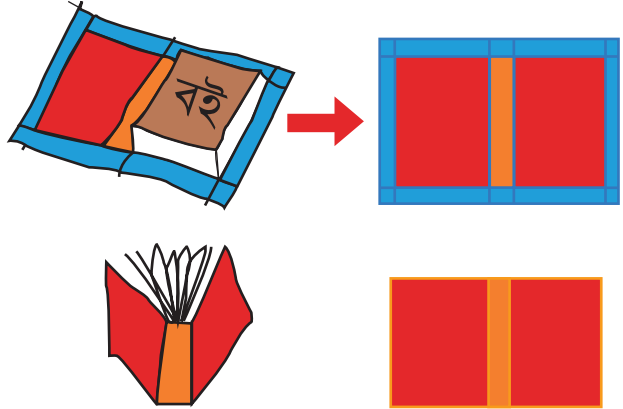
১) একটি ঘনক আকৃতি বস্তুর ধার ৬ সেমি। বস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

২) একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ২৫ সেমি, ২০ সেমি ও ১৫ সেমি। এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

৩) বন্ধুর জন্মদিনে বন্ধুকে একটি উপহার দিতে চাও। সেজন্য একটি উপহার কিনলে। উপহারটি একটি ১২ সেমি দৈর্ঘ্যের ঘনক আকৃতির বাক্সে রাখা আছে। বাক্সটিকে রঙিন কাগজ (র্যাপিং পেপার) দ্বারা মোড়াতে হলে, কমপক্ষে কী পরিমাণ রঙিন কাগজের প্রয়োজন হবে?

৪) নিচের ছবির গিফট বক্সটির দৈর্ঘ্য ২৪ সেমি, প্রস্থ ১২ সেমি এবং উচ্চতা ৮ সেমি। বক্সটিকে রঙ্গিন/ সাদা কাগজ দিয়ে মোড়াতে কমপক্ষে কী পরিমাণ কাগজ লাগবে?

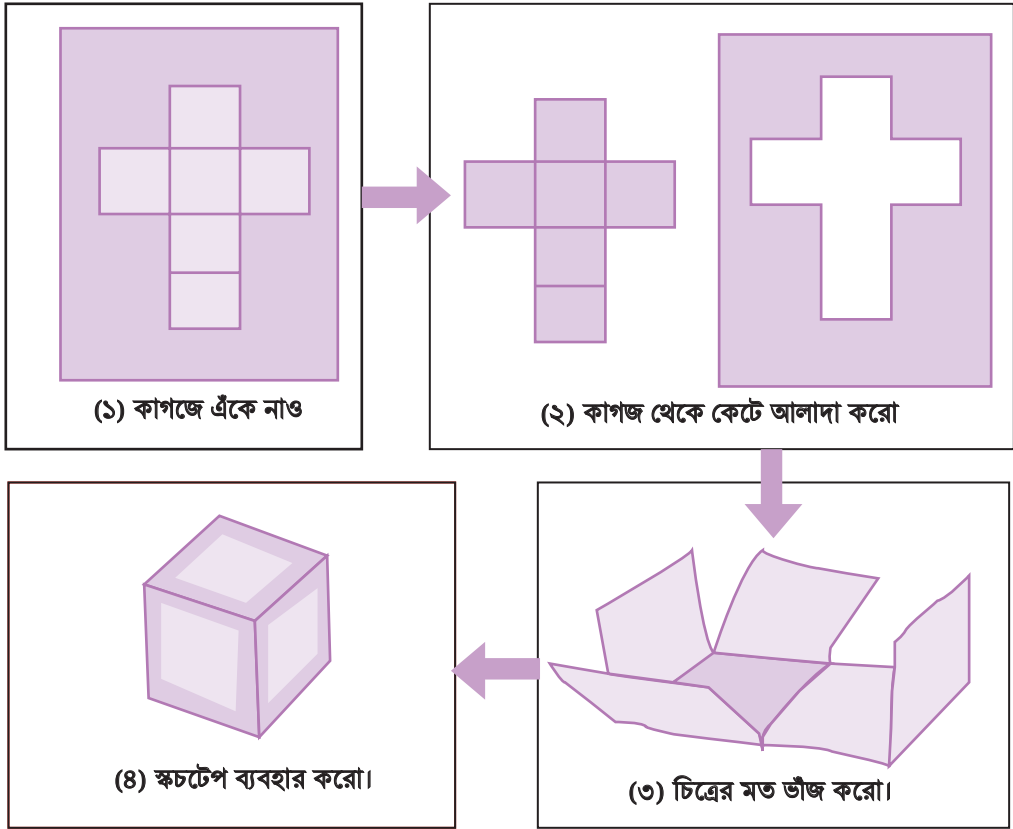
তোমার বন্ধুর জন্মদিনে অনুরূপ একটি গিফট বক্স রঙিন/সাদা কাগজে মুড়িয়ে উপহার দিতে পারো।

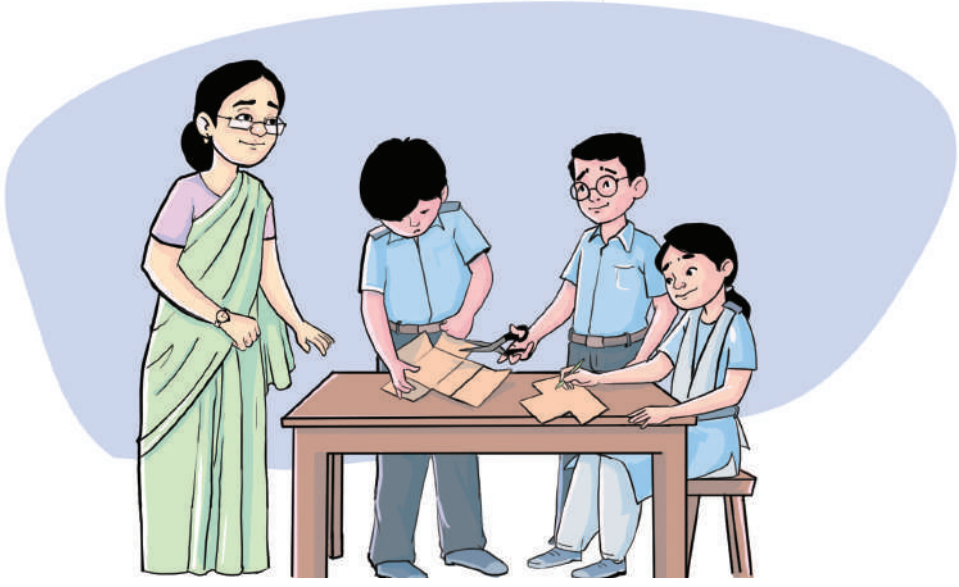
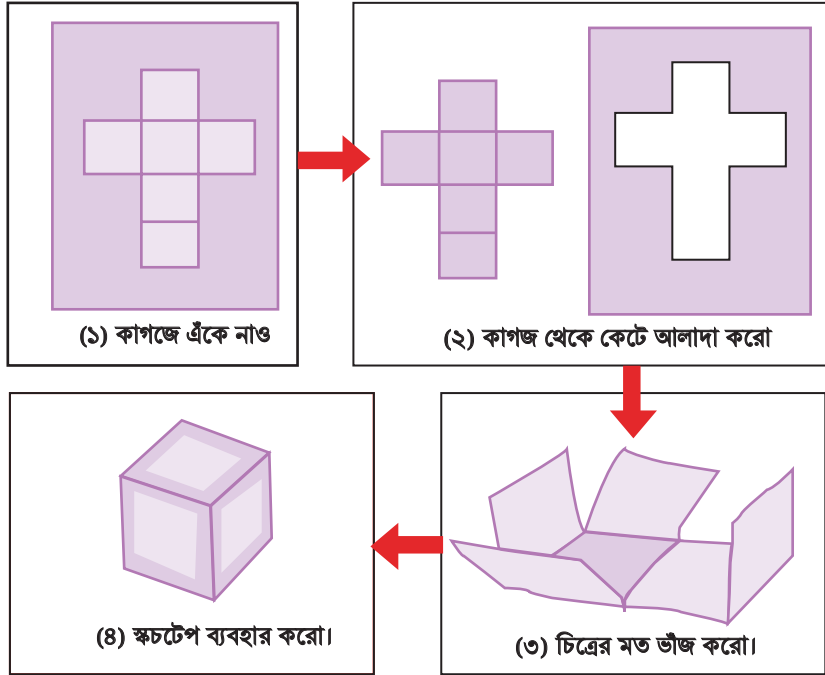
মোড়াতে কমপক্ষে কী পরিমাণ কাগজ লাগবে?

৫) নিচের ছবিতে বইটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১০ সেমি, ৬ সেমি এবং ৪ সেমি। বইটিকে মলাট দিতে কী পরিমাণ কাগজ লাগবে? যেখানে, কাগজের চারদিকের নীল অংশ ২ সেমি চওড়া।

তোমার পাঠ্যপুস্তকগুলো রঙিন/সাদা কাগজ/পুরাতন ক্যালেন্ডার দিয়ে মলাট দিয়ে রাখতে পারো।

ত্রিমাত্রিক মডেল তৈরি ও পরিমাপ

অনুরূপ আরও কিছু ত্রিমাত্রিক মডেল তৈরি ও পরিমাপ করো।

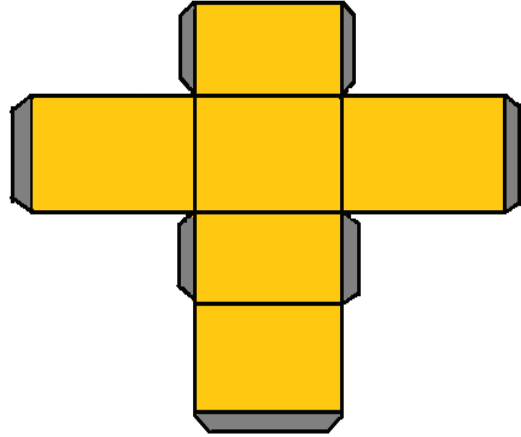
বাক্সে বাক্সে বন্দী বাক্স
(ত্রিমাত্রিক বস্তুর আয়তনের পরিমাপ)

ঘনক আকৃতির বাক্স তৈরি

চলো, উপরের নির্দেশনা অনুসারে কাগজ কেটে ঘনক আকৃতির বাক্স তৈরি করি।

- প্রথমে একটা কাগজ (পুরাতন ক্যালেন্ডার বা মোটা কাগজ) নিয়ে নির্দিষ্ট একক দৈর্ঘ্য নিয়ে স্কেল ও পেন্সিলের মাধ্যমে (১) নং নির্দেশনার মতো ৬টি বর্গ (আপাত) অঙ্কন করি।
- তারপর (২) নং ছবির মতো করে দাগাঙ্কিত অংশটুকু কাগজ থেকে কেটে আলাদা করি।
- এখন (৩) নং নির্দেশনা অনুসারে কাগজটিকে ভাঁজ করে একটি বাক্স তৈরি করি।
- তারপর (৪) নং নির্দেশনা অনুসারে আঠা বা স্কচটেপ দিয়ে বাক্সের তলগুলো পরস্পরের সাথে লাগিয়ে দিলেই ঘনক আকৃতির বাক্স তৈরি হবে।

আয়তাকার ঘনবস্তু আকৃতির বাক্স তৈরি

চলো, আমরা সবাই কাগজ কেটে উপরের চিত্রের মতো একটি করে আয়তাকার ঘনবস্তু আকৃতির বাক্স তৈরি করি।

বাক্সের তলগুলো পরস্পরের সাথে আঠা দিয়ে লাগাতে চাও?

****

তাহলে কাগজটি কাটার সময় পাশের চিত্রের মতো খানিকটা বাড়তি অংশসহ কেটে নাও।

বাক্সে বাক্সে বন্দী বাক্স

তোমাদের মধ্যে অনেকেই দোকান থেকে এক ডজন ম্যাচ বাক্স কিনে থাকবে। ম্যাচ বাক্সগুলোর আকৃতি কীরূপ? সবগুলো একই মাপের তাই না? একই মাপের ১২টি ছোট ম্যাচ বাক্স বড় মাপের আরেকটি বাক্সের মধ্যে থাকে। তোমরা কি বলতে পারো:

ক) কোন বাক্সটি প্রথমে বানানো হয়েছিল, ছোট বাক্সটি নাকি বড় বাক্সটি?

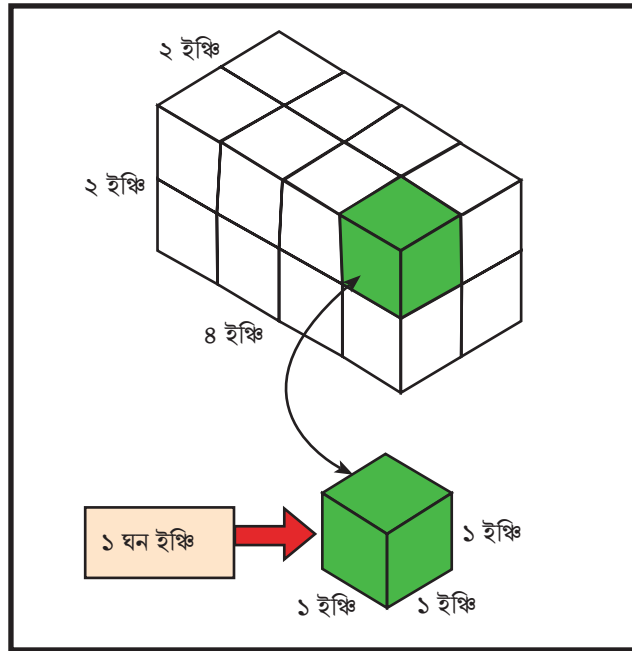
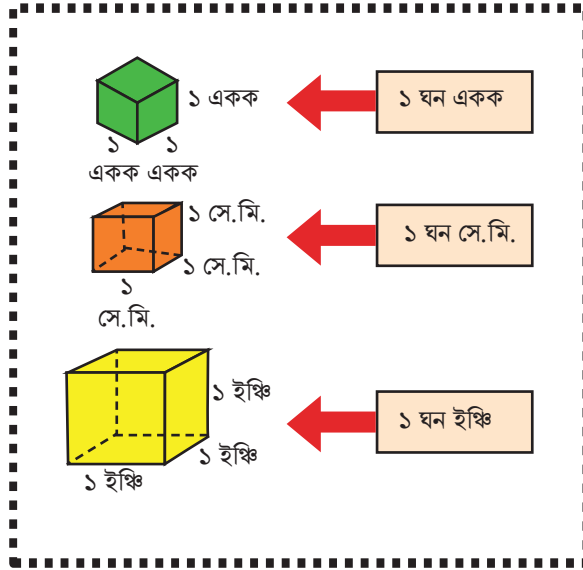
খ) ছোট ম্যাচ বাক্স এবং বড় বাক্সটির পরিমাপের মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কি?

- প্রশ্নটির উত্তর জানার জন্য শিক্ষকের নির্দেশনামতো লটারির মাধ্যমে ঘনক ও আয়তাকার ঘনবস্তুর ত্রিমাত্রিক মডেলের পরিমাপ বেছে নাও।
- এরপর লটারিতে পাওয়া পরিমাপ অনুসারে ঘনবস্তুর ত্রিমাত্রিক মডেল তৈরি করে এবং তলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করে পরবর্তী ক্লাসে উপস্থাপন করো।
- এবার তোমাদের তৈরি করা ছোট বাক্সগুলো দিয়ে শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে ছবির মতো সাজিয়ে বড় বাক্সটি পূরণ করো।

বড় বাক্স পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় ছোট বাক্সের সংখ্যা গণনা করে নিচের ছকটি পূরণ করো।

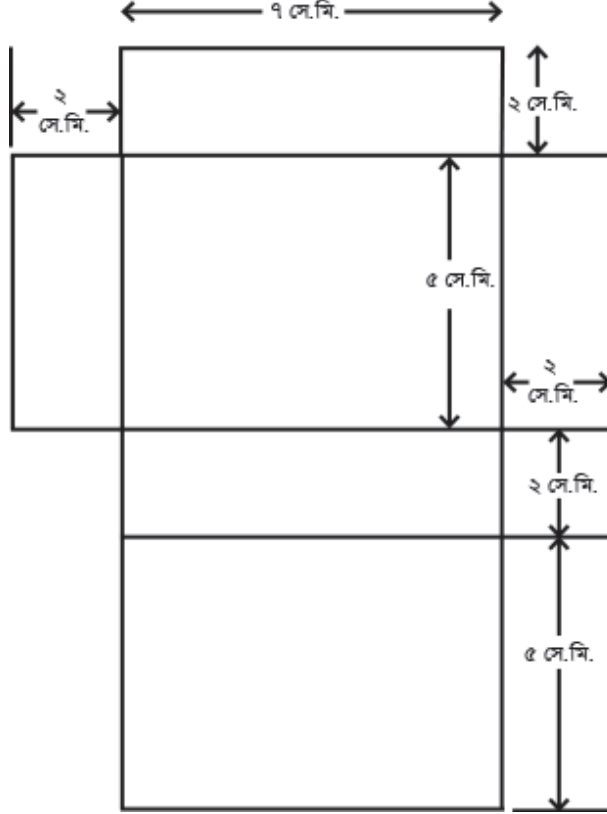
ছোট বাক্সের ক্রম	ছোট বাক্সের আকৃতি	ছোট বাক্সের আকার	বড় বাক্স পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় ছোট বাক্সের সংখ্যা
১	দৈর্ঘ্য = ১ ইঞ্চি , প্রস্থ = ১ ইঞ্চি. , উচ্চতা = ১ ইঞ্চি	?	?
২	দৈর্ঘ্য = ১ ইঞ্চি , প্রস্থ = ১ ইঞ্চি, উচ্চতা = ২ ইঞ্চি	?	?
৩	দৈর্ঘ্য = ২ ইঞ্চি , প্রস্থ = ২ ইঞ্চি, উচ্চতা = ১ ইঞ্চি	?	?

বড় বাক্সে ১ম ছোট বাক্সের ১৬ গুণ জায়গা আছে।
বড় বাক্সের আয়তন = ১৬ × ১ম ছোট বাক্সের আয়তন

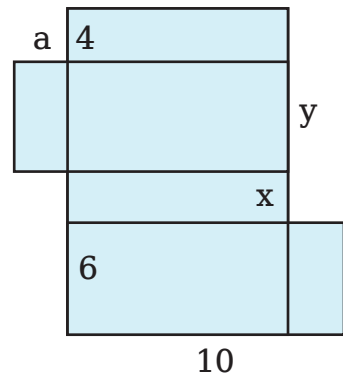
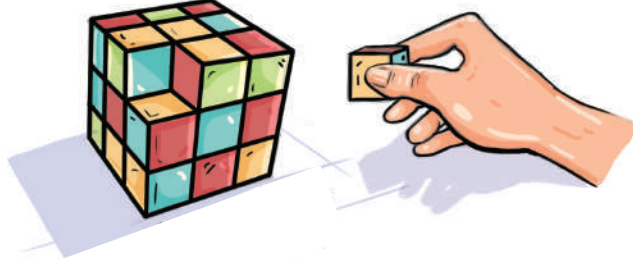
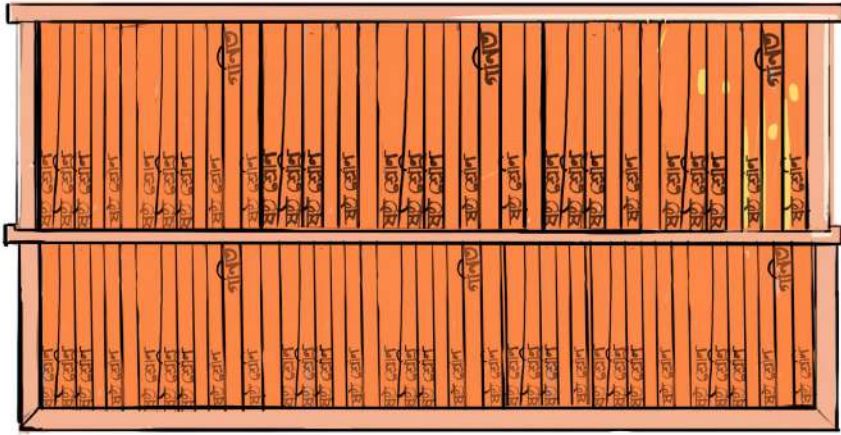
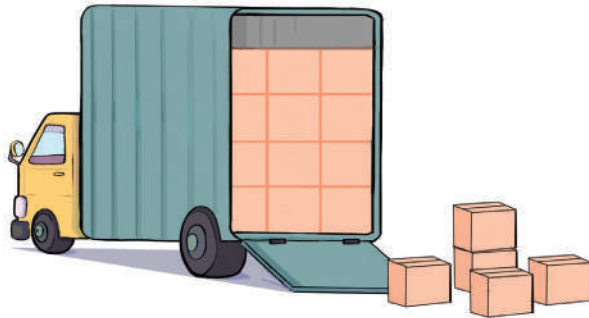
আয়তন পরিমাপে কেন একক প্রয়োজন?

অন্য দুই পরিমাপের ছোট বাক্সের আয়তনের সাথে বড় বাক্সটির আয়তনের সম্পর্ক নির্ণয় করো।

বড় বাক্সের আয়তন = ১৬ × ১ম ছোট বাক্সের আয়তন = ১৬ × ১ ঘন ইঞ্চি = ১৬ ঘন ইঞ্চি

অনুশীলনী

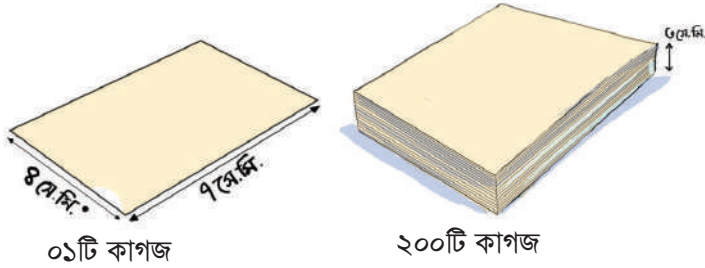
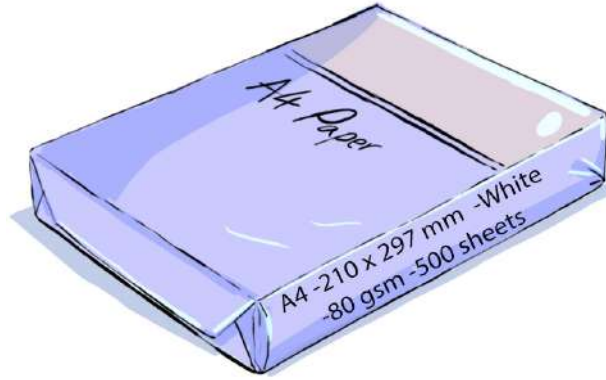
১) ছবিতে দেখানো পরিমাপ অনুসারে কাগজ কেটে এবং ভাঁজ করে স্কচটেপ দিয়ে আটকে আয়তাকার ঘনবস্তু তৈরি করো। আয়তাকার ঘনবস্তুটির আয়তন কত হবে?

২। নিচের চিত্রটি একটি আয়তাকার বাক্সের খোলা অবস্থার ছবি। ছবিতে দেখানো পরিমাপগুলো সেন্টিমিটার এককে প্রদত্ত।

ক) a, x, y এর মান নির্ণয় করো।

খ) বাক্সটির আয়তন নির্ণয় করো।

৩) ছবিতে দেখানো আকৃতিগুলোর প্রত্যেকটি তৈরি করতে কতগুলো ছোট ঘনক আকৃতির টুকরা প্রয়োজন?

৪) ৬ষ্ঠ শ্রেণির গণিত বই দিয়ে তোমার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের লাইব্রেরির বুকশেলফের একটি তাক পূরণ করতে কতগুলো বই লাগবে তা নির্ণয় করো।

৫) একটি ট্রাকে ১২ ফুট × ৬ ফুট × ৮ ফুট জায়গায় কার্টন ভরে পরিবহন করা যায়। প্রতিটি কার্টনের আকার ২ ফুট × ২ ফুট × ১ ফুট হলে মোট কয়টি কার্টন পরিবহন সম্ভব?

৬) নিচের চিত্রের কাগজটির মতো ২০০টি কাগজ একটির উপর আরেকটি রেখে একটি কাগজের স্তুপ তৈরি করা হলো।

ক) কাগজের স্তুপটির আয়তন কত হবে?

খ) একটি কাগজের পুরুত্ব কত?

০১টি কাগজ   ২০০টি কাগজ

৭। নিচের ছবিতে এফোর সাইজের কাগজের একটি প্যাকেট দেখা যাচ্ছে।

প্যাকেটে কী কী লেখা আছে দেখো এবং সেই অনুসারে নিচের সারণিটি পূরণ করো। প্রয়োজনে শিক্ষকের সহায়তা নাও।

একটি কাগজের দৈর্ঘ্য (মিলিমিটারে)	একটি কাগজের প্রস্থ (মিলিমিটারে)	কাগজের রং	কাগজের প্রতি বর্গমিটারে ওজন (গ্রামে)	প্রতি প্যাকেটে কাগজ সংখ্যা

এবার নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও

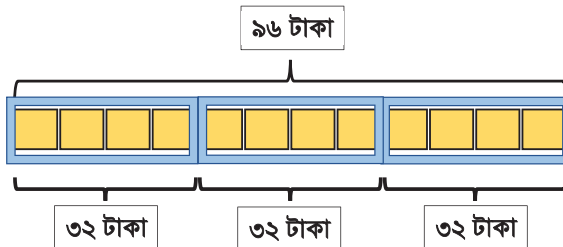
ক) একটি কাগজের ওজন কত?

খ) পুরো প্যাকেটের ওজন কত?

গ) প্যাকেটটি কতটুকু উঁচু তা পরিমাপ করে তুমি কি একটি কাগজের পুরুত্ব নির্ণয় করতে পারবে?

ঐকিক নিয়ম শতকরা এবং অনুপাত

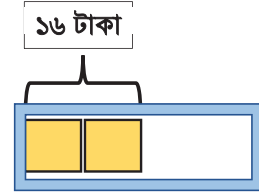
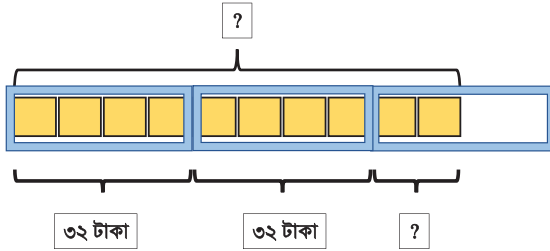
ঐকিক নিয়ম Unitary Method

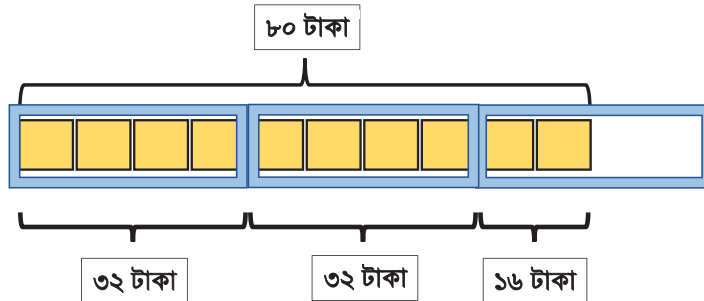
ডিমের দোকানে একদিন

‘আরে এটা কোনো ব্যাপার নাকি। ১০টি ডিম মানে ২ হালি = ২×৪=৮টি থেকে আর২টি ডিম বেশি হবে।

‘আরে এটা তো আরও সহজ হলো। কিন্তু যদি আমি ১০টি ডিম কিনতে চাই তখন তো পুরো ৩ হালি হবে না, ২টি ডিম কম থাকবে। তখন কীভাবে দাম জানব?’

২ হালি ডিমের দাম হবে =২×৩২ = ৬৪ টাকা। আর, ৪টি ডিমে এক হালি হলে ২টি ডিমে হবে এক হালির অর্ধেক। এটাকে তুমি এক জোড়া ডিমও বলতে পারো।

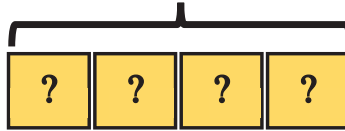
?

৩২ টাকা ৩২ টাকা ?

১৬ টাকা

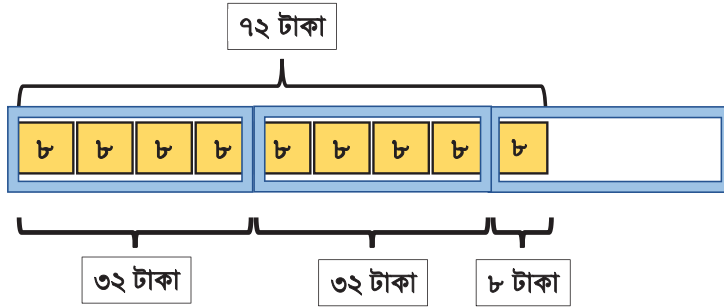
আর, ২টি ডিমের দাম হবে এক হালির দামের অর্ধেক মানে ৩২÷২ =১৬ টাকা। এবার, খুব সহজেই ২ হালির দামের সাথে এক হালির অর্ধেকের দাম যোগ করে ১০টি ডিমের দাম পাবে =৬৪+১৬= ৮০ টাকা।’

মিনার খুবই পছন্দ হলো দোকানদারের পদ্ধতি। কিন্তু তার মনে তবুও একটা প্রশ্ন ছিল।

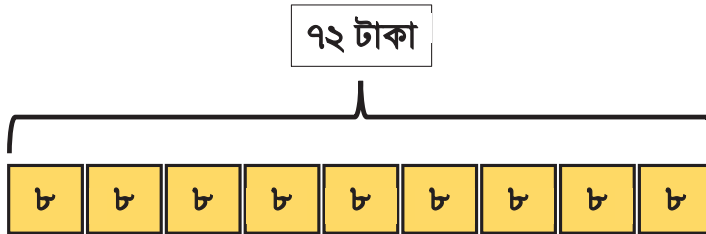
'আচ্ছা কেউ যদি ৯টি ডিম কিনতে চায় তাহলে কী হবে? তখন তো আর ২ হালি থেকে ১টি ডিম বেশি থাকবে। তাহলে তখন অর্ধেক হালি বা এক জোড়া এভাবে অর্ধেক করা যাবে না।

'এজন্যেই ডিম হালি বা জোড়ায় জোড়ায় বিক্রি করলে হিসাবে সুবিধা হয়। তবে কেউ যদি ৯টি ডিম কিনতেই চায় তাহলে ১টি ডিমের দাম হিসাব করাই লাগবে।'

মিনা চিন্তা করে দেখল :
এক হালি বা ৪টি ডিমের দাম = ৩২ টাকা

তাহলে, ১টি ডিমের দাম হবে = ৩২÷৪ = ৮ টাকা

তাহলে, ৯টি ডিমের দাম

= (২×৪+১)টি ডিমের দাম
= ২ হালি ডিমের দাম + ১টি ডিমের দাম
= ২×৩২ টাকা +৮ টাকা
= ৬৪ টাকা + ৮ টাকা
= ৭২ টাকা

এবার, মিনা একটা মজার ব্যাপার লক্ষ করল। ১টি ডিমের দাম জানা থাকলে আসলে কত হালি হচ্ছে এগুলো কিছুই জানা দরকার হয় না। সরাসরি কতগুলো ডিম লাগবে সেই সংখ্যা দিয়ে গুণ করেই দামটা পাওয়া যায়।

যেমন, ৯টি ডিমের দাম = ৯× ১টি ডিমের দাম = ৯×৮ টাকা = ৭২ টাকা

এবার একটা মজার কাজ আছে তোমার জন্য। নিচের ধাপ অনুসারে কাজগুলো করো এবং সমগ্র কাজের বিস্তারিত বর্ণনা খাতায় লিখে ও ছবি এঁকে পরবর্তী ক্লাসে শিক্ষককে দেখাও।

- কোনো একটি মাসে তোমার বাড়িতে সবাই মিলে মোট কতটি ডিম খাওয়া হয়েছে সেটা হিসাব করো। প্রয়োজনে অভিভাবকের সহায়তা নাও।
- এবার তোমার এলাকার কোনো একটি দোকানে গিয়ে ডিমের ডজন কত দামে বিক্রি হয় তা জিজ্ঞেস করে জেনে নাও। তুমি কি খাতা-কলম ছাড়াই দোকানে দাঁড়িয়েই বের করতে পারবে ঐ মাসে ডিম কেনার জন্য তোমাদের কত খরচ হয়েছে ?
- বাড়িতে ফিরে খাতা-কলম নিয়ে ছবির মাধ্যমে খরচের হিসাব করে দোকানে থাকা অবস্থায় তোমার হিসাব সঠিক ছিল কিনা নিশ্চিত করো।
- ঐ এক মাসের হিসাব থেকেই তোমার পরিবারে সারাবছরের ডিম কেনার জন্য কত টাকা খরচ হয় সেটা বের করো ?
- ডিমের দাম প্রতিমাসে একই না হলে সারাবছরের হিসাব করতে কী ধরনের সমস্যা হতে পারে বলে তুমি মনে করো ?

দেয়াল রং করি

- ৬ জন লোকে একটি দেয়াল রং করতে চায়।

এক্ষেত্রে ধরে নিতে হবে যে প্রতিটি লোকই একদিনে দেয়ালের একই পরিমাণ জায়গা রং করতে পারে। এবার, সারণি থেকে দেখে নাও কীভাবে ৬ জন লোকে সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে পারে।

১ম লোক (দিন-১)	১ম লোক (দিন-২)	১ম লোক (দিন-৩)	১ম লোক (দিন-৪)	১ম লোক (দিন-৫)	১ম লোক (দিন-৬)	১ম লোক (দিন-৭)	১ম লোক (দিন-৮)	১ম লোক (দিন-৯)
২য় লোক (দিন-১)	২য় লোক (দিন-২)	২য় লোক (দিন-৩)	২য় লোক (দিন-৪)	২য় লোক (দিন-৫)	২য় লোক (দিন-৬)	২য় লোক (দিন-৭)	২য় লোক (দিন-৮)	২য় লোক (দিন-৯)
৩য় লোক (দিন-১)	৩য় লোক (দিন-২)	৩য় লোক (দিন-৩)	৩য় লোক (দিন-৪)	৩য় লোক (দিন-৫)	৩য় লোক (দিন-৬)	৩য় লোক (দিন-৭)	৩য় লোক (দিন-৮)	৩য় লোক (দিন-৯)
৪র্থ লোক (দিন-১)	৪র্থ লোক (দিন-২)	৪র্থ লোক (দিন-৩)	৪র্থ লোক (দিন-৪)	৪র্থ লোক (দিন-৫)	৪র্থ লোক (দিন-৬)	৪র্থ লোক (দিন-৭)	৪র্থ লোক (দিন-৮)	৪র্থ লোক (দিন-৯)
৫ম লোক (দিন-১)	৫ম লোক (দিন-২)	৫ম লোক (দিন-৩)	৫ম লোক (দিন-৪)	৫ম লোক (দিন-৫)	৫ম লোক (দিন-৬)	৫ম লোক (দিন-৭)	৫ম লোক (দিন-৮)	৫ম লোক (দিন-৯)
৬ষ্ঠ লোক (দিন-১)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-২)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৩)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৪)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৫)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৬)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৭)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৮)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৯)

অর্থাৎ, তারা ৯ দিনে সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে পারে।

■ **এবার, ভেবে দেখো তো সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে একজন লোকের কত সময় লাগবে?**

বুঝতেই পারছ অনেক বেশি সময় লাগবে। কিন্তু ঠিক কতটা বেশি সময় লাগবে সেটা ছবিতেই দেখো।

১ম লোক (দিন-১)	১ম লোক (দিন-৭)	১ম লোক (দিন-১৩)	১ম লোক (দিন-১৯)	১ম লোক (দিন-২৫)	১ম লোক (দিন-৩১)	১ম লোক (দিন-৩৭)	১ম লোক (দিন-৪৩)	১ম লোক (দিন-৫৯)
১ম লোক (দিন-২)	১ম লোক (দিন-৮)	১ম লোক (দিন-১৪)	১ম লোক (দিন-২০)	১ম লোক (দিন-২৬)	১ম লোক (দিন-৩২)	১ম লোক (দিন-৩৮)	১ম লোক (দিন-৪৪)	১ম লোক (দিন-৫০)
১ম লোক (দিন-৩)	১ম লোক (দিন-৯)	১ম লোক (দিন-১৫)	১ম লোক (দিন-২১)	১ম লোক (দিন-২৭)	১ম লোক (দিন-৩৩)	১ম লোক (দিন-৩৯)	১ম লোক (দিন-৪৫)	১ম লোক (দিন-৫১)
১ম লোক (দিন-৪)	১ম লোক (দিন-১০)	১ম লোক (দিন-১৬)	১ম লোক (দিন-২২)	১ম লোক (দিন-২৮)	১ম লোক দিন-৩৪)	১ম লোক (দিন-৪০)	১ম লোক (দিন-৪৬)	১ম লোক (দিন-৫২)
১ম লোক (দিন-৫)	১ম লোক (দিন-১১)	১ম লোক (দিন-১৭)	১ম লোক (দিন-২৩)	১ম লোক (দিন-২৯)	১ম লোক (দিন-৩৫)	১ম লোক (দিন-৪১)	১ম লোক (দিন-৪৭)	১ম লোক (দিন-৫৩)
১ম লোক (দিন-৬)	১ম লোক (দিন-১২)	১ম লোক (দিন-১৮)	১ম লোক (দিন-২৪)	১ম লোক (দিন-৩০)	১ম লোক (দিন-৩৬)	১ম লোক (দিন-৪২)	১ম লোক (দিন-৪৮)	১ম লোক (দিন-৫৪)

সারণিতে দেখা যাচ্ছে মাত্র ১ জন লোক সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করছে তখন তাকে যখন ৬ জন লোকের কাজ একাই করতে হচ্ছে । তাই ৬ গুণ বেশি সময় লেগেছে।
ফলে, সম্পূর্ণ দেয়ালটি ১ জন লোক রং করেছে = ৯ × ৬ দিনে বা ৫৪ দিনে।

এখানে ৬ জন লোক সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে যে সময় লাগে সেই সময়কে ৯ দ্বারা গুণ করে ১ জন লোকের জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

■ **এখন যদি ৩ জন লোককে সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে বলা হয় তাহলে কত সময় লাগবে?**

অবশ্যই ১ জন লোকের চেয়ে কম সময় লাগবে। কিন্তু ঠিক কতটা কম সময় লাগবে সেটা ছবিতেই দেখো।

১ম লোক (দিন-১)	১ম লোক (দিন-২)	১ম লোক (দিন-৩)	১ম লোক (দিন-৪)	১ম লোক (দিন-৫)	১ম লোক (দিন-৬)	১ম লোক (দিন-৭)	১ম লোক (দিন-৮)	১ম লোক (দিন-৯)
২য় লোক (দিন-১)	২য় লোক (দিন-২)	২য় লোক (দিন-৩)	২য় লোক (দিন-৪)	২য় লোক (দিন-৫)	২য় লোক (দিন-৬)	২য় লোক (দিন-৭)	২য় লোক (দিন-৮)	২য় লোক (দিন-৯)
৩য় লোক (দিন-১)	৩য় লোক (দিন-২)	৩য় লোক (দিন-৩)	৩য় লোক (দিন-৪)	৩য় লোক (দিন-৫)	৩য় লোক (দিন-৬)	৩য় লোক (দিন-৭)	৩য় লোক (দিন-৮)	৩য় লোক (দিন-৯)
১ম লোক (দিন-১০)	১ম লোক (দিন-১১)	১ম লোক (দিন-১২)	১ম লোক (দিন-১৩)	১ম লোক (দিন-১৪)	১ম লোক (দিন-১৫)	১ম লোক (দিন-১৬)	১ম লোক (দিন-১৭)	১ম লোক (দিন-১৮)
২য় লোক (দিন-১০)	২য় লোক (দিন-১১)	২য় লোক (দিন-১২)	২য় লোক (দিন-১৩)	২য় লোক (দিন-১৪)	২য় লোক (দিন-১৫)	২য় লোক (দিন-১৬)	২য় লোক (দিন-১৭)	২য় লোক (দিন-১৮)
৩য় লোক (দিন-১০)	৩য় লোক (দিন-১১)	৩য় লোক (দিন-১২)	৩য় লোক (দিন-১৩)	৩য় লোক (দিন-১৪)	৩য় লোক (দিন-১৫)	৩য় লোক (দিন-১৬)	৩য় লোক (দিন-১৭)	৩য় লোক (দিন-১৮)

সারণিতে দেখা যাচ্ছে, ৩ জন লোক যখন সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করছে তখন ১ জনের কাজ ৩ জনে ভাগ করে নিয়েছে। তাই সময়ও লেগেছে ১ জন লোকের প্রয়োজনীয় সময়ের ৩ ভাগের ১ ভাগ।

অর্থাৎ, ৩ জন লোকের সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে লাগে = $\frac{৫৪}{৩}$ দিন বা ১৮ দিন।

এখানে একজন লোকের সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে যে সময় লাগে সেই সময়কে ৫ দ্বারা ভাগ করে ৫ জন লোকের জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

লোক সংখ্যা কমলে কাজ সম্পন্ন করার দিন বেড়ে যায় আবার লোকসংখ্যা বাড়লে দিন কমে যায়।

খাদ্য সমস্যা

- **একটি ছাত্রাবাসে ৫০ জন ছাত্রের জন্য ৪ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২০ জন ছাত্রের কতদিন চলবে?**

এক্ষেত্রে ধরে নিতে হবে যে প্রতিটি ছাত্র একদিনে একই পরিমাণ খাবার খেতে পারে।

এবার, সারণি থেকে দেখে নাও কীভাবে ৫০ জন ছাত্র ছাত্রাবাসের মজুদ থাকা সব খাদ্য খেতে পারে।

১ম ছাত্র (দিন-১)	১ম ছাত্র (দিন-২)	১ম ছাত্র (দিন-৩)	১ম ছাত্র (দিন-৪)
২য় ছাত্র (দিন-১)	২য় ছাত্র (দিন-২)	২য় ছাত্র (দিন-৩)	২য় ছাত্র (দিন-৪)
৩য় ছাত্র (দিন-১)	৩য় ছাত্র (দিন-২)	৩য় ছাত্র (দিন-৩)	৩য় ছাত্র (দিন-৪)
৪র্থ ছাত্র (দিন-১)	৪র্থ ছাত্র (দিন-২)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৩)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৪)
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
৪৮তম ছাত্র (দিন-১)	৪৮তম ছাত্র (দিন-২)	৪৮তম ছাত্র (দিন-৩)	৪৮তম ছাত্র (দিন-৪)
৪৯ তম ছাত্র (দিন-১)	৪৯ তম ছাত্র (দিন-২)	৪৯ তম ছাত্র (দিন-৩)	৪৯ তম ছাত্র (দিন-৪)
৫০ তম ছাত্র (দিন-১)	৫০ম ছাত্র (দিন-২)	৫০ম ছাত্র (দিন-৩)	৫০ম ছাত্র (দিন-৪)

এবার ভেবে দেখো তো ঐ পরিমাণ খাদ্য মাত্র একজন ছাত্র কয়দিনে খেতে পারবে।

সবার খাদ্য সে একাই খাবে কাজেই আরও অনেক বেশিদিন খেতে পারবে। কতদিন সেটা সারণিতে দেখে নাও।

১ম ছাত্র (দিন-১)	১ম ছাত্র (দিন-৫১)	১ম ছাত্র (দিন-১০১)	১ম ছাত্র (দিন-১৫১)
১ম ছাত্র (দিন-২)	১ম ছাত্র (দিন-৫২)	১ম ছাত্র (দিন-১০২)	১ম ছাত্র (দিন-১৫২)
১ম ছাত্র (দিন-৩)	১ম ছাত্র (দিন-৫৩)	১ম ছাত্র (দিন-১০৩)	১ম ছাত্র (দিন-১৫৩)
১ম ছাত্র (দিন-৪)	১ম ছাত্র (দিন-৫৪)	১ম ছাত্র (দিন-১০৪)	১ম ছাত্র (দিন-১৫৪)
...	...	...	...
...	...	...	...
১ম ছাত্র (দিন-৪৮)	১ম ছাত্র (দিন-৯৮)	১ম ছাত্র (দিন-১৪৮)	১ম ছাত্র (দিন-১৯৮)
১ম ছাত্র (দিন-৪৯)	১ম ছাত্র (দিন-৯৯)	১ম ছাত্র (দিন-১৪৯)	১ম ছাত্র (দিন-১৯৯)
১ম ছাত্র (দিন-৫০)	১ম ছাত্র (দিন-১০০)	১ম ছাত্র (দিন-১৫০)	১ম ছাত্র (দিন-২০০)

অর্থাৎ, এই পরিমাণ খাদ্যে ১ জনের চলবে আরও ৫০ গুণ বেশি দিন।

তাহলে ১ জন ছাত্রের খাদ্য আছে = ৫০ × ৪ দিনের বা ২০০ দিনের।

আবার, ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২০ জন ছাত্রের আরও কম দিন চলবে।

খেয়াল করো ২০ জনকে আসলে একজনের মোট ২০০ দিনের খাদ্য খেতে হবে।

তাহলে, এবার সারণিতে ২০ জন ছাত্রের কতদিন চলবে সেটা বের করে খালিঘর (□) পূরণ করো।

১ম ছাত্র (দিন-১)	১ম ছাত্র (দিন-২)	১ম ছাত্র (দিন-৩)	১ম ছাত্র (দিন-৪)	...	...	১ম ছাত্র (দিন-□)
২য় ছাত্র (দিন-১)	২য় ছাত্র (দিন-২)	২য় ছাত্র (দিন-৩)	২য় ছাত্র (দিন-৪)	...	...	২য় ছাত্র (দিন-□)
৩য় ছাত্র (দিন-১)	৩য় ছাত্র (দিন-২)	৩য় ছাত্র (দিন-৩)	৩য় ছাত্র (দিন-৪)	...	...	৩য় ছাত্র (দিন-□)
৪র্থ ছাত্র (দিন-১)	৪র্থ ছাত্র (দিন-২)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৩)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৪)	...	...	৪র্থ ছাত্র (দিন-□)
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
১৮তম ছাত্র (দিন-১)	১৮তম ছাত্র (দিন-২)	১৮তম ছাত্র (দিন-৩)	১৮তম ছাত্র (দিন-৪)	...	...	১৮তম ছাত্র (দিন-□)
১৯তম ছাত্র (দিন-১)	১৯তম ছাত্র (দিন-২)	১৯তম ছাত্র (দিন-৩)	১৯তম ছাত্র (দিন-৪)	...	...	১৯তম ছাত্র (দিন-□)
২০তম ছাত্র (দিন-১)	২০তম ছাত্র (দিন-২)	২০তম ছাত্র (দিন-৩)	২০তম ছাত্র (দিন-৪)	...	...	২০তম ছাত্র (দিন-□)

একটু খেয়াল করলেই বুঝতে পারবে যে,

১ জন ছাত্রের যতদিন চলবে ২০ জন ছাত্রের চলবে তার ২০ ভাগের এক ভাগ। কারণ, এক্ষেত্রে ১ জনের খাদ্য ২০ জনে ভাগ করে খাবে।

তাহলে, ২০ জন ছাত্রের খাদ্য আছে = $\frac{৫০\times৪}{২০} = \frac{২০০}{২০} = ১০$ দিনের

একই পরিমাণ খাদ্যে ছাত্র সংখ্যা কমলে বেশি দিন চলে আর ছাত্র সংখ্যা বাড়লে কম দিন চলে।

ঐকিক নিয়মে কখন গুণ আর কখন ভাগ করা হচ্ছে সেটা কি বুঝতে পেরেছ?

এখন নিচের বাস্তব সমস্যাগুলি ছবির মাধ্যমে সমাধান করো।

১) ৭ কেজি চালের দাম ২৮০ টাকা হলে, ১৫ কেজি চালের দাম কত?

২) একটি ছাত্রাবাসে ৫০ জন ছাত্রের জন্য ১৫ দিনের খাদ্য মজুদ আছে । ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২৫ জন ছাত্রের কতদিন চলবে?

৩) শফিক দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে ১২ দিনে ৪৮০ কিমি অতিক্রম করে। দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে সে কত দিনে ৩৬০ কিমি অতিক্রম করবে?

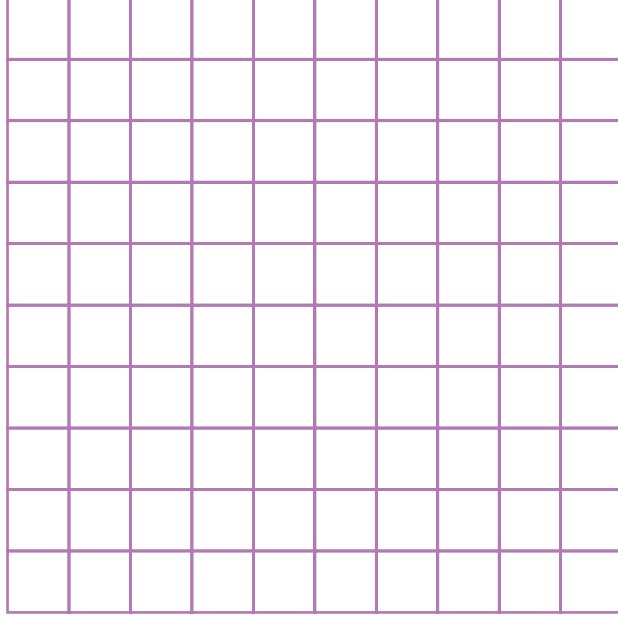
৪) ৬ জন লোক ২৮ দিনে কোনো জমির ফসল কাটতে পারে। ২৪ জন লোক কত দিনে ঐ জমির ফসল কাটতে পারে?

- তোমার চারপাশে বাস্তব জীবনে ঘটে এরকম একটি ঘটনা খুঁজে বের করো যেখানে ঐকিক নিয়ম প্রয়োগে সমাধান পাওয়া যায়।
- তারপর সমস্যা ও সমাধান প্রক্রিয়ার বিবরণ ও ছবি পোস্টার কাগজে লিখে ও এঁকে পরবর্তী ক্লাসে শিক্ষক ও সহপাঠীদের সামনে উপস্থাপন করো।

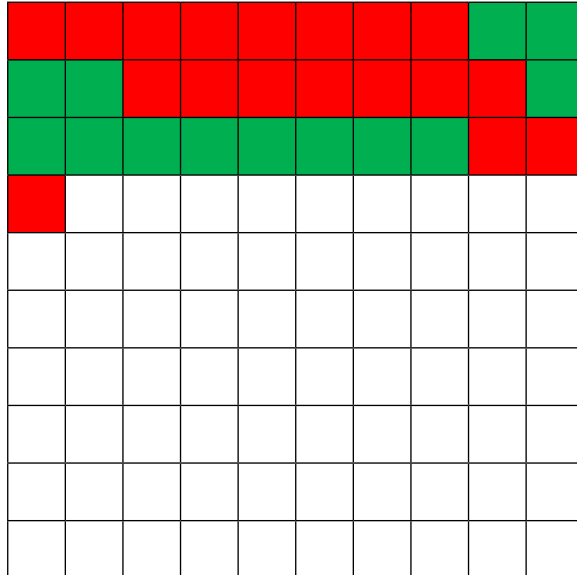
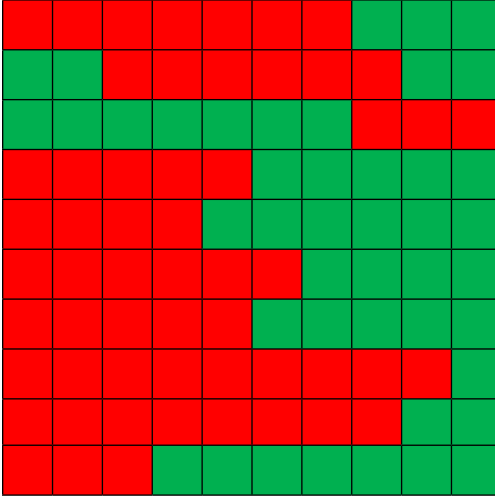
শতকরা (Percentage)

শতগ্রিডে শতকরা উপকরণ:

- প্রয়োজনীয় সংখ্যক A4 সাইজের কাগজ (প্রতিটিতে ১০০ ঘরের ছক বিশিষ্ট)
- প্রয়োজনীয় সংখ্যক ১-১০ পর্যন্ত লেখা ১০টি কাগজের ছোট টুকরা
- প্রয়োজনীয় সংখ্যক রং পেন্সিল (দুই রঙের)

- আজ আমরা একটি মজার খেলা খেলব। খেলাটি খেলতে হবে জোড়ায় জোড়ায়।
- প্রতি জোড়ার জন্য নিচের ছবির মতো একটি করে এফোর সাইজের কাগজে ১০০ ঘরের ছক তৈরি করে নাও। প্রয়োজনে শিক্ষকের সাহায্য নাও।

১০০ ঘরের ছক

- জোড়ার দুইজন শিক্ষার্থীর হাতে দুই রঙের রং পেন্সিল নাও।
- প্রতি জোড়ায় ১-১০ পর্যন্ত লেখা ১০টি কাগজের ছোট টুকরা তৈরি করো।
- এই ১০টি কাগজের টুকরা ভাঁজ করে দুইজনের মধ্যে লটারি করতে হবে। লটারিতে যে শিক্ষার্থী যে সংখ্যা পাবে সে ছকের ততগুলো ঘর তার হাতের রং পেন্সিল দিয়ে ভরাট করবে।

- তারপর আবার লটারি করো। এবারেও একইভাবে যার যার সংখ্যা অনুযায়ী হাতে থাকা রং পেন্সিল দিয়ে রং করো। এভাবে সবগুলো ঘর ভরাট হওয়া পর্যন্ত লটারির মাধ্যমে রং করতে থাকো।

- খেলতে খেলতে ছকের শেষ পর্যায়ে গিয়ে যে কয়টি ঘর বাঁকি থাকে লটারির মাধ্যমে তাকে সেই সংখ্যাটিই পেতে হবে। তাহলেই সে রং পেন্সিল দিয়ে ভরাট করতে পারবে। প্রয়োজনীয় সংখ্যাটি না পেলে পুনরায় লটারি করতে হবে।
- এখানে মোট ১০০টি ঘর ছিল। তোমরা নিজের রং পেন্সিল দিয়ে ভরাট করা ঘরগুলো গণনা করে দেখো কে কতগুলো করে ঘর রং করতে পেরেছ?
- দুইজনের রং করা ঘরের যোগফল কিন্তু ১০০ হবে। অর্থাৎ ১০০টার মধ্যে কে কতগুলো রং করেছ তা বের করো।
- যে রঙের ঘর বেশি হবে সেই বিজয়ী হবে।

মোট ঘর	জোড়ার ১ম শিক্ষার্থী	জোড়ার ২য় শিক্ষার্থী
১০০	৫৬	৪৪

- মোট ঘর ছিল ১০০টি। জোড়ার ১ম শিক্ষার্থী রং করতে পেরেছে ১০০ এর মধ্যে ৫৬টি, আর জোড়ার ২য় শিক্ষার্থী রং করতে পেরেছে ১০০ এর মধ্যে ৪৪টি।
- ব্যাপারটা আমরা এভাবে লিখতে পারি–
- জোড়ার ১ম শিক্ষার্থী রং করেছে ১০০ এর মধ্যে ৫৬টি বা $\frac{৫৬}{১০০}$ অংশ বা ৫৬%
- জোড়ার ২য় শিক্ষার্থী রং করেছে ১০০ এর মধ্যে ৪৪টি বা $\frac{৪৪}{১০০}$ অংশ বা ৪৪%

- ভাবছ এই প্রতীকটা আবার কী?

%

- এটা হচ্ছে শতকরার প্রতীক।

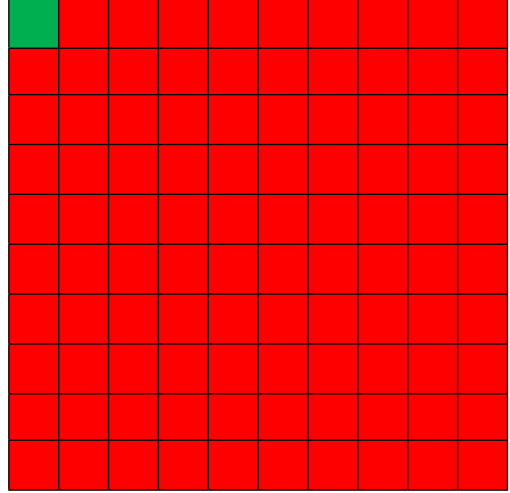
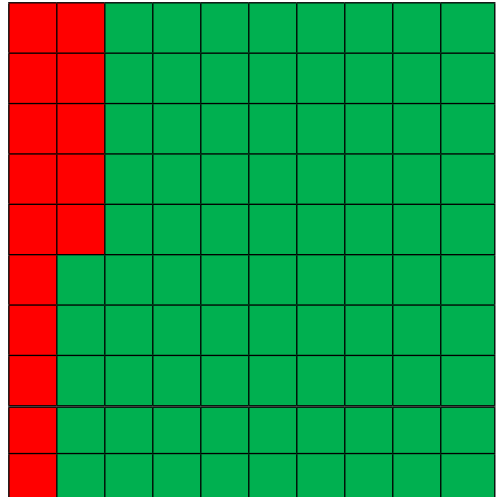
‘শতকরা হলো এমন একটি ভগ্নাংশ যার হর ১০০’
‘শতকরা’ নামটা থেকেই বোঝা যাচ্ছে যে এটা শত বা ১০০ এর সাথে সম্পর্কিত।

উপরের উদাহরণ থেকে দেখা যায়, ভগ্নাংশের হর ১০০ করা হলে লবের মান থেকে জানা যায় ১০০ এর মধ্যে কত অংশ, আর সেটাই হলো শতকরা।

আবার, % চিহ্ন দ্বারা ১০০ এর মধ্যে ১ অংশ বা $\frac{১}{১০০}$ বোঝানো হয়।

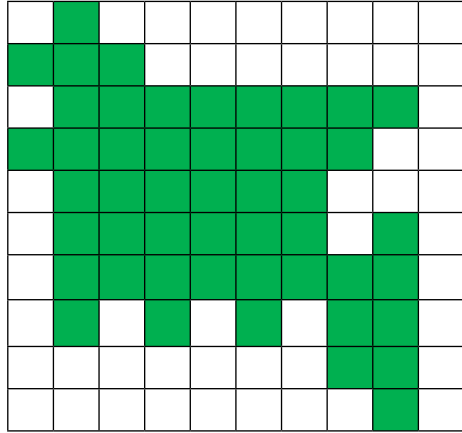
চিত্রে সবুজ রং দিয়ে % বা $\frac{১}{১০০}$ দেখানো হলো।

আবার,

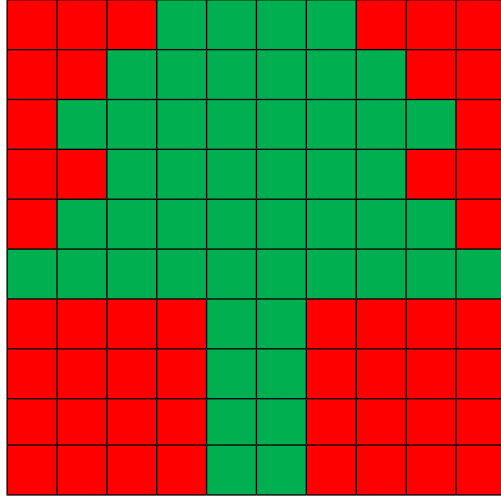
$১\% = \frac{১}{১০০}$ কেও একই চিহ্ন দিয়ে বোঝানো যায়।

- নিচের উদাহরণগুলো থেকে শতকরা প্রতীকের অর্থ ও ব্যবহার বুঝতে পারবে।

$১৫\% = \frac{১৫}{১০০}$

একক কাজ : এবার নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো

১) (ক) এখানে শতকরা কত অংশ সবুজ রং করা হয়েছে?

সবুজ রং করা হয়েছে = ☐ %

(খ) সবুজ রং করা আকৃতিটির নাম কী? তুমি কি আগে কখনো দেখেছ এমন আকৃতি?

তোমার উত্তর : ________________

২) নিচের ছবিগুলোতে সম্পূর্ণ অংশের শতকরা কত অংশ সবুজ রং এবং কত অংশ লাল রং করা হয়েছে?

ক) তোমার উত্তর, সবুজ রং করা অংশ = ______ %

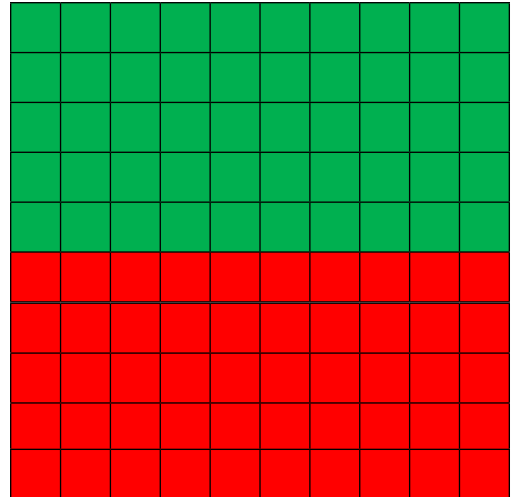
লাল রং করা অংশ = ______ %

(খ) সবুজ রং করা আকৃতিটির নাম কী? তুমি কি আগে কখনো দেখেছ এমন আকৃতি?

তোমার উত্তর: ______

গ)

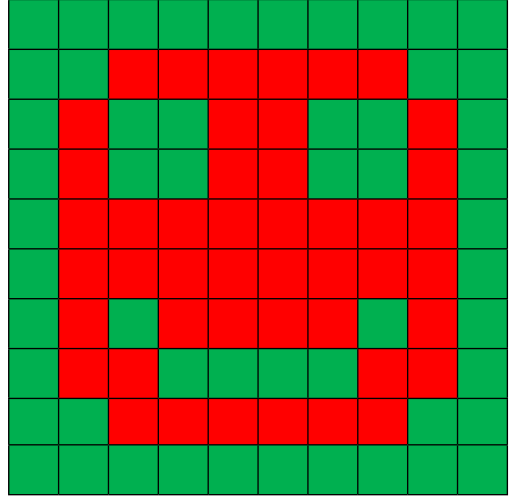
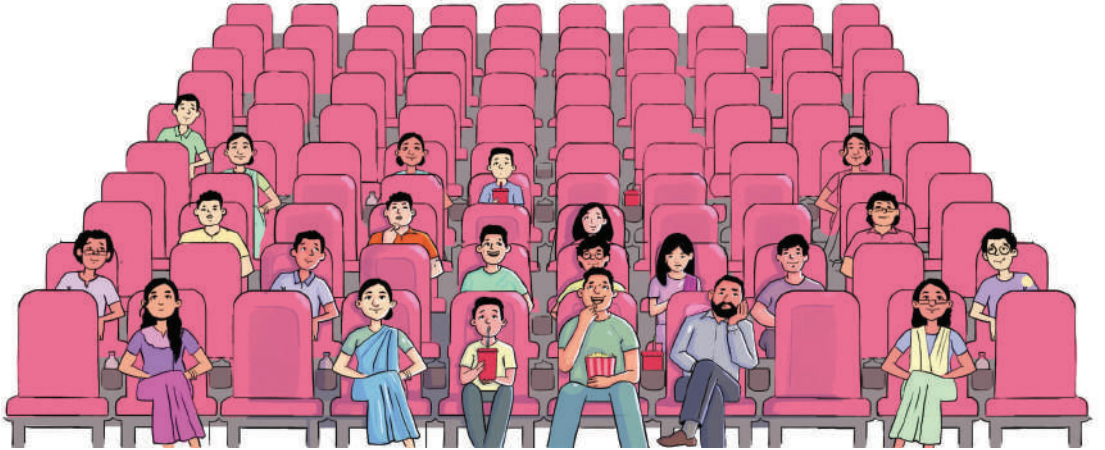
তোমার উত্তর,

সবুজ রং করা অংশ = ______ %

লাল রং করা অংশ = ______ %

ঘ)

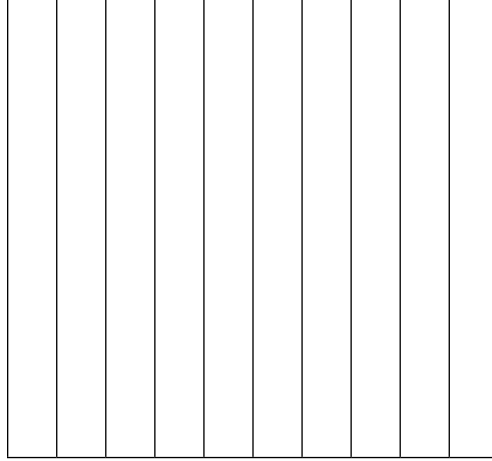
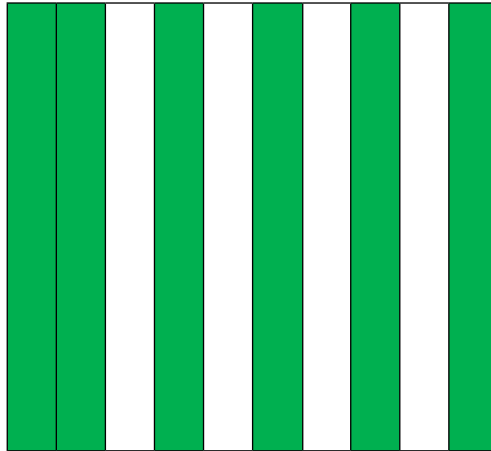
তোমার উত্তর,

সবুজ রং করা অংশ = ☐ %

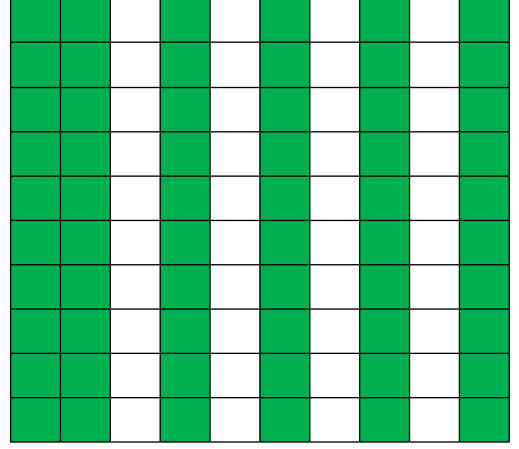
লাল রং করা অংশ = ☐ %

৩) নিচের ছবিতে দর্শকসারি বা গ্যালারির শতকরা কত অংশ দর্শকপূর্ণ আছে এবং শতকরা কত অংশ খালি আছে?

তোমার উত্তর, দর্শকপূর্ণ অংশ = ☐ %

খালি অংশ = ☐ %

ভগ্নাংশ ও শতকরার সম্পর্ক

- ছবির মতো করে ১০টি ঘরের আরেকটা ছক প্রত্যেকের খাতায় আঁকো।

- এবার তোমরা এখান থেকে যেকোনো ৬টি ঘর সবুজ রং করো।

এখন আমরা কীভাবে $\frac{৬}{১০}$ কে শতকরায় প্রকাশ করতে পারি?

সেক্ষেত্রে এর হর ১০০ বানাতে হবে। কীভাবে সম্ভব সেটা?

এবার ১০টি ঘরের প্রত্যেকটিকে ১০ ভাগে ভাগ করলে তুমি পাবে মোট ১০০টি ঘর।

এবার, চিত্র থেকে গুণে দেখো ১০০টি ঘরের মধ্যে মোট ৬০টি ঘর সবুজ রং করা আছে।

তাহলে, ১০টি ঘরের ৬টি ঘর রং করা মানে হলো $\frac{৬}{১০}$ বা $\frac{৬০}{১০০}$ রং করা বা ৬০% রং করা।

লক্ষ করো, উপরের পদ্ধতিতে ১০টি ঘরের প্রত্যেকটিকে ১০ ভাগে ভাগ করা এবং সমতুল ভগ্নাংশের ধারণা অনুসারে লব ও হরকে ১০ দ্বারা গুণ করা কিন্তু একই কথা।

সেক্ষেত্রেও আমরা একই ফলাফল পাই: $\frac{৬\times১০}{১০\times১০} = \frac{৬০}{১০০} =$ ৬০%

আবার, ১০০টি ঘরের $\frac{৬}{১০}$ অংশ $= ১০০ \times \frac{৬}{১০} = ১০ \times ৬০ =$ ৬টি ঘর

এভাবেও আমরা $\frac{৬}{১০}$ কে শতকরায় রূপান্তর করতে পারি।

এখন শতকরা সম্পর্কিত নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো।

১) নিচের ভগ্নাংশগুলো ছক কাগজে সবুজ রং করে শতকরায় প্রকাশ করো:

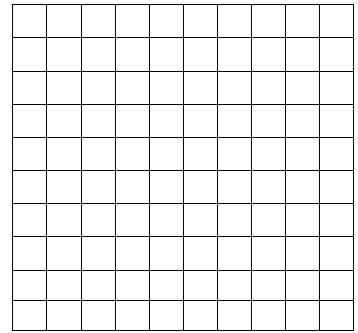
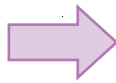
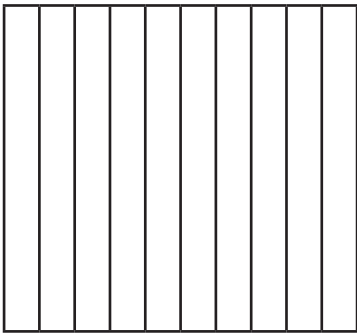
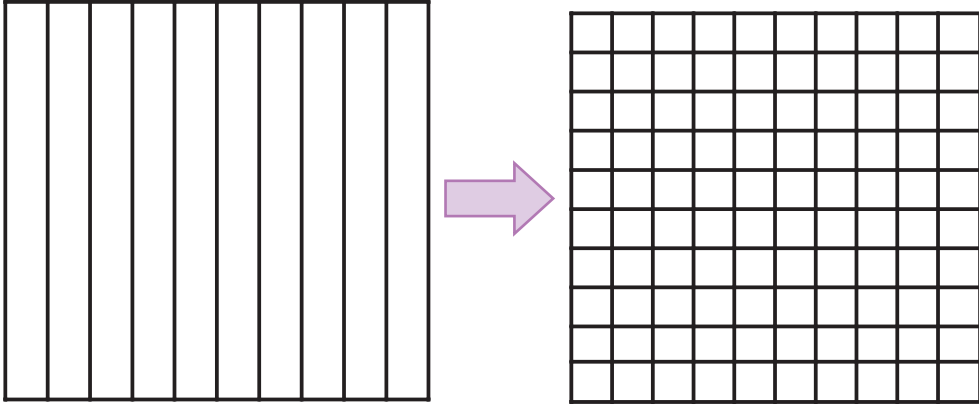
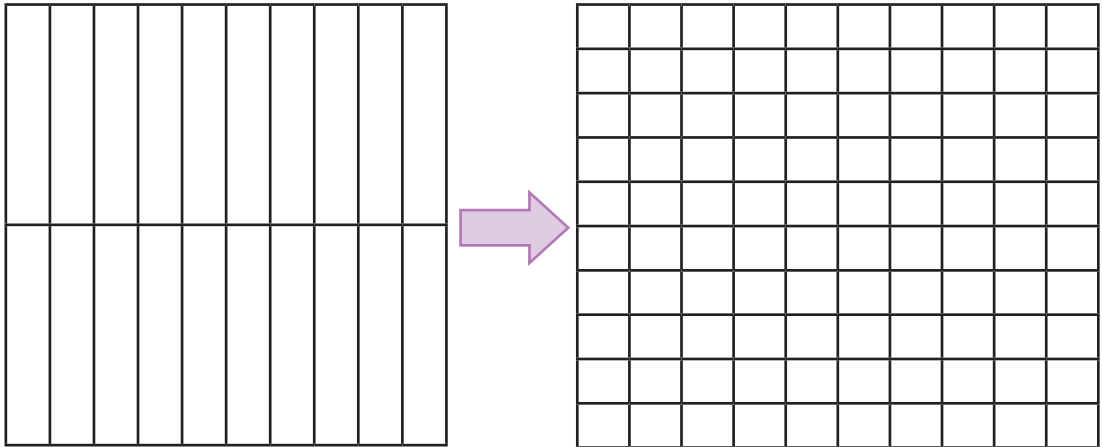
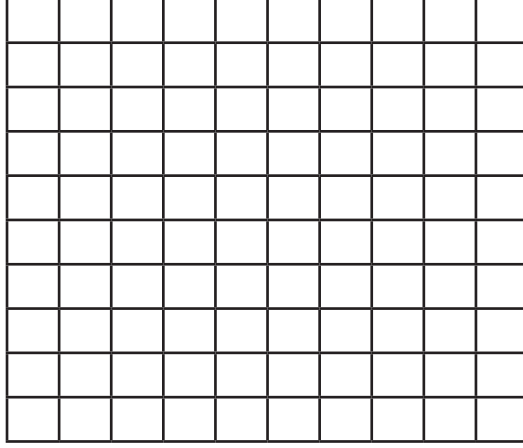
ক) $\frac{৩}{১০}$

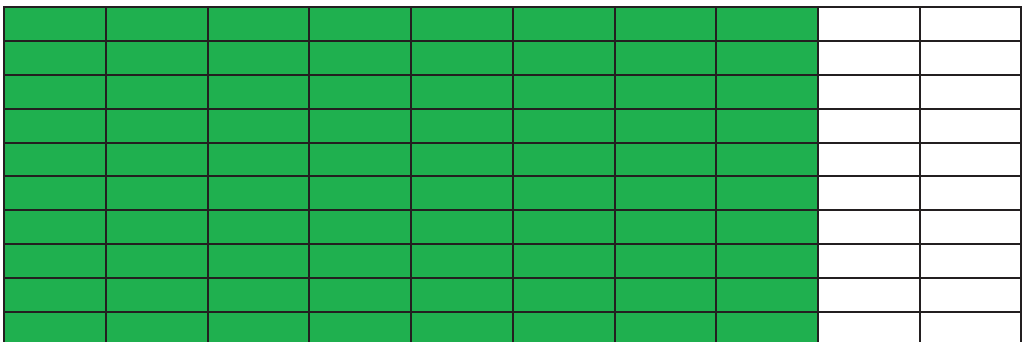
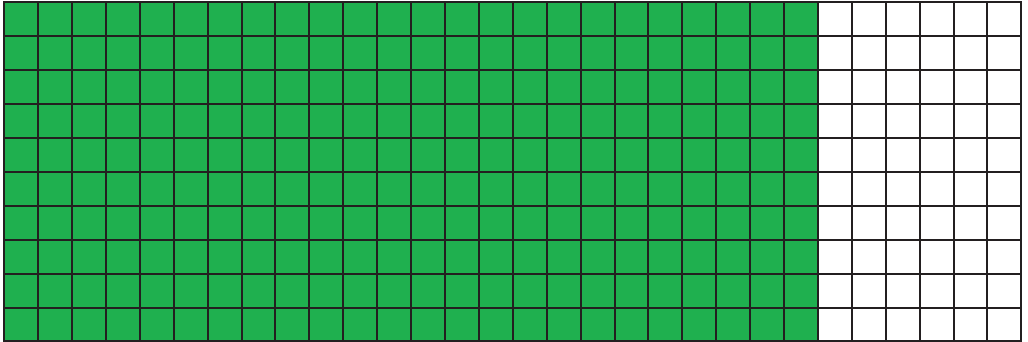
$\frac{৩}{১০} = \frac{\square}{১০০} = \square$%

খ) $\frac{১}{২}$

$$\frac{১}{২} = \frac{\square}{১০} = \frac{\square}{১০০} = \square\%$$

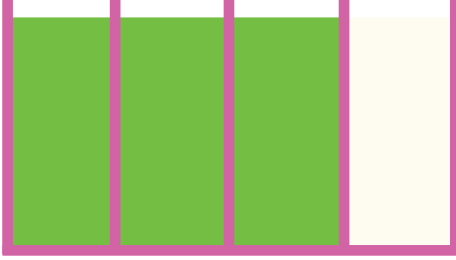
গ) $\frac{১}{৪}$

$\frac{১}{৪} = \frac{\square}{২০} = \frac{\square}{১০০} = \square$ আবার, $\frac{১}{৪} = \frac{১ \times \square}{৪ \times \square} = \frac{\square}{১০০} = \square$ %

ঘ) $\frac{৭}{২৫}$

$\frac{৭}{২৫} = \frac{\square}{১০০}$ বা, $১০০ \times \frac{৭}{২৫} = \square$ সুতরাং, $\frac{৭}{২৫} = \frac{\square}{১০০} = \square\%$

২) কোনো পরীক্ষায় মোট ৩০০ নম্বরের মধ্যে তুমি ২৪০ নম্বর পেয়েছ। তাহলে মোট নম্বরের শতকরা কত নম্বর পেলে?

ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে পাই: $\frac{২৪০}{৩০০} = \frac{\square}{১০০} = \square\%$

আবার, ১০০ এর মধ্যে প্রাপ্ত নম্বর হবে = $১০০ \times \frac{২৪০}{৩০০}\% = \square\%$

৩) ছবিতে একটি দেয়ালের অংশ রং করা হলো।

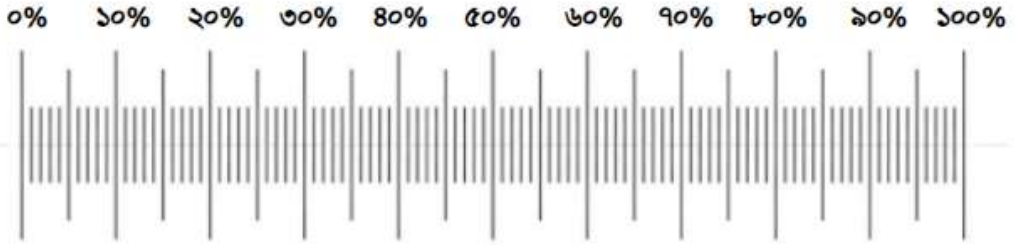
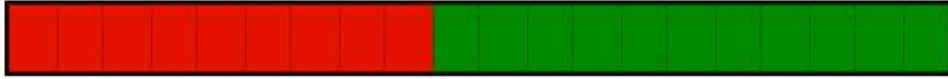
তাহলে, দেয়ালের শতকরা কত অংশ রং করা হয়েছে?

৪) নিচের ছবিটিতে মেয়ে শিশুর ছবি সম্পূর্ণ ছবির কত অংশ?

সম্পূর্ণ ছবিতে মেয়ে শিশুর ছবি হলো = $\square\% = \frac{\square}{১০০} = \frac{\square}{\square}$

তাহলে, সম্পূর্ণ ছবির $\frac{\square}{\square}$ অংশ হলো মেয়ে শিশুর ছবি।

৫) নিচের ছবিতে মোট আমের শতকরা কত অংশ কাঁচা আম?

বার মডেলে শতকরা

ছবিতে দেখানো স্কেল ব্যবহার করে বারগুলোর শতকরা কত অংশ সবুজ রং এবং শতকরা কত অংশ লাল রং করা আছে নির্ণয় করো:

চলো এখন একটা গল্প শুনি।

তিশার সিলেট ভ্রমণ

তিশা ২৫০০ টাকা নিয়ে খুলনা থেকে সিলেটে যাওয়ার বাসে উঠল। বাস ভাড়া দিতে হলো ৮০০ টাকা।

যাওয়ার পথে বাস থামলে তিশা কিছু খাবার কিনে খেলো।

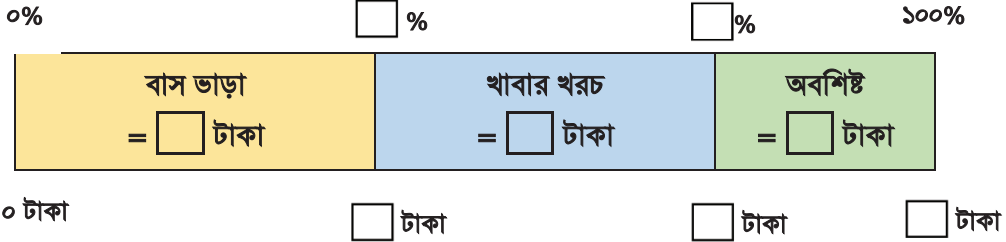
সিলেট পৌঁছানোর পর সে দেখল তার মোট টাকার শতকরা ৮০ ভাগই খরচ হয়ে গেছে।

এখন তুমি কি বলতে পারবে-

- বাস ভাড়া তিশার কাছে থাকা মোট টাকার শতকরা কত অংশ?
- তিশার মোট কত টাকা খরচ করেছে?
- তিশার কাছে কত টাকা অবশিষ্ট ছিল?
- তিশা কত টাকার খাবার খেয়েছিল?
- খাবার খরচ মোট টাকার শতকরা কত অংশ?
- খাবার খরচ মোট খরচের শতকরা অংশ?

‘বার মডেলে শতকরার ধারণা ব্যবহার করতে পারো।’

শুরুতে গল্প থেকে যে সব তথ্য পাওয়া গেলে সেগুলো বার মডেলে বসাই।

০%	□ %	□ %	১০০%
বাস ভাড়া = □ টাকা	খাবার খরচ = □ টাকা	অবশিষ্ট = □ টাকা	
০ টাকা	□ টাকা	□ টাকা	□ টাকা

কিন্তু শুধু গল্পের তথ্য দিয়েই সব খালিঘর পূরণ করা গেলো না।

এবার বার মডেল ব্যবহার করেই কিন্তু সবগুলো প্রশ্নের উত্তর খুঁজে পাবে আর খালিঘরও পূরণ হয়ে যাবে।

বাস ভাড়া মোট টাকার = $\frac{\text{বাস ভাড়া}}{\text{মোট টাকা}} \times$ ১০০% = $\frac{\square}{\square} \times$ ১০০% = □%

- তিশা মোট খরচ করেছে মোট টাকার □% = □ × $\frac{\square}{১০০}$ = □ টাকা।
- তাহলে, তিশার কাছে অবশিষ্ট ছিল = মোট টাকা – মোট খরচ = □ - □ = □ টাকা

তুমি চাইলে শতকরা পরিমাণ থেকেও তিশার কাছে অবশিষ্ট টাকার পরিমাণ নির্ণয় করতে পারো।

অবশিষ্ট টাকা মোট টাকার = ১০০% – □% = □%

সুতরাং, অবশিষ্ট টাকা মোট টাকার □% = □ এর □% = □ × $\frac{\square}{\square}$ = □ টাকা

- তিশার খাবার খরচ = মোট খরচ – বাস ভাড়া = □ - □ = □ টাকা

- খাবার খরচ মোট টাকার $= \frac{\text{খাবার খরচ}}{\text{মোট টাকা}} \times ১০০\% = \frac{\square}{\square} \times ১০০\% = \square\%$

  তুমি চাইলে খাবার খরচের পরিমাণ নির্ণয় না করেও শতকরা পরিমাণ থেকেই খাবার খরচ মোট টাকার শতকরা কত অংশ সেটা নির্ণয় করতে পারো।

  খাবার খরচের শতকরা পরিমাণ = মোট খরচের শতকরা পরিমাণ - বাস ভাড়ার শতকরা পরিমাণ

  অর্থাৎ, খাবার খরচ মোট টাকার $= \square\% - \square\% = \square\%$

- খাবার খরচ মোট খরচের $= \frac{\text{খাবার খরচ}}{\text{মোট খরচ}} \times ১০০\% = \frac{\square}{\square} \times ১০০\% = \square\%$

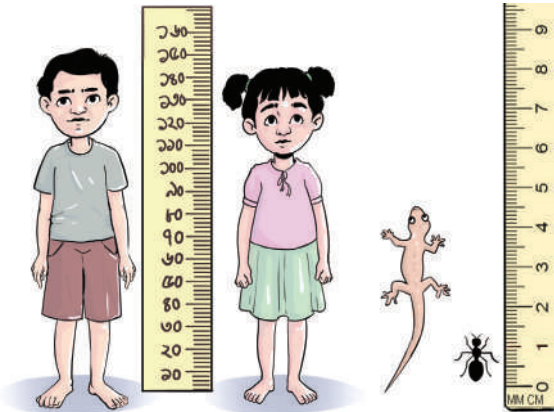
  তুমি চাইলে মোট খরচের পরিমাণ নির্ণয় না করেও শতকরা পরিমাণ থেকেই খাবার খরচ মোট খরচের শতকরা কত অংশ সেটা নির্ণয় করতে পারো।

খাবার খরচ মোট টাকার $= \square\% =$ মোট টাকা $\times \frac{\square}{১০০}$

এবং মোট খরচ মোট টাকার $= \square\% =$ মোট টাকা $\times \frac{\square}{১০০}$

তাহলে, খাবার খরচ মোট খরচের $= \left(\frac{\text{মোট টাকা} \times \frac{\square}{১০০}}{\text{মোট টাকা} \times \frac{\square}{১০০}}\right)\% = \left(\frac{\frac{\square}{১০০}}{\frac{\square}{১০০}}\right)\% = \frac{\square}{\square}\% = \square\%$

অনুপাত

দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রায়শই একই ধরনের দুইটি জিনিস তুলনা করে থাকি। যেমন ধরা যাক, নাবিলের উচ্চতা ১৫০ ও তার বোন নোভার উচ্চতা ১৪৩ সেমি। এখন কীভাবে তুমি দুইজনের উচ্চতার মধ্যে তুলনা করবে বলো তো? একটা উপায় হল বিয়োগ করে পার্থক্য বের করা। অর্থাৎ, নাবিলের উচ্চতা তার বোন নোভার চেয়ে (১৫০ – ১৪৩) সেমি বা ৭ সেমি বেশি। এবারে চলো একটি টিকটিকি ও একটি পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের তুলনা করি। মনে করো, টিকটিকির দৈর্ঘ্য ৮ সেমি এবং পিপড়ার দৈর্ঘ্য ১ সেমি। তাহলে এখানেও টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য (৮-১) সেমি বা ৭ সেমি।

এখানে দেখা যাচ্ছে, নাবিল ও নোভার উচ্চতার পার্থক্য এবং টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য একই। কিন্তু 'নাবিল ও নোভার উচ্চতার পার্থক্য ৭ সেমি' এই কথাটা থেকে তাদের উচ্চতার ব্যাপারে যে ধারণা পাওয়া যায় ; 'টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য ৭ সেমি' এই কথাটা থেকে যদি তুমি একই ধারণা পাও, তাহলে সেটা কতটুকু সঠিক হবে? তুমিই চিন্তা করে দেখো।

এর চেয়ে বরং কয়টি পিঁপড়া পরপর বসিয়ে একটি টিকটিকির দৈর্ঘ্যের সমান হয় সেটা জানলে এক্ষেত্রে আরও ভালো ধারণা পাওয়া যাবে।

তুমি টিকটিকির দৈর্ঘ্যকে পিঁপড়ার দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলে পাবে

অর্থাৎ, ৮টি পিঁপড়া পরপর বসিয়ে একটি টিকটিকির দৈর্ঘ্যের সমান হয়।

আবার এভাবেও বলতে পারো, টিকটিকির দৈর্ঘ্য পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের ৮ গুণ বা, টিকটিকি দৈর্ঘ্যে পিঁপড়ার তুলনায় ৮ গুণ বড়।

ভাগের মাধ্যমে কতগুণে বড় বা কতগুণে ছোট সেই বিষয়ক তুলনাকে অনুপাত বলা হয়।

অনুপাতের গাণিতিক প্রতীক হলো ':' চিহ্ন।

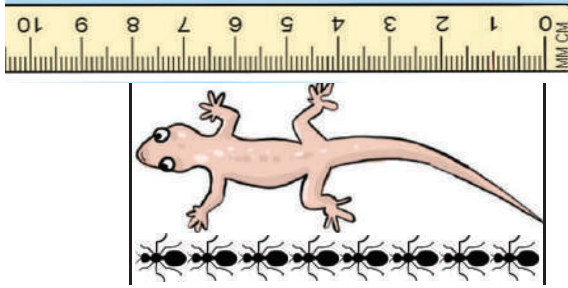
গাণিতিকভাবে লেখা হয়, টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত = ৮ : ১

আবার, পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যকে টিকটিকির দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলে পাবে: $\frac{১}{৮}$

অর্থাৎ, পিঁপড়ার দৈর্ঘ্য টিকটিকির দৈর্ঘ্যের ৮ ভাগের ১ ভাগের সমান। আবার এভাবেও বলতে পারো, পিঁপড়া দৈর্ঘ্যে টিকটিকির তুলনায় ৮ গুণ ছোট।

গাণিতিকভাবে লেখা হয়, পিঁপড়া ও টিকটিকির দৈর্ঘ্যের অনুপাত = ১ : ৮

কাজেই অনুপাত মূলত একটি ভগ্নাংশ।

এই অনুপাত থেকে কী বোঝা যায় সেটা ছবি দেখে আরও ভালোভাবে বুঝতে পারবে।

- এমন আরও কয়েকটি ঘটনা খুঁজে বের করো যেখানে পার্থক্যের চেয়ে ভাগ করে বা অনুপাতের মাধ্যমে তুলনা করা সুবিধাজনক।
- প্রতিটি ঘটনার ক্ষেত্রে যাদের তুলনা করা হচ্ছে তাদের পার্থক্য এবং অনুপাত দুটিই নির্ণয় করো।
- কেন অনুপাতের মাধ্যমে তুলনা সুবিধাজনক সে সম্পর্কে তোমার যুক্তি দাও।
- প্রতিটি ঘটনায় অনুপাত থেকে কী বোঝা যায় সেটা ছবিতে এঁকে প্রকাশ করো।
  (উপরের টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাতের ছবির মতো করে আঁকতে পারো)

চলো এবার অনুপাতের সাহায্যে বাস্তব সমস্যা সমাধান করি।

- শওকতের ভর ৩০ কেজি এবং তার পিতার ভর ৬০ কেজি । শওকতের ভর তার পিতার ভরের কতগুণ?

পিতা ও শওকতের ভরের অনুপাত হবে:

$= \frac{৬০}{৩০}$

$\frac{২}{১}$ (লব ও হরকে ৩০ দ্বারা ভাগ করে)

= ২ : ১

এখানে, পিতার ভর শওকতের ভরের $\frac{২}{১}$ বা ২ গুণ।

তোমার শ্রেণির জন্য তথ্য সংগ্রহ করে নিচের খালিঘর পূরণ করো।

ছাত্র সংখ্যা = □

ছাত্রী সংখ্যা = □

মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা = □

❖ ছাত্র –ছাত্রীদের সংখ্যার অনুপাত

= □/□ = □/□ (লব ও হরকে □ দ্বারা ভাগ করে) = □ : □

❖ ছাত্র সংখ্যা ও মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত

= □/□ = □/□ (লব ও হরকে □ দ্বারা ভাগ করে) = □ : □

❖ ছাত্রী সংখ্যা ও মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত

= □/□ = □/□ (লব ও হরকে □ দ্বারা ভাগ করে) = □ : □

❖ মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ও ছাত্র সংখ্যার অনুপাত

= □/□ = □/□ (লব ও হরকে □ দ্বারা ভাগ করে) = □ : □

❖ মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত

□/□ □/□ (লব ও হরকে □ দ্বারা ভাগ করে) □ : □

➢ নিচের আয়তাকার ক্ষেত্রের সবগুলো অংশ সমান দৈর্ঘ্যের।

১ একক

সবুজ রং করা অংশ এবং হলুদ রং করা অংশের দৈর্ঘ্যের অনুপাত = □/□ = □ : □

হলুদ রং করা অংশ এবং সবুজ রং করা অংশের দৈর্ঘ্যের অনুপাত = $\frac{\square}{\square}$ = $\square$: $\square$

সবুজ রং করা অংশ এবং সম্পূর্ণ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের অনুপাত = $\frac{\square}{\square}$ = $\square$: $\square$

হলুদ রং করা অংশ এবং সম্পূর্ণ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের অনুপাত = $\frac{\square}{\square}$ = $\square$: $\square$

রফিক দোকান থেকে ৬ প্যাকেট লাল কলম এবং ২ প্যাকেট নীল কলম কিনল।

লাল কলমের প্যাকেট সংখ্যা এবং নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত

= $\frac{\square}{\square}$

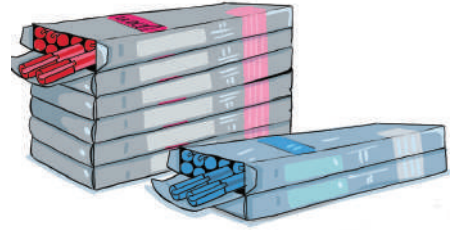
= $\frac{\square}{\square}$ (লব ও হরকে $\square$ দ্বারা ভাগ করে) = $\square$: $\square$

লাল কলম এবং নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে ১০ টি করে কলম থাকে।

তাহলে, রফিক লাল কলম কিনেছে = ৬ × $\square$ = $\square$ টি

এবং, নীল কলম কিনেছে = ২ × $\square$ = $\square$ টি

লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত

= $\frac{\square}{\square}$

= $\frac{\square}{\square}$ (লব ও হরকে $\square$ দ্বারা ভাগ করে)

লাল কলম ও নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত এবং লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত কি একই?

$\square$ হ্যা $\square$ না

মনিকা দোকান থেকে ৬ প্যাকেট লাল কলম এবং ২ প্যাকেট নীল কলম কিনল।

লাল কলমের প্যাকেট সংখ্যা এবং নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত

= $\frac{\square}{\square}$

= $\frac{\square}{\square}$ (লব ও হরকে দ্বারা ভাগ করে)

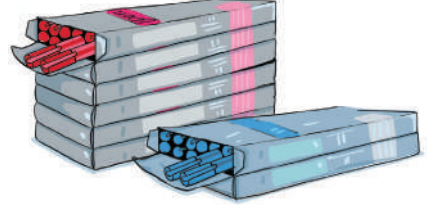
= $\square$: $\square$

লাল কলমের প্রতি প্যাকেটে ১০টি করে কলম থাকে।নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে ১২টি করে কলম থাকে।

তাহলে, মনিকা লাল কলম কিনেছে = ৬ × ☐ = ☐ টি

এবং, নীল কলম কিনেছে = ২ × ☐ = ☐ টি

লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত

$= \frac{\square}{\square}$

$= \frac{\square}{\square}$ (লব ও হরকে ☐ দ্বারা ভাগ করে)

লাল কলম ও নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত এবং লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত কি একই?

☐ হ্যাঁ ☐ না

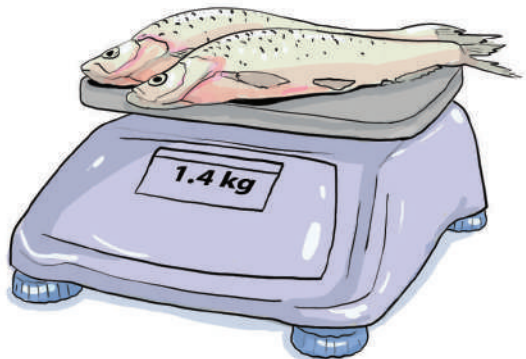
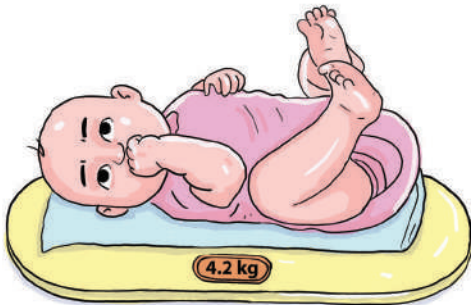
লাল ও নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে একই সংখ্যক কলম থাকলে
প্যাকেট সংখ্যা থেকেই কলমের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করা যায়।
তবে লাল ও নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে কলম সংখ্যা ভিন্ন ভিন্ন হলে আর সেটা সম্ভব হয় না।

❖ ছবিতে দেখানো শিশুটির ভর ও মাছগুলোর ভরের অনুপাত $= \frac{\square}{\square}$

$= \frac{\square}{\square}$ (লব ও হরকে ☐ দ্বারা ভাগ করে)

$= \square : \square$

4.2 kg

1.4 kg

এখন, ভেবে দেখো তো একটি শিশুর বয়সের সাথে অন্য একটি শিশুর ভর কি তুলনা করা যাবে? কখনোই না। তুলনার ক্ষেত্রে বিষয় দুইটি সমজাতীয় হতে হবে।

❖ আবার মনে করি, ভাইয়ের বয়স ৩ বছর ও বোনের বয়স ৬ মাস। তাদের বয়সের অনুপাত বের কত?

এখানে, ভাইয়ের বয়সের সাথে বোনের বয়স এই সমজাতীয় দুটি রাশির তুলনা করা হচ্ছে। খেয়াল করো ভাইয়ের বয়স কিন্তু বোনের চেয়ে বেশি । অর্থাৎ, ভাই এখানে বোনের চেয়ে বড়।

এখন যদি এককের দিকে লক্ষ না করেই সরাসরি তুলনা করি তাহলে কী হবে বলতে পারো?

ভাই ও বোনের বয়সের অনুপাত হবে $= \frac{৩}{৬} = \frac{১}{২} = ১ : ২$

তাহলে, ব্যাপারটা হবে অনেকটা এরকম যে ভাইয়ের বয়স বোনের বয়সের $\frac{১}{২}$ অংশ বা অর্ধেক।

কিন্তু আসলে কী তাই? ভাইয়ের বয়স নিশ্চয়ই বোনের বয়স থেকে কম নয় আর ৩ বছর মোটেও ৬ মাসের অর্ধেক না। অবশ্যই হিসাবে কোনো একটা ভূল হচ্ছে।

লক্ষ করো, পূর্বের সবগুলো ক্ষেত্রে আমরা একই এককবিশিষ্ট দুটি রাশির তুলনা করেছি তাই অনুপাতগুলো সঠিক ধারণা দিয়েছে।

এখানে বছর এবং মাস এই দুইটা একক নিয়ে তুলনা করাতেই আমরা সঠিক অনুপাত পাচ্ছি না। এক্ষেত্রে সমজাতীয় হলেও দুইজনের বয়স সরাসরি তুলনা করা যাবে না। তুলনার বিষয় দুইটি একই একক বিশিষ্ট হতে হবে। তাই দুইজনের বয়সকেই বছরে অথবা মাসে রূপান্তর করে নিতে হবে। আমরা এক্ষেত্রে ভাই ও বোন দুজনের বয়সই মাসে রূপান্তর করবো।

তাহলে, ভাইয়ের বয়স ৩ বছর = ৩৬ মাস (∵ ১ বছর = ১২ মাস) এবং বোনের বয়স ৬ মাস

তাহলে, ভাই ও বোনের বয়সের অনুপাত $= \frac{৩৬}{৬}$

$= \frac{৬}{১}$ (লব ও হরকে ৬ দ্বারা ভাগ করে)

$= ৬ : ১$

মনে করো একটি শিশুর বয়স ৬ বছর এবং অন্য একটি শিশুর বয়স ৯ বছর ৬ মাস।

তাহলে শিশু দুইটির বয়সের অনুপাত কীভাবে নির্ণয় করবে?

আমরা জানি অনুপাত নির্ণয়ের জন্য দুইটি রাশিকেই একই একক হতে হবে।

প্রথমে দুইটি শিশুর বয়সকেই মাসে রূপান্তর করো।

এখানে, প্রথম শিশুটির বয়স = ৬ বছর = ☐ মাস

অপর শিশুটির বয়স = ৯ বছর ৬ মাস = ☐ মাস

তাহেল, শিশু দুইটির বয়েসর অনুপাত = $\frac{☐}{☐}$

$= \frac{☐}{☐}$ (লব ও হরকে ☐ দ্বারা ভাগ করে)

= ☐ : ☐

- দুটি শিশুর বয়সকেই বছরে রূপান্তর করে তাদের বয়সের অনুপাত নির্ণয় করো।
- দুটি শিশুর বয়স মাসে রূপান্তর করে প্রাপ্ত অনুপাতের সাথে মিলিয়ে দেখো।

- দুইটি সমজাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।
- তবে তুলনা করতে সমজাতীয় রাশির একক একই হওয়া প্রয়োজন। রাশি দুটির একক ভিন্ন ভিন্ন হলে তারা সমজাতীয় হয় না। তাই তুলনা করতে হলে এককগুলোকে একজাতীয় বা একই করতে হবে।
- সমজাতীয় এবং একই একক বিশিষ্ট দুটি রাশির ভাগফল হওয়ায় অনুপাতের কোনো একক নেই।

এবার অনুপাতের ধারণা অনুসারে নিচের সমস্যাগুলোর সমাধান করো:

১) নিচের সংখ্যাদ্বয়ের প্রথম রাশি ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত নির্ণয় করো:
(ক) ২৫ ও ৩৩৫ (খ) $৭\frac{১}{৩}$ ও $৯\frac{২}{৫}$ (গ) ১.২৫ ও ৭.৫ (ঘ) $৮\frac{২}{৩}$ ও ০.১২৫
(ঙ) ১ বছর ২ মাস ও ৭ মাস (চ) ৭ কেজি ও ২ কেজি ৩০০ গ্রাম (ছ) ২ টাকা ও ৪০ পয়সা

২) তুমি ক্লাসে কতগুলো বই ও কতগুলো খাতা নিয়ে এসেছ তা গণনা করে নিচের কাজগুলো করো:
ক) খাতা ও বইয়ের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।
খ) খাতাগুলোর মোট পৃষ্ঠা সংখ্যা এবং বইগুলোর মোট পৃষ্ঠাসংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

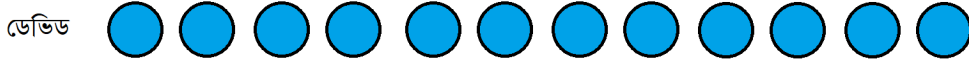
৩) স্কেলের সাহায্যে তোমার গণিত বইয়ের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মেপে বের করো এবং এদের মধ্যকার অনুপাত নির্ণয় করো।

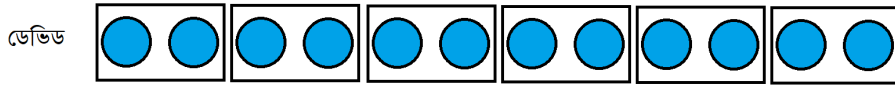
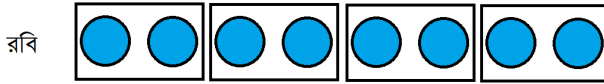
৪) তোমার শ্রেণিকক্ষ, বাড়িতে বা অন্য কোনো স্থানে ৩টি ভিন্ন ভিন্ন টেবিল খুঁজে বের করো।
ক) প্রতিটি টেবিলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ পরিমাপ করো এবং তাদের মধ্যকার অনুপাত নির্ণয় করো।
খ) কোন টেবিলের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত সবচেয়ে বেশি তা নির্ণয় করো।

৫) তুমি কি এমন কোনো গল্প বা ঘটনা জানো যেখানে 'অনুপাত' শব্দটা ব্যবহার করা হয়েছে? অথবা কোথাও কি 'অনুপাত' শব্দটি বা অনুপাত চিহ্ন ':' লেখা দেখেছ? এরকম কয়েকটি বাস্তব ঘটনা খুঁজে বের করো এবং কীভাবে খুঁজে পেলে বা কোথায় পেয়েছ তার ছবি অথবা বর্ণনা লিখে শিক্ষক ও তোমার সহপাঠীদেরকে বলো।

৬) তোমাদের চারপাশে বাস্তবে দেখেছ বা শুনেছ এমন কিছু উদাহরণ খুঁজে বের করো যেখানে একই রকম বা সমজাতীয় দুইটি রাশির মধ্যে তুলনা করা হয়েছে কিন্তু একক ভিন্ন ভিন্ন ছিল। তারপর কীভাবে ভিন্ন এককগুলোকে একই এককে রূপান্তর করা হলো তা লেখো।

সমতুল অনুপাত

রবির কাছে ৮টি মার্বেল এবং ডেভিডের কাছে ১২টি মার্বেল আছে।

তাহলে, রবি এবং ডেভিডের মার্বেল সংখ্যার অনুপাত = ৮ : ১২

এবার, রবি ও ডেভিড প্রতি প্যাকেটে ২টি করে মার্বেল নিয়ে নিজেদের মার্বেলগুলো প্যাকেট করলো।

এখন, রবির কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{৮}{২}$ = ৪টি

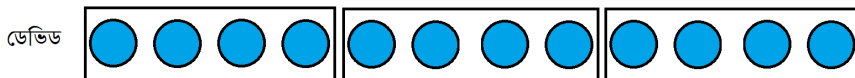
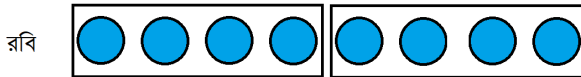
এবং, ডেভিডের কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{১২}{২}$ = ৬টি

তাহলে, এখন রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের প্যাকেটের সংখ্যার অনুপাত = ৪ : ৬

যেহেতু, প্রতিটি মার্বেলের প্যাকেটেই সমান সংখ্যক মার্বেল আছে।

তাই, রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের সংখ্যার অনুপাত হবে:

$$৮ : ১২ = \frac{৮}{১২} = \frac{(৮\div২)\times২}{(১২\div২)\times২} = \frac{\text{৪ প্যাকেট} \times \text{১ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}}{\text{৬ প্যাকেট} \times \text{১ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}} = \frac{\text{৪ প্যাকেট}}{\text{৬ প্যাকেট}} = ৪ : ৬$$

এবার, রবি ও ডেভিড প্রতি প্যাকেটে ৪টি করে মার্বেল নিয়ে নিজেদের মার্বেলগুলো প্যাকেট করল।

এখন, রবির কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{৮}{৪}$ = ২টি

এবং, ডেভিডের কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{১২}{৪}$ = ৩ টি

তাহলে, এখন রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের প্যাকেটের সংখ্যার অনুপাত = ২ : ৩

এখন, তাই, রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের সংখ্যার অনুপাত হবে:

$$৮ : ১২ = \frac{৮}{১২} = \frac{(৮ \div ৪) \times ৪}{(১২ \div ৪) \times ৪} = \frac{\text{২ প্যাকেট} \times \text{১ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}}{\text{৩ প্যাকেট} \times \text{১ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}} = \frac{\text{২ প্যাকেট}}{\text{৩ প্যাকেট}} = ২ : ৩$$

তাহলে, দেখা যাচ্ছে যে, ৮ : ১২, ৪ : ৬ এবং ২ : ৩ অনুপাতগুলোর মান আসলে একই এবং এদেরকে সমতুল অনুপাত বলা হয়।

আর ২ : ৩ অনুপাতটি হচ্ছে অনুপাতের সরলীকৃত রূপ।

যেমন: $২ : ৩ = \frac{২}{৩} = \frac{২ \times ২}{৩ \times ২} = \frac{৪}{৬} = ৪ : ৬$

∴ ২ : ৩ ও ৪ : ৬ সমতুল অনুপাত।

কোনো অনুপাতের অসংখ্য সমতুল অনুপাত রয়েছে। যেমন, ২: ৩, ৪ : ৬ ও ৮ : ১২ সমতুল অনুপাত।

লক্ষ করো:

- কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য (০) ছাড়া অন্য কোনো সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে ভগ্নাংশের মানের পরিবর্তন হয় না এবং সমতুল ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।
- কোন ভগ্নাংশকে লব ও হরের গসাগু দিয়ে ভাগ করে ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা যায়।
- আমরা জানি, অনুপাত একটি ভগ্নাংশ।

  অনুপাতকে ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হলে-
- অনুপাতের প্রথম পদটি ভগ্নাংশের লব হিসাবে লেখা হয় এবং একে বলা হয় অনুপাতের পূর্ব রাশি।
- অনুপাতের দ্বিতীয় পদটি ভগ্নাংশের হর হিসাবে লেখা হয় এবং একে বলা হয় অনুপাতের উত্তর রাশি।

  তাহলে দেখা যাচ্ছে, সমতুল ভগ্নাংশ ও সমতুল অনুপাত মূলত সমার্থক।

  অর্থাৎ, অনুপাতের ক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি-
- অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশিকে শূন্য (০) ব্যতীত কোনো সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অনুপাতের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না এবং প্রাপ্ত অনুপাতগুলোকে সমতুল অনুপাত বলা হয়।
- সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করার উপায়েই সমতুল অনুপাত গঠন সম্ভব।
- একটি অনুপাতের রাশি দুইটিকে তাদের গসাগু দ্বারা ভাগ করে অনুপাতটিকে সরলীকরণ করা যায়।

চলো এখন সমতুল ভগ্নাংশ নির্ণয় সম্পর্কিত নিচের সমস্যাটি সমাধান করি।

খালিঘর পূরণ করো:

$১০ : ১৫ = \square : ৩ = ৬ : \square$

অনুপাতগুলোকে ভগ্নাংশ আকারে লিখি:

$$\frac{১০}{১৫} = \frac{\square}{৩} = \frac{৬}{\square}$$

এখানে, তিনটি অনুপাতের মান একই অর্থাৎ তিনটিই সমতুল অনুপাত।

তাহলে, খালিঘরের সংখ্যাগুলো জানার জন্য আমরা সমতুল ভগ্নাংশ বা সমতুল অনুপাতের বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করতে পারি:

$$\frac{১০}{৩ \times ৫} = \frac{\square}{৩} = \frac{\square \times ৫}{৩ \times ৫}$$

অর্থাৎ, $১০ = \square \times ৫$ বা, $\square = \frac{১০}{৫} = ২$

আবার, $\frac{২}{৩} = \frac{৬}{\square}$ বা, $\frac{২}{৩} = \frac{২ \times ৩}{\square} = \frac{২ \times ৩}{৩ \times ৩}$ তাহলে, $\square = ৩ \times ৩ = ৯$

অর্থাৎ, খালিঘরের সংখ্যাগুলোসহ আমরা সমতুল ভগ্নাংশ ও সমতুল অনুপাত তিনটিকে লিখতে পারি:

$\frac{১০}{১৫} = \frac{২}{৩} = \frac{৬}{৯}$ বা, ১০ : ১৫ = ২ : ৩ = ৬ : ৯

নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো:

১) নিচের অনুপাতগুলোকে সরলীকরণ করো

(ক) ৯ : ১২ (খ) ১৫ : ২১ (গ) ৪৫ : ৩৬ (ঘ) ৬৫ : ২৬

২) নিচের সমতুল অনুপাতগুলোকে চিহ্নিত করো

১২ : ১৮; ৬ : ১৮; ১৫ : ১০; ৩ : ২; ৬ : ৯; ২ : ৩; ১ : ৩; ২ : ৬; ১২ : ৮

৩) কোনো একটি স্কুলে ৪৫০ জন ছেলে এবং ৫০০ জন মেয়ে আছে। স্কুলের ছেলে ও মেয়ের সংখ্যার অনুপাতকে সরলীকৃত আকারে লেখো।

৪) নিচের সমতুল অনুপাতগুলোর খালিঘর পূরণ করো

(ক) ২: ৩ = ৮: $\square$ (খ) ৫ : ৬ = $\square$: ৩৬

(গ) ৭: $\square$ = ৪২ : ৫৪ (ঘ) $\square$: ৯ = ৬৩ : ৮১

(৫) একটি হলঘরের প্রস্থ ও দৈর্ঘ্যের অনুপাত ২: ৫। প্রস্থ ও দৈর্ঘ্যের সম্ভাব্য মান বসিয়ে সারণিটি পূরণ করো

হল ঘরের প্রস্থ (মিটারে)	১০		৪০		১৬০		২.২৫	$১৫\frac{৩}{৫}$
হল ঘরের দৈর্ঘ্য (মিটারে)	২৫	৫০		২০০		$\frac{৩}{৪}$		

- তোমাদের শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের যেকোনো তিনটি কক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত তা পরিমাপ করো অথবা শিক্ষকের সহায়তায় তথ্য সংগ্রহ করো।
- প্রতিটি কক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত বের করো।

আজ আমরা জন্মমাস উদযাপন করব। তোমরা তো সবাই জানো আমরা প্রতি মাসের যেকোনো একদিন ঐ মাসে যাদের জন্ম হয়েছে তাদের জন্মদিন পালন করে থাকি। আজকের জন্মদিনে আমরা সবাই চকলেট খাবো। আমার কাছে মোট ৯০০ চকলেট আছে। তবে চকলেট বিতরণের সময় আমরা একটা মজার খেলা খেলব। খেলাটি হলো– প্রথম জন ১টি চকলেট নিবে। ২য় জন নিবে প্রথম জনের চেয়ে ২টি বেশি। ৩য় জন নিবে ২য় জনের চেয়ে আরও ২টি বেশি। এভাবে পরবর্তী প্রত্যেকে তার পূর্বের জনের চেয়ে ২টি করে চকলেট বেশি নিতে থাকবে। আমাদের ক্লাসে মোট ৩০ জন শিক্ষার্থী আছে এবং আমি প্রত্যেকের জন্যই চকলেট নিয়ে এসেছি। চলো চকলেট বিতরণের আগে একটু হিসাব-নিকাশ করে দেখি সবাই চকলেট পাব কি না।

শর্তমতে,

১ম জনের চকলেট সংখ্যা = ১ = ১ × ১

১ম ২ জনের চকলেট সংখ্যা মোট = ১ + ৩ = ৪ = ২ × ২

১ম ৩ জনের চকলেট সংখ্যা মোট = ১ + ৩ + ৫ = ৯ = ৩ × ৩

১ম ৪ জনের চকলেট সংখ্যা মোট = ১ + ৩ + ৫ + ৭ = ১৬ = ৪ × ৪

১ম ৫ জনের চকলেট সংখ্যা মোট = ১ + ৩ + ৫ + ৭ + ৯ = ২৫ = ৫ × ৫

চকলেট বিতরণ করে দেখা যায় যে, ১ম ৬ জনের জন্য চকলেট লাগবে (৬×৬)টি, ১ম ৭ জনের জন্য চকলেট লাগবে (৭×৭)টি এবং এভাবেই চকলেটের প্রয়োজন হবে।

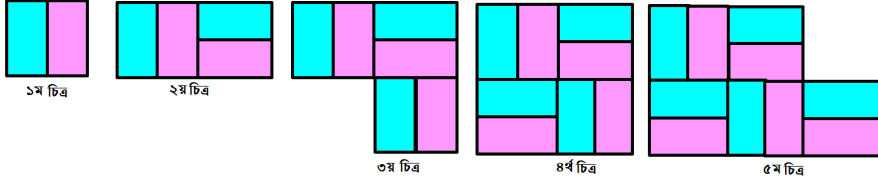
সুতরাং আমরা বলতে পারি, ৩০ জন শিক্ষার্থীর জন্য মোট চকলেট লাগবে = (৩০×৩০) = ৯০০টি।

অর্থাৎ, আমরা চাইলে খেলার শর্তটি মেনে ৯০০টি চকলেট সবাইকে ভাগ করে দিতে পারি।

তাহলে, আমরা বলতে পারি, শিক্ষার্থীর সংখ্যা n হলে, খেলার শর্ত অনুযায়ী চকলেট সংখ্যা হবে $n \times n$.

একক কাজ : প্রথম জনকে ২টি, ২য় জনকে প্রথম জনের চেয়ে ২টি বেশি, ৩য় জনকে ২য় জনের চেয়ে আরও ২টি বেশি এবং এভাবে পরবর্তী জনকে তার পূর্বের জনের চেয়ে ২টি করে চকলেট বেশি দিলে ৯৯২টি চকলেট মোট কত জনের মধ্যে ভাগ করে দেয়া যাবে?

কাগজ কেটে রং করি ও নকশা বানাই

একই মাপের আয়তাকার কাগজ কাটো, পছন্দমতো দুইটি ভিন্ন রং ব্যবহার করো। অতঃপর নিচের চিত্রের মতো কাগজের ব্লকের তৈরি নকশা বানাও।

এবার নিচের ছকটি পূরণ করো :

চিত্রের ক্রমিক নম্বর	চিত্র	ব্লকের সংখ্যা	রেখাংশের সংখ্যা
১ম		২টি	৭টি
২য়		?	?
৩য়		?	?
৪র্থ			
৫ম			
৬ষ্ঠ			
৭ম			
৮ম			
৯ম			

উপরের ছকের প্রতিটি চিত্রের রেখাংশের সংখ্যা একটি গাণিতিক সূত্র বা নীতির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। গাণিতিক সূত্র বা নীতিটি বিমূর্ত রাশির সাহায্যে লেখো এবং যৌক্তিক ব্যাখ্যা প্রদান করো। এভাবে ৫০তম চিত্রটি তৈরি করতে চাইলে ব্লক এবং রেখাংশের সংখ্যা কত হবে তা নির্ণয় করো।

গোপন সংখ্যার রহস্যভেদ

ঈশান ও বিন্দু একই ধরনের দুইটি মজার খেলা খেলছে । খেলাটি হলো – ঈশান ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে একটি পূর্ণসংখ্যা মনে মনে ভাবল। গোপন সংখ্যাটি বলার জন্য ঈশান কয়েকটি সংকেত দিল। সংকেতগুলো পর্যালোচনা করে তোমাকে ঈশানের গোপন সংখ্যাটি বলতে হবে।

আমার গোপন সংখ্যাটি কত?

- সংখ্যাটি দুই অংক বিশিষ্ট
- সংখ্যাটি ১০০ এর অর্ধেক অপেক্ষা বেশি
- এটি ৫১ থেকে ৭৫ এর মধ্যে উপস্থিত
- সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয়ের গুণফল ৩১ থেকে ৪০ এর মধ্যে
- এর অঙ্কদ্বয়ের যোগফল ১২

- সংখ্যাটি দুই অংক বিশিষ্ট
- সংখ্যাটি ১০০ এর অর্ধেক অপেক্ষা কম
- এর অঙ্কদ্বয়ের অন্তর ৭
- সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক ৯
- এটি একটি মৌলিক সংখ্যা

আমার গোপন সংখ্যাটি কত?

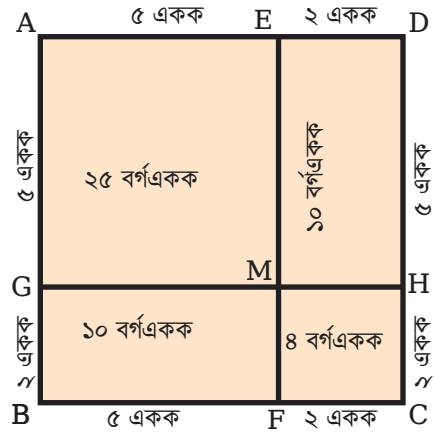
গাণিতিক সূত্র বা নীতির বিশ্লেষণ

চলো নিচের চিত্রটি নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করি। চিত্রে একটি বর্গ। এবং রেখাংশ দুইটি পরস্পরকে বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করে এবং বর্গকে চারটি ভাগে ভাগ করে।

চিত্রে AB=AG+GB = (৫ + ২) একক বা ৭ একক

BC=BF+FC = (৫ + ২) একক বা ৭ একক,

CD=CH+HD = (২ + ৫) একক বা ৭ একক এবং

AD=AE+ED = (৫ + ২) একক বা ৭ একক

তোমরা পূর্বেই জেনেছ, একটি বর্গের ক্ষেত্রফল = বাহুর দৈর্ঘ্য × বাহুর প্রস্থ

এখন ABCD বর্গের ক্ষেত্রফল = AB×BC= ৭ একক × ৭ একক বা ৪৯ বর্গএকক।

চিত্রে AGME একটি বর্গ। যার AG=GM=ME=AE= ৫ একক

∴ AGME বর্গের ক্ষেত্রফল = AG×AE= ৫ একক × ৫ একক বা ২৫ বর্গএকক।

চিত্রে CHMF একটি বর্গ। যার CH=HM=MF=FC= ২ একক

∴ CHMF বর্গের ক্ষেত্রফল = FC×CH= ২ একক × ২ একক বা ৪ বর্গএকক।

চিত্রে BFMG একটি আয়ত। যার দৈর্ঘ্য BF= ৫ একক এবং প্রস্থ BG= ২ একক

∴ BFMG আয়তের ক্ষেত্রফল = BF×BG= ৫ একক × ২ একক বা ১০ বর্গএকক।

চিত্রে HDEM একটি আয়ত। যার দৈর্ঘ্য HD= ৫ একক এবং প্রস্থ DE= ২ একক

∴ HDEM আয়তের ক্ষেত্রফল = HD×DE= ৫ একক × ২ একক বা ১০ বর্গএকক।

যেহেতু BFMG আয়তের ক্ষেত্রফল = HDEM আয়তের ক্ষেত্রফল = ১০ বর্গএকক।

∴ BFMG আয়তের ক্ষেত্রফল + HDEM আয়তের ক্ষেত্রফল = ২× BFMG আয়তের ক্ষেত্রফল

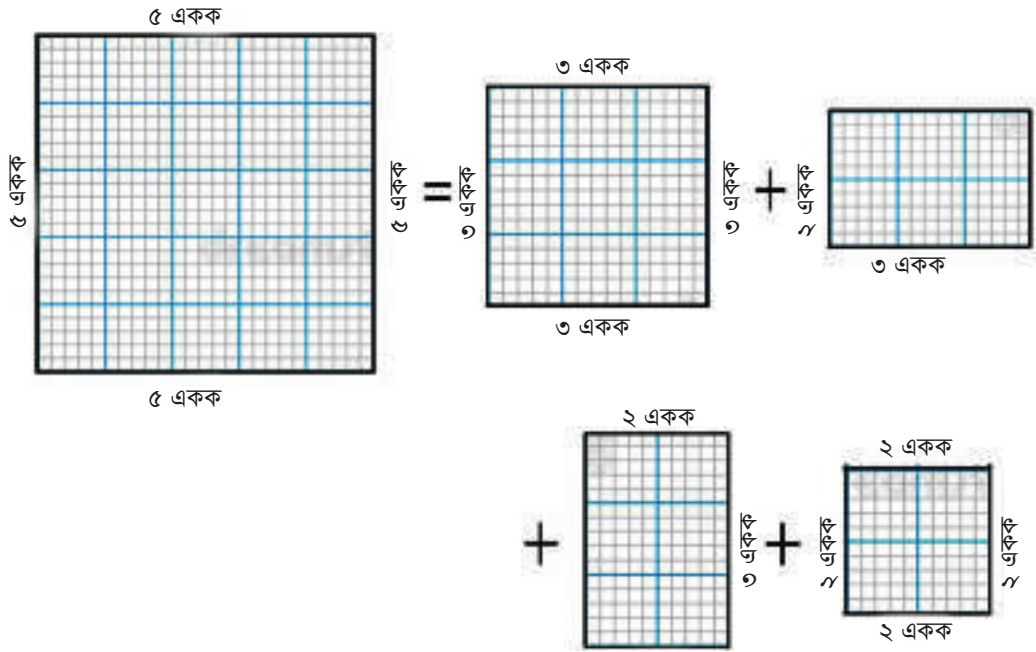
= ২× ১০ বর্গএকক বা ২০ বর্গএকক।

এখন, AGME বর্গের ক্ষেত্রফল + CHMF বর্গের ক্ষেত্রফল + BFMG আয়তের ক্ষেত্রফল + HDEM আয়তের ক্ষেত্রফল = (২৫ + ৪ + ১০ + ১০) = ৪৯ বর্গএকক।

সুতরাং আমরা বলতে পারি,

আয়তের ক্ষেত্রফল + আয়তের ক্ষেত্রফল = ২× আয়তের ক্ষেত্রফল

ABCD বর্গের ক্ষেত্রফল = AGME বর্গের ক্ষেত্রফল + ২×BFMG আয়তের ক্ষেত্রফল + CHMF বর্গের ক্ষেত্রফল।

কাগজ কেটে যাচাই করি

স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি

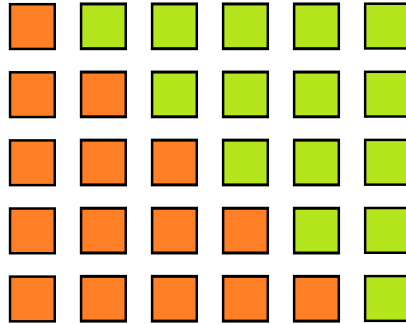
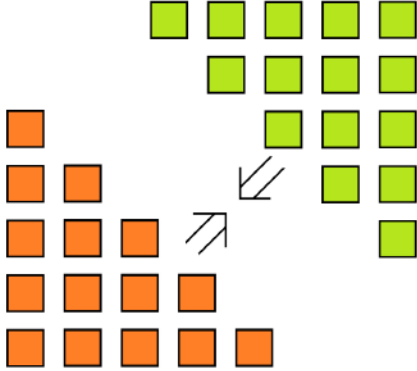
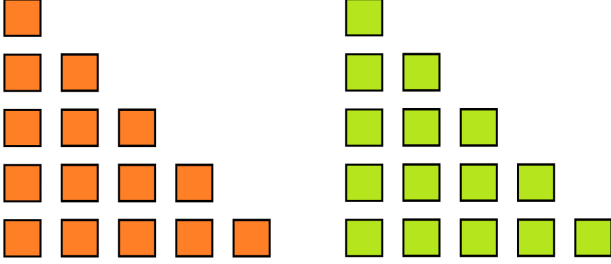
এবার সারণিটি পূরণ করোঃ

১ – ১০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল	১ + ২ + ৩ +.......+ ১০	৫৫
১ – ১০০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল	১ + ২ + ৩ +........ + ১০০	৫০৫০
১ – ১০০০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল	১ + ২ + ৩ + ... + ১০০০	৫০০৫০০
১ – ১০০০০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল	১ + ২ + ৩ + ... + ১০০০০	?
১ - ১০০০০০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল	১ + ২ + ৩ + ... + ১০০০০০	?
১ – ১০০০০০০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল	১ + ২ + ৩ + ... + ১০০০০০০	?

আচ্ছা, উপরের ছকটিতে কোনো গাণিতিক সূত্র বা নীতি খুঁজে পাচ্ছ কি? দেখো তো ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যা-গুলোর যোগফল কি একই নিয়মে নির্ণয় করা যাবে কিনা? ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো ক্রমানুসারে যোগ করে উপরের ছকের নিয়মে প্রাপ্ত যোগফল সঠিকতা যাচাই করো।

বুঝতেই পাচ্ছ, ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফলের সূত্র বা নীতি এবং ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো যোগফলের সূত্র বা নীতি কিছুটা আলাদা।

তাহলে, এমন কোনো নিয়ম বা নীতি থাকলে খুবই ভালো হতো যেটা দিয়ে ১ থেকে যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় করা যেত।

ঠিক আছে, চলো নিচের ছবিগুলো থেকে কোনো বুদ্ধি বা কোনো নীতি খুঁজে পাওয়া যায় কিনা দেখি।

শেষের ছবিটায় মোট কতটি ব্লক আছে সেটা কিন্তু একটা একটা করে না গুণেও বলা যায়। কীভাবে বলা যায় তোমরা ভেবে দেখো তো? একটা ব্যাপার খেয়াল করো, ছবিতে কমলা ও সবুজ রংয়ের ব্লকের সংখ্যা সমান। তাহলে, শেষের ছবির মোট ব্লক সংখ্যাকে অর্ধেক করলে বা দুইভাগ করলেই কমলা রংয়ের ব্লক কতগুলো আছে তা জানতে পারবে। এবার, তোমাকে ভাবতে হবে ছবিগুলোর মাধ্যমে ক্রমানুসারে যোগ না করে অন্য কোনো সহজ উপায়ে ১ থেকে ৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল নির্ণয় করা যায় কিনা? একইভাবে তুমি কি ১ থেকে ৮০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল নির্ণয় করতে পারবে? তুমি চাইলে একইভাবে খুব সহজেই ১ থেকে ৯০০০ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় করতে পারবে।

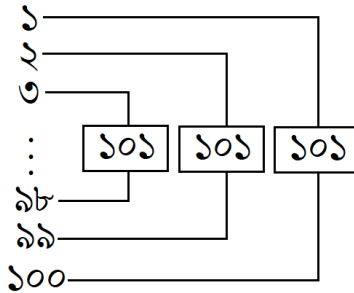
তোমরা কি জানো এই সহজ পদ্ধতিটা কোন মহান গণিতবিদ আবিষ্কার করেছিলেন?

Carl Friedrich Gauss
(1777 – 1855)

তিনি হলেন কার্ল ফ্রিডরিখ গাউস। মজার ব্যাপার হলো তোমাদের মতো স্কুলে পড়ার সময়েই তিনি এই পদ্ধতিটা আবিষ্কার করেন।

সেই গল্পটা বলি এবার।

অনেক কাল আগের কথা, কার্ল ফ্রিডরিখ গাউস তখন খুব ছোট ছিলেন। স্কুলের শিক্ষক শিক্ষার্থীদের বুদ্ধিমত্তা বৃদ্ধি ও বুদ্ধি প্রয়োগের কৌশল যাচাইয়ের জন্য নানান ধরনের গাণিতিক সমস্যা, পাজল সমাধান করতে দিতেন। এমনই একদিন গাউসের শিক্ষক ক্লাসে ১ – ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল নির্ণয় করতে বললেন। তিনি ভাবলেন এই সমস্যাটি সমাধান করতে নিশ্চয়ই অনেক সময় লাগবে। গাউস লক্ষ করলেন সমস্যাটি সমাধান করতে গিয়ে ক্লাসের সবার তো খাতা-কলম ছিঁড়ে ফেলার মতো অবস্থা। ছোট্ট গাউস একটি ফন্দি আঁটলেন। তিনি একটি বিশেষ নিয়মে ১ – ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল বের করে ফেললেন এবং খুব অল্প সময়ের মধ্যেই শিক্ষকের কাছে খাতা জমা দিলেন। শিক্ষক যতক্ষণে এটি করতে দিয়ে তার চেয়ারে হেলান দিয়ে একটু আরাম করে বসবেন সেই সময়েই গাউসের সমাধান করা শেষ দেখে অবাক হয়ে গেলেন। ক্লাসের সহপাঠীরা গাউসের দিকে হা করে তাকিয়ে ছিলো।

এখন তো নিশ্চয়ই সবার মনে প্রশ্ন জাগতে পারে তিনি কীভাবে এটি এত সহজে সমাধান করেছিলেন!
কী ছিল তার সমাধান কৌশল, ছবিতেই দেখে নাও।

এখানে প্রথম সংখ্যা ১ ও শেষ সংখ্যা ১০০। এ দুটোর যোগফল হয় ১০১। আবার একই ভাবে ২ ও ৯৯ সংখ্যা দুটির যোগফল ১০১ । একই নিয়মে ৩ ও ৯৮ এর যোগফল ১০১। এভাবে যোগ করে মোট ৫০টি ১০১ পাওয়া যাবে। তাই সহজেই তোমরা বুঝতে পারছ ১ – ১০০ এর যোগফল হবে ৫০× ১০১ = ৫০৫০। আর এভাবেই ছোট্ট গাউস খুব অল্প সময়েই ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল বের করেছিলেন।

মজার বিষয় হলো – গাউসের এই পদ্ধতি থেকেই ১ থেকে যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা পর্যন্ত যোগফল নির্ণয়ের সহজ একটি গাণিতিক সূত্র বা নীতি পাওয়া যায়। তোমরাও খুঁজে দেখো তো গাণিতিক সূত্র বা নীতিটি বের করতে পারো কিনা?

একক কাজ: কর্মপত্র

দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে নকশা তৈরি করি

১ম চিত্র ২য় চিত্র ৩য় চিত্র ৪র্থ চিত্র ৫ম চিত্র

ক) দিয়াশলাইয়ের কাঠি দ্বারা উপরের চিত্রের মতো করে নকশা তৈরি করো।

খ) একইভাবে একই দৈর্ঘ্যের দিয়াশলাইয়ের কাঠি দ্বারা ৪র্থ ও ৫ম চিত্র বানাও।

এবার নিচের ছকটি পূরণ করো :

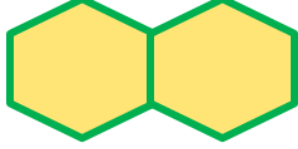
চিত্র নম্বর	চিত্র	দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা	গাণিতিক নীতি
১ম			
২য়			
৩য়			
৪র্থ			
৫ম			
.			
.			
১০ম			

গ) চিত্রগুলো তৈরি করতে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যাকে বীজগাণিতিক নীতির মাধ্যমে প্রকাশ করো।

ঘ) বীজগাণিতিক নীতিটি ব্যবহার করে ৫০তম চিত্রের দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা নির্ণয় করো।

ঙ) ১ম ৫০টি চিত্র তৈরি করতে দিয়াশলাইয়ের মোট কতটি কাঠি লাগবে?

অনুশীলনী

১) নিচের জ্যামিতিক চিত্রগুলো সমান দৈর্ঘ্যের রেখাংশ দ্বারা তৈরি।

ক) চতুর্থ চিত্রটি তৈরি করে রেখাংশের সংখ্যা নির্ণয় করো।

খ) চিত্রগুলোর রেখাংশের সংখ্যা কোন গাণিতিক সূত্র বা নীতিকে সমর্থন করে যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো।

গ) ১ম ১০০টি চিত্র তৈরি করতে মোট কতটি রেখাংশ প্রয়োজন হবে, তা নির্ণয় করো।

২) আনোয়ারা বেগম তার বেতন থেকে প্রথম মাসে ৫০০ টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় ১০০ টাকা বেশি সঞ্চয় করেন।

ক) সঞ্চয়ের হিসাবটিকে একটি গাণিতিক সূত্র বা নীতির মাধ্যমে ব্যাখ্যাসহ প্রকাশ করো।

খ) তিনি ৩০তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?

গ) প্রথম ৩ বছরে তিনি মোট কত টাকা সঞ্চয় করেন?

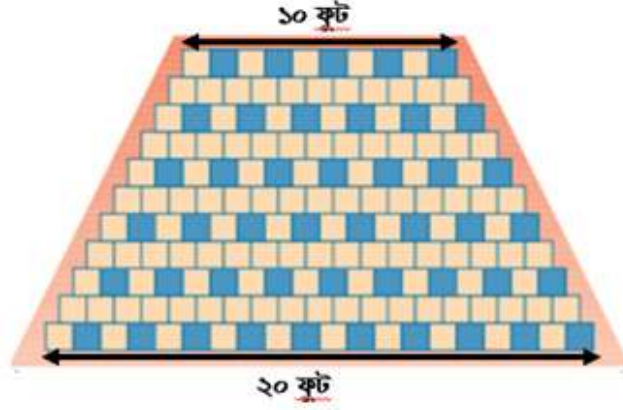
৩) অরবিন্দু চাকমা পেনশনের টাকা পেয়ে ৫ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক ৩ বছর মেয়াদি সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফার হার ৮%।

ক) মুনাফা নির্ণয়ের জন্য গাণিতিক সূত্র বা নীতি যৌক্তিক ব্যাখ্যাসহ তৈরি করো।

খ) তিনি প্রথম কিস্তিতে অর্থাৎ প্রথম ৩ মাস পর কত টাকা মুনাফা পাবেন, তোমার তৈরি করা সূত্রটি ব্যবহার করে নির্ণয় করো।

গ) ৩ বছর শেষে তিনি মোট কত টাকা মুনাফা পাবেন?

৪) তোমাকে ১০০ কেজি চাল দান করতে বলা হলো। তবে সব চাল একসাথে দান করা যাবে না। ১ম দিন ১০০ কেজি থেকে অর্ধেক অর্থাৎ ৫০ কেজি দান করতে পারবে, ২য় দিন ৫০ কেজি থেকে অর্ধেক অর্থাৎ ২৫ কেজি দান করতে পারবে। এভাবে প্রতিদিন দান করার পর তোমার যে পরিমাণ চাল অবশিষ্ট থাকবে পরের দিন তার অর্ধেক পরিমাণ দান করতে হবে। সবগুলো চাল এভাবে দান করতে তোমার কত দিন সময় লাগবে? [বি:দ্র: কোনোভাবেই ১ কেজির কম দান করতে পারবে না]

৫) নিচের ছবিতে মেঝেটি ১২ ইঞ্চি বর্গাকার সিরামিক টাইলস দ্বারা ঢাকতে হবে। প্রতি সারিতে টাইলস সংখ্যা তার পূর্বের সারি থেকে ১টি করে কম থাকবে।

ক) মেঝেটি ঢাকতে মোট কতটি টাইলস লাগবে?

খ) প্রতি বর্গফুট টাইলসের মূল্য ৭৫ টাকা হলে, টাইলস বাবদ কত টাকা খরচ হবে?

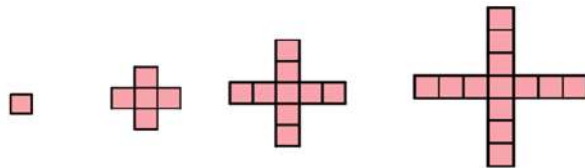
৬) একজন রাজমিস্ত্রি ইটের স্তূপ থেকে কিছু সংখ্যক ইট নিয়ে সেগুলোকে ১৫টি ধাপে সাজালেন। একেবারে নিচের ধাপে দুইটি সারি করলেন এবং প্রতিটি সারিতে ৩০টি করে ইট রাখলেন।

পরবর্তী উপরের প্রত্যেকটি ধাপে তার নিচের ধাপ থেকে প্রতিটি সারিতে ২টি করে ইট কম রাখলেন।

ক) একেবারে উপরের ধাপে কয়টি ইট থাকবে?

খ) ইট সাজানোর প্রক্রিয়াটিকে গাণিতিক সূত্র বা নীতির মাধ্যমে যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো।

গ) সে মোট কতগুলো ইট সাজিয়ে রেখেছে?

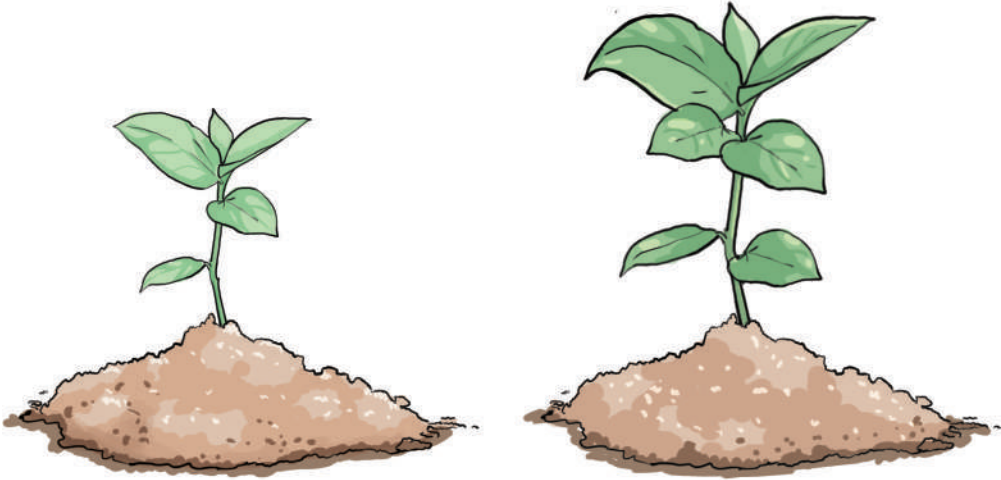
৭) কাগজ কেটে ২ সেমি ধারবিশিষ্ট বর্গাকার টাইলস বানাও। তারপর নিচের চিত্রের মতো আঠা দিয়ে টাইলসগুলো বসাও।

ক) পরবর্তী চিত্রটি বানাও।

খ) চিত্রগুলোর টাইলসের সংখ্যা হিসাব করে নিচের ছকটি পূরণ করো।

চিত্র নম্বর	১	২	৩	৪	৫	৬	.....	১০
টাইলসের সংখ্যা								

গ) চিত্র ও টাইলসের সংখ্যাকে একটি সাধারণ সূত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

ঘ) গ্রাফ পেপারের x অক্ষ বরাবর চিত্র ও y অক্ষ বরাবর টাইলসের সংখ্যা ধরে ছকের উপাত্তের লেখচিত্র অঙ্কন করো।

৮) মন্দিরা কোনো এক শুক্রবার তার বাড়ির আঙিনায় দুইটি সূর্যমুখী ফুলের চারা রোপণ করে। রোপণ করার সময় গাছ দুইটির উচ্চতা যথাক্রমে ১০ সেমি এবং ১৫ সেমি ছিল। সে প্রতিসপ্তাহের একই সময়ে গাছ দুইটির উচ্চতা পরিমাপ করে। মন্দিরা লক্ষ করে যে, ১০ সেমি উচ্চতার গাছটি প্রতিসপ্তাহে ২ সেমি এবং ১৫ সেমি উচ্চতার গাছটি প্রতিসপ্তাহে ১.৫ সেমি করে বৃদ্ধি পায়।

ক) চারা গাছ দুটি রোপণের দিন থেকে দুই মাসের বৃদ্ধির একটি তালিকা তৈরি করো।

খ) চলকের পরিচয়সহ চারা গাছ দুটি বৃদ্ধির পরিমাপকে গাণিতিক সূত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

গ) গ্রাফ পেপারের x অক্ষ বরাবর সপ্তাহ ও y অক্ষ বরাবর চারা গাছ দুটির উচ্চতা ধরে প্রথম ৩ মাসের উপাত্তের লেখচিত্র অঙ্কন করো।

ঘ) লেখচিত্র থেকে গ্রাফ দুটির ছেদ বিন্দু নির্ণয় করো। গাছ দুটির সাপেক্ষে ছেদ বিন্দু দ্বারা কী বোঝায় ব্যাখ্যা করো।

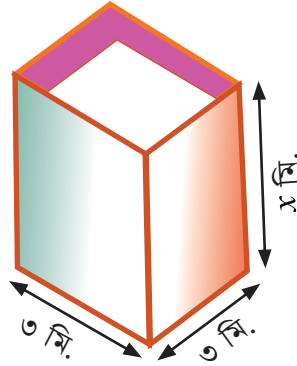
ঙ) ‘খ’ থেকে প্রাপ্ত গাণিতিক সূত্র সমাধান করে ‘ঘ’ এর গ্রাফের ছেদবিন্দুর সঠিকতা যাচাই করো।

৯) ষষ্ঠ শ্রেণির ১০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতার (সেন্টিমিটারে) তালিকা নিম্নরূপ:

শিক্ষার্থী	১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম	৬ষ্ঠ	৭ম	৮ম	৯ম	১০ম
উচ্চতা (সেমি)	১১৫	১১৪	১২২	১২৭	১১৬	x	১২৫	১১৬	১১৭	১২৮

ক) শিক্ষার্থীদের গড় উচ্চতা ১২০ সেমি হলে, x এর মান নির্ণয় করো।

খ) শিক্ষার্থীদের উচ্চতার মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো।

১০) চিত্রটি একটি পানির ট্যাংক। যার মেঝে বর্গাকৃতির। ট্যাংকটির মেঝের দৈর্ঘ্য ৩ মিটার এবং উচ্চতা x মিটার।

ক) ট্যাংকটির আয়তন কে গাণিতিক সূত্র বা নীতির মাধ্যমে প্রকাশ করো।

খ) x এর বিভিন্ন মানের জন্য নিচের ছকটি পূরণ করো।

x	১	২	৩	৪	৫	৬	৭
V							

গ) 'খ' থেকে প্রাপ্ত ছক ব্যবহার করে লেখচিত্র অঙ্কন করো।

ঘ) ট্যাংকটির উচ্চতা কত হলে এর আয়তন ১৫ ঘন মিটার হবে?

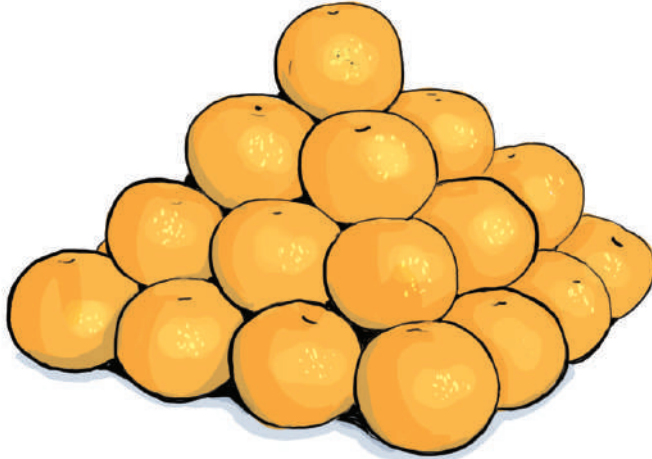
১১) কামাল মনে মনে তিন অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যা ভাবল। সংখ্যাটি বের করার জন্য শিহাবকে কয়েকটি সংকেত দিল। সংকেতগুলো হলো:

- ➢ সংখ্যাটি ১২১২ এর অর্ধেক অপেক্ষা কম।
- ➢ এটি ৫০২ থেকে ৬০৬ এর মধ্যে অবস্থিত।
- ➢ সংখ্যার অঙ্ক তিনটির সমান দৈর্ঘ্যের রেখাংশ দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব নয়।
- ➢ সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক দ্বারা একক স্থানীয় অঙ্কটিকে গুণ করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তার অঙ্কগুলোর যোগফল এর একক স্থানীয় অঙ্কটির সমান।
- ➢ সংখ্যাটির দশক ও একক স্থানীয় অঙ্ক পরস্পর সহমৌলিক।

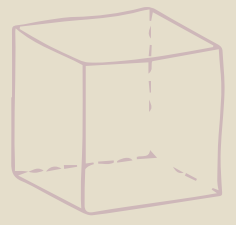
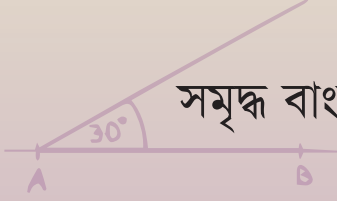
শিহাবের মতো তোমরাও কামালের গোপন সংখ্যাটির রহস্যভেদ করো।

১২) ক) নিচের ছবিতে সবচেয়ে নিচের স্তরে কতটি কমলা রয়েছে?

খ) ছবিতে মোট কতটি কমলা রয়েছে?

গ) তুমি কি আর কোনো ফল বা সবজি এভাবে দোকানে সাজানো দেখেছ? এরকম আরও কিছু উদাহরণ খুঁজে বের করে ছবি আঁকো।

উন্নয়নে মৎস্যশিল্প : মাছে-ভাতে বাঙালি

জাতিসংঘের খাদ্য ও কৃষি সংস্থার মতে, সারা বিশ্বে মাছ উৎপাদন বৃদ্ধির হার ৫ শতাংশ হলেও বাংলাদেশে তা ৯ শতাংশ। মাছ উৎপাদন বৃদ্ধির হারে বাংলাদেশ বিশ্বে দ্বিতীয় অবস্থানে রয়েছে। প্রাকৃতিক উৎস থেকে মাছ উৎপাদনে বাংলদেশের অবস্থান বিশ্বে তৃতীয় আর বাংলাদেশের গর্ব ইলিশ উৎপাদনে বাংলাদেশ শীর্ষে। তাই মৎস্য সম্পদ এখন বাংলাদেশের জন্য গর্ব।

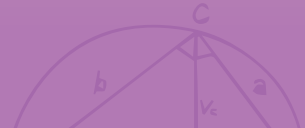
২০২৩ শিক্ষাবর্ষ
৬ষ্ঠ শ্রেণি
গণিত

সমৃদ্ধ বাংলাদেশ গড়ে তোলার জন্য যোগ্যতা অর্জন কর

– মাননীয় প্রধানমন্ত্রী শেখ হাসিনা

জীবে দয়া কর

তথ্য, সেবা ও সামাজিক সমস্যা প্রতিকারের জন্য **‘৩৩৩’** কলসেন্টারে ফোন করুন

নারী ও শিশু নির্যাতনের ঘটনা ঘটলে প্রতিকার ও প্রতিরোধের জন্য ন্যাশনাল হেল্পলাইন সেন্টারে **১০৯** নম্বর-এ (টোল ফ্রি, ২৪ ঘণ্টা সার্ভিস) ফোন করুন

শিক্ষা মন্ত্রণালয়

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য